УДК 539.3

ДИНАМИКА ОБОЛОНКОВИХ КОНСТРУКЦІЙ

Майбородіна Н.В.[1], **Герасименко В.П.**[2]

[1] канд. фіз.-мат. наук, доцент, ВП Національного університету біоресурсів і природокористування України"Ніжинський агротехнічний інститут", м. Ніжин, mainataliia2311@gmail.com;

[2] канд. техн. наук, ст.викладач, ВП Національного університету біоресурсів і природокористування України"Ніжинський агротехнічний інститут", м. Ніжин, syavagvp@ gmail.com

Анотація: в даній роботі наведено теоретичні дослідження стійкості різницевих схем для рівнянь коливань дискретно підкріплених еліпсоїдальних оболонок. Доведено, що явні скінченно-різницеві схеми є умовно стійкими. Для підкріплених еліпсоїдальних оболонок, з врахуванням дискретності розміщення ребер, отримано необхідну умову стійкості.

Ключові слова: підкріплені еліпсоїдальні оболонки, явні скінченно-різницеві схеми, стійкість різницевих схем.

Постановка проблеми: системи диференціальних рівнянь, які описують напружено-деформований стан дискретно підкріплених еліпсоїдальних оболонок являють собою системи нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних по просторовим координатам s_1, s_2 і часовій координаті t.

Розв'язання задач аналітичними методами практично неможливе. Виникає необхідність застосування чисельних методів для розв'язання початково-крайових задач теорії дискретно підкріплених еліпсоїдальних оболонок. Для розв'язування задач використовується метод скінчених різниць. Побудова чисельного алгоритму базується на застосуванні інтегро-інтерполяційного методу побудови скінченно-різницевих схем по просторовим координатам s_1, s_2 та явної скінченно-різницевої схеми по часовій координаті t. Виникає необхідність проведення теоретичних досліджень побудованих різницевих схем – стійкості. Складність розв'язання задач коливань дискретно підкріплених еліпсоїдальних оболонок полягає в наявності розривних коефіцієнтів в рівняннях коливань по координатам s_1, s_2. Чисельний алгоритм розв'язання задач теорії дискретно підкріплених еліпсоїдальних оболонок будується так: шукаються розв'язки в гладкій області еліпсоїдальної оболонки і окремо на лініях просторових розривів. Знайдені розв'язки "склеюються" на лініях розривів за допомогою кінематичних умов спряження.

Алгоритм основується на застосуванні явної скінчено-різницевої схеми, яка є умовно стійкою. У зв'язку з цим виникає необхідність провести теоретичні дослідження стійкості різницевих схем.

Аналіз останніх досліджень та публікацій: Врахування дискретності підкріплюючих елементів приводить до появи розривних коефіцієнтів по просторовій координаті в вихідних рівняннях. При застосуванні чисельних методів (метод скінчених різниць, метод скінчених елементів і тощо) для розв'язування задач динамічної поведінки вказаних структур спостерігається погіршення збіжності чисельних результатів. Для побудови більш ефективних чисельних алгоритмів застосовується підхід, що базується на знаходженні наближених розв'язків по Річардсону [2, с. 152]. Причому, при фіксованому різницевому кроку по часовій координаті, використовується послідовність наближених апроксимацій по просторовій координаті.

Для побудови різницевої схеми для рівнянь коливань дискретно підкріплених еліпсоїдальних оболонок, будемо використовувати інтегро–інтерполяційний метод побудови скінченно–різницевих схем [2, с.68] для гіперболічних рівнянь.

В роботі Г.І Марчука [1, с. 89] встановлено, що необхідною умовою стійкості різницевих рівнянь, при використанні явної скінчено-різницевої схеми для інтегрування рівнянь коливань є умова вигляду

$$\tau \le 2/\Omega_{\max} = 2\Big/\sqrt{\beta(D)}, \tag{1}$$

де $\Omega_{\max}$ – оцінка максимальних частот власних коливань системи; $\beta(D)$ – верхня границя спектру матриці $[D]$.

Мета дослідження: теоретичні дослідження стійкості різницевих схем для рівнянь коливань дискретно підкріплених еліпсоїдальних оболонок та одержання умов стійкості.

