УДК 831.621.01

ВІДНОСНИЙ СПОКІЙ МАЛОГО МАТЕРІАЛЬНОГО ТІЛА НА ПОВЕРХНІ ЗЕМЛІ

І.В. Петренко, факультет механізації сільського господарства
спеціальність «Процеси, машини та обладнання агропромислового виробництва», 2 курс
Науковий керівник – О.І. Литвинов, к.т.н., доцент, завідувач кафедри загально технічних дисциплін ВП Національного університету біоресурсів і природокористування України «Ніжинський агротехнічний інститут»

На підставі теоретичних положень складного відносного руху матеріальних тіл в неінерціальних системах відліку в роботі розглянуто приклад відносного спокою малого порівняно з радіусом Землі тіла на її поверхні.

Ключові слова: закони динаміки, інерціальна і неінерціальна системи відліку, абсолютний рух, відносний і переносний рухи, теорема. Прискорення Коріоліса, сила інерції

Основний закон динаміки $m\overline{a} = \sum \overline{F}_k$ справедливий тільки в інерціальних системах відліку. Інерціальною системою називається така система відліку, для якої справедливий перший закон динаміки – принцип інерції. Але є багато систем, у яких не справджується перший закон динаміки, а тому закон руху матеріальної точки необхідно шукати в цих неінерціальних системах. До неінерціальних систем відліку належить і поверхня Землі. Неінерціальність геоцентричної системи відліку можна спостерігати за допомогою досить тонких експериментів: відхилення тіла при вільному падінні на схід і поворот площини коливання маятника (досліди Фуко). Але похибка тут невелика і у більшості прикладних задач системи відліку, пов’язаних з Землею, наближено вважаються інерціальними.

Якщо пов’язати систему відліку, наприклад, з автомобілем, який рухається прискорено або з ротором турбіни, що швидко обертається, то неіненрціальність буде досить значною, і основне рівняння динаміки буде неправильним з відповідними наслідками. Тому необхідно вивчати рух точки і в неінерціальних системах відліку. Розв’язання численних задач техніки потребує дослідження об’єктів відносно рухомої системи координат, наприклад, це стосується теорії складного руху точки.

Уявимо, що відомі сили, які діють на вільну матеріальну точку, а також заданий рух рухомої системи координат, зв’язаної з деяким тілом, відносно інерціальної системи відліку, яку вважаємо за нерухому систему (рис. 1).

Зробимо деякі пояснення до рис. 1.

Система $O_1x_1y_1z_1$ – умовно нерухома інерціальна система;

Система $Oxyz$ – рухома неінерціальна система відліку.

Рух точки M відносно системи $O_1x_1y_1z_1$ – це абсолютний рух;

Рух точки M відносно рухомої системи $Oxyz$ – це відносний рух.

Переносний рух – це рух тіла, з яким жорстко пов’язана система відліку.

Шукатимемо рівняння динаміки відносного руху точки, якщо відомі сили $\overline{P}_1, \overline{P}_2, ..., \overline{P}_n$, які діють на точку.

Основне рівняння динаміки вільної матеріальної точки для абсолютного руху має вигляд:

$$m\overline{a} = \sum \overline{P}_k \ , \tag{1}$$

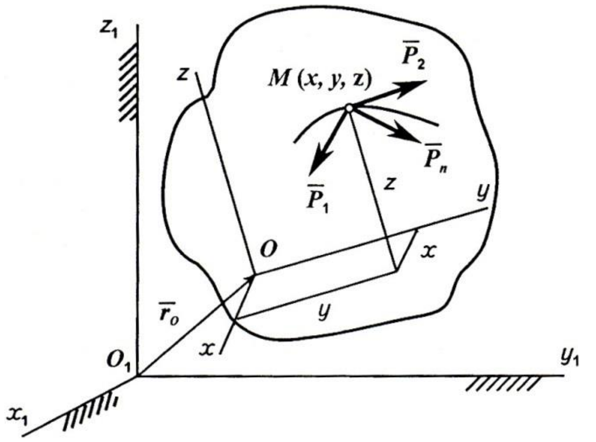

Рис. 1

де – маса точки; $\overline{a}$ – абсолютне прискорення точки; $\sum \overline{P}_k$ – геометрична сума прикладених сил.

Використаємо теорему Коріоліса і визначимо абсолютне прискорення точки через відносне, переносне і прискорення Коріоліса.

$$\overline{a} = \overline{a}_r + \overline{a}_e + \overline{a}_k \, . \tag{2}$$

Підставимо вираз (2) у рівняння (1):

$$m\overline{a}_r + m\overline{a}_e + m\overline{a}_k = \sum \overline{P}_k \ ,$$

або

$$m\overline{a}_r = \sum \overline{P}_k + \left(- m\overline{a}_e\right) + \left(- m\overline{a}_k\right). \tag{3}$$

Але $-m\overline{a}_e = \overline{\Phi}_e$ – переносна сила інерції точки;

$-m\overline{a}_k = \overline{\Phi}_k$ – коріолісова сила інерції.

І остаточно рівняння (3) набуває вигляду:

$$m\overline{a}_r = \sum \overline{P}_k + \overline{\Phi}_e + \overline{\Phi}_k \, . \tag{4}$$

Вектори переносної $\overline{O}_e$ і коріолісової $\overline{O}_k$ сил інерції – це поправки на неінерціальність рухомої системи координат. Ці сили фіктивні, оскільки вони не є силами взаємодії між тілами.

Вираз (4) називається основним рівнянням динаміки відносного руху точки. Рівняння (4) у координатній формі в проекціях на рухомі осі координат має вигляд:

$$
\begin{aligned}
m\ddot{x} &= \sum P_{kx} + \Phi_{ex} + \Phi_{kx}, \\
m\ddot{y} &= \sum P_{ky} + \Phi_{ey} + \Phi_{ky}, \\
m\ddot{z} &= \sum P_{kz} + \Phi_{ez} + \Phi_{kz}.
\end{aligned} \tag{5}
$$

У випадку непоступального переносного руху рухомої системи відліку відносний рух матеріальної точки можна розглядати як абсолютний, якщо до діючих на точку сил приєднати переносну і коріолісову сили інерції точки.

Для обчислення переносної і коріолісової сил інерції потрібно визначити спочатку переносне прискорення і прискорення Коріоліса.

Якщо переносний рух як рух рухомої системи є обертальним рухом з кутовою швидкістю і кутовим прискоренням , то:

$$\overline{a}_e = \overline{a}_e^{\tau} + \overline{a}_e^{n},$$

де $\overline{a}_e^{\tau}$ – тангенціальне прискорення точки у переносному русі,

$\overline{a}_e^{n}$ – нормальне прискорення точки у переносному русі.

Тоді: $$\overline{\Phi}_e = -m\overline{a}_e = -m\overline{a}_e^{\tau} - m\overline{a}_e^{n},$$

або $$\overline{\Phi}_e = \overline{\Phi}_e^{\tau} + \overline{\Phi}_e^{n}. \qquad (6)$$

Якщо врахувати рівність (6), то рівняння (5) набуває вигляду:

$$m\overline{a}_r = \sum \overline{P}_k + \overline{\Phi}_e^{\tau} + \overline{\Phi}_e^{n} + \overline{\Phi}_k\ . \qquad (7)$$

Прискорення Коріоліса визначається виразом:

ω

$$a_k \overset{\varepsilon}{=} 2\omega_e v_r \sin\left(\overline{\omega}_e \hat{