Виклад основного матеріалу: оскільки скінчено-різницеві схеми умовно стійкі, то існує залежність між величинами τ і величинами Δs_1, Δs_2 в залежності від геометричних і фізико-механічних параметрів гладкої еліпсоїдальної оболонки і підкріплюючих ребер, при яких обчислювальний процес є стійким.

Представимо різницеві рівняння [3, с.4] в матрично-векторній формі

$$[C]\overline{U} + [M]\frac{\partial^2 \overline{U}}{\partial t^2} = \overline{F}(t), \tag{2}$$

де $[C]$ і $[M]$ – матриці жорсткостей і мас дискретної різницевої системи; $\overline{U}$ і $\overline{F}$ – вектори дискретних переміщень і зовнішнього навантаження.

Припускаючи, що матриця $[M]$ невироджена, запишемо (2):

$$[D]\overline{U}+\frac{\partial^2\overline{U}}{\partial t^2}=[M]^{-1}\overline{F}(t),$$

де матриця $[D]=[M]^{-1}[C]$.

Для оцінки верхнього значення $\beta(D)$ скористаємося теоремою Гершгоріна і отримаємо $\beta=\Omega^2_{\max}\le\max\sum_j|d_{ij}|,$ де d_{ij} – елементи $[D]$.

Умова стійкості різницевих рівнянь матиме вигляд $\tau\le 2/\Omega_{\max}$, де $\Omega_{\max}$ визначається з наступних нерівностей

$$\Omega^2_{\max}\le\max\left(\Omega^2_{\max\,0},\,\Omega^2_{\max\,i},\,\Omega^2_{\max\,j}\right),$$

$$\Omega^2_{\max\,0}\le\max\left(\Omega^2_1,\,\Omega^2_2,\,\Omega^2_3,\,\Omega^2_4,\,\Omega^2_5\right),$$

$$\Omega^2_{\max\,i}\le\max\left(\Omega^2_{1i},\,\Omega^2_{2i},\,\Omega^2_{3i},\,\Omega^2_{4i},\,\Omega^2_{5i}\right),\quad i=\overline{1,\,I},$$

$$\Omega^2_{\max\,j}\le\max\left(\Omega^2_{1j},\,\Omega^2_{2j},\,\Omega^2_{3j},\,\Omega^2_{4j},\,\Omega^2_{5j}\right),\quad j=\overline{1,\,J},$$

Величини $\Omega^2_1,\Omega^2_2,\Omega^2_3,\Omega^2_4,\Omega^2_5$ визначаються з співвідношень:

$$\Omega^2_1=\frac{M_1}{\rho h},\quad \Omega^2_2=\frac{M_2}{\rho h},\quad \Omega^2_3=\frac{M_3}{\rho h},\quad \Omega^2_4=\frac{12M_4}{\rho h^3},\quad \Omega^2_5=\frac{12M_5}{\rho h^3},$$

$$\begin{aligned}M_1=\frac{1}{A_1A_2}\Bigg\{&\varsigma\left[B_{11}\left(\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+k_1\right)+B_{12}\left(\frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}+\psi_2+k_2\right)\right]+\\
&+A_2\left[B_{11}\left(\beta_1\frac{1}{A_1}+\frac{1}{A_1}\frac{4}{(\Delta\alpha_1)^2}+\gamma_1+k_1\frac{1}{\Delta\alpha_1}\right)+\right.\\
&\left.+B_{12}\left(\beta_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}+\frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2}+\eta+\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\gamma_2+k_2\frac{1}{\Delta\alpha_1}\right)\right]-\\
&+A_1\left[B_s\left(\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2}+\frac{1}{A_2}\frac{4}{(\Delta\alpha_2)^2}-\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}\right)+\right.\\
&+k_1D_s\left(\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2}+\frac{1}{A_2}\frac{4}{(\Delta\alpha_2)^2}-\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}+\right.\\
&\left.\left.+\frac{k_1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2}+\frac{k_2}{A_2}\frac{4}{(\Delta\alpha_2)^2}-k_2\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}\right)\right]\Bigg\}+\\
&+k_1B_{13}\left(1+\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}-k_1\right);\end{aligned}\qquad(4)$$

$$\mathrm{M}_2 = \frac{1}{\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2}\left\{\varsigma\left[\mathrm{B}_s\left(\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{1}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}-\psi_2\right)+\mathrm{k}_2\mathrm{D}_s\left(\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{1}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}-\psi_2+\right.\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\mathrm{k}_1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{\mathrm{k}_2}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}-\mathrm{k}_2\psi_2\right)\right]+$$

$$+\mathrm{A}_2\left[\mathrm{B}_s\left(\beta_1\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{4}{(\Delta\alpha_1)^2}+\beta_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}+\frac{1}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2}-\eta-\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_1}\right)+\right.$$

$$+\mathrm{D}_s\gamma_2\left(\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{1}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}-\psi_2+\frac{\mathrm{k}_1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{\mathrm{k}_2}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}-\mathrm{k}_2\psi_2\right)+$$

$$+\mathrm{k}_2\mathrm{D}_s\left(\beta_1\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{4}{(\Delta\alpha_1)^2}+\beta_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}+\frac{1}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2}-\eta-\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\right.$$

$$\left.\left.+\xi_1\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{\mathrm{k}_1}{\mathrm{A}_1}\frac{4}{(\Delta\alpha_1)^2}+\xi_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}+\frac{\mathrm{k}_2}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2}-\eta_1-\mathrm{k}_2\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_1}\right)\right]+$$

$$+\varsigma\left[\mathrm{B}_s\left(\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{1}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}-\psi_2\right)+\mathrm{k}_1\mathrm{D}_s\left(\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{1}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}-\psi_2+\right.\right.$$

$$\left.\left.+\frac{\mathrm{k}_1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{\mathrm{k}_2}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}-\mathrm{k}_2\psi_2\right]+\right.$$

$$\left.+A_1\left[B_{21}\left(\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2}+k_1\frac{1}{\Delta\alpha_2}\right)+B_{22}\left(\frac{1}{A_2}\frac{4}{(\Delta\alpha_2)^2}+\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}+k_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}\right)\right]\right]\right\}+$$

$$+k_2B_{23}\left(1+\frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}-k_2\right);$$

$$\mathrm{M}_3 = \frac{1}{\mathrm{A}_1\mathrm{A}_2}\left[\varsigma\mathrm{B}_{13}\left(1+\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}-\mathrm{k}_1\right)+\mathrm{A}_2\mathrm{B}_{13}\left(\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\beta_1\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{4}{(\Delta\alpha_1)^2}-\right.\right.$$

$$\left.\left.-\gamma_1-k_1\frac{1}{\Delta\alpha_1}\right)+A_1B_{23}\left(\frac{1}{\Delta\alpha_2}+\frac{1}{A_2}\frac{4}{(\Delta\alpha_2)^2}-k_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}\right)\right]-$$

$$-k_1\left[B_{11}\left(\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+k_1\right)+B_{12}\left(\frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}+\psi_2+k_2\right)\right]-$$

$$-\mathrm{k}_2\left[\mathrm{B}_{21}\left(\frac{1}{\mathrm{A}_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1}+\mathrm{k}_1\right)+\mathrm{B}_{22}\left(\frac{1}{\mathrm{A}_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2}+\psi_2+\mathrm{k}_2\right)\right];$$

$$M_4 = \frac{1}{A_1 A_2}\left\{\varsigma\left[D_{11}\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1} + D_{12}\left(\frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2} + \psi_2\right)\right] + \right.$$

$$+A_2\left[D_{11}\left(\beta_1\frac{1}{\Delta\alpha_1} + \frac{1}{A_1}\frac{4}{(\Delta\alpha_1)^2}\right) + D_{12}\left(\beta_2\frac{1}{\Delta\alpha_2} + \frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2} + \eta + \psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_1}\right)\right] -$$

$$-\varsigma\left[D_{21}\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1} + D_{22}\left(\frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2} + \psi_2\right)\right] +$$

$$+A_1 D_s\left(\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2} + \frac{1}{A_2}\frac{4}{(\Delta\alpha_2)^2} - \psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_2} + \frac{k_1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2} + \right.$$

$$\left.\left. + \frac{k_2}{A_2}\frac{4}{(\Delta\alpha_2)^2} - k_2\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}\right)\right\} - B_{13}\left(1 + \frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1} - k_1\right);$$

$$M_5 = \frac{1}{A_1 A_2}\left\{2\varsigma D_s\left(\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1} + \frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2} - \psi_2 + \frac{k_1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1} + \frac{k_2}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2} - k_2\psi_2\right) + \right.$$

$$+A_2 D_s\left[\beta_1\frac{1}{\Delta\alpha_1} + \frac{1}{A_1}\frac{4}{(\Delta\alpha_1)^2} + \beta_2\frac{1}{\Delta\alpha_2} + \frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2} - \eta - \psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_1} + \right.$$

$$\left. +\xi_1\frac{1}{\Delta\alpha_1} + \frac{k_1}{A_1}\frac{4}{(\Delta\alpha_1)^2} + \xi_2\frac{1}{\Delta\alpha_2} + \frac{k_2}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2} - \eta_1 - k_2\psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_1}\right] +$$

$$\left. +A_1\left[D_{21}\frac{1}{A_1}\frac{1}{\Delta\alpha_1\Delta\alpha_2} + D_{22}\left(\frac{1}{A_2}\frac{4}{(\Delta\alpha_2)^2} + \psi_2\frac{1}{\Delta\alpha_2}\right)\right]\right\} - B_{23}\left(1 + \frac{1}{A_2}\frac{1}{\Delta\alpha_2} - k_2\right).$$

Висновки: на основі теоретичних досліджень, проведених в даній роботі, отримано необхідну умову стійкості дискретно підкріплених еліпсоїдальних оболонок.

Список використаних джерел:

1. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. – М.: Наука, 1980. – 536 с.

2. Самарский А.А. Теория разностных схем.– М.: Наука, 1977. – 565с.

3. Meish V.F., Maiborodina N.V. Forced vibrations of ellipsoidal shells reinforced with transverse ribs under a nonstationary distributed load // International Applied Mechanics, 2013, 49(6), pp. 693–701.

Abstract: this work presents theoretical studies of the stability of difference schemes for the equations of oscillations of discretely supported ellipsoidal shells. It is proved that explicit finite-difference schemes are conditionally stable. For reinforced ellipsoidal shells, taking into account the discrete placement of the edges, the necessary stability condition is obtained.

Keywords: reinforced ellipsoidal shells, explicit finite-difference schemes, stability of difference schemes.

УДК 633.854.78:581.132

ПРОДУКТИВНІСТЬ ТА ЕКОНОМІЧНА ЕФЕКТИВНІСТЬ ВИРОЩУВАННЯ СОНЯШНИКУ ЗАЛЕЖНО ВІД УДОБРЕННЯ В УМОВАХ СТЕПУ УКРАЇНИ

Мащенко Ю. В.[1], Гайденко О. М.[2], Ткач А. Ф.[3]

[1]канд. с.-г. наук, завідувач науково-технологічного відділу збереження родючості ґрунтів ІСГС НААН;

[2]канд. техн. наук, с. н. с., учений секретар, завідувач науково-технологічного відділу маркетингу та наукового забезпечення трансферу інновацій ІСГС НААН, gaidenko@gmail.com;

[3]науковий співробітник лабораторії землеробства ІСГС НААН.

Анотація: *визначено найвищі показники продуктивності та економічної ефективності вирощування соняшнику залежно від системи удобрення та біопрепаратів.*

Ключові слова: *соняшник, продуктивність, система удобрення, сівозміна.*

Постановка проблеми: соняшник є провідною культурою, яка належить до стратегічних культур сільськогосподарського виробництва. Попри нарощування виробництва альтернативних олійних культур, соняшник в Україні є основною сировиною для виробництва рослинної олії. Інтерес до виробництва та реалізації насіння соняшнику і продуктів його переробки пояснюється попитом на рослинні олії як всередині держави, так і на світовому ринку. З соняшнику добувають приблизно 90 % загального виробництва олії в Україні [1]. Вирощування соняшнику економічно доцільне, тому що виробництво рослинної олії до 20 разів дешевше виробництва тваринних жирів.

Аналіз останніх досліджень та публікацій: потужним засобом підвищення продуктивності с.-г. рослин, за умови їх правильного застосування, в певній системі, під окремі культури, у рамках сівозміни є добрива. Проте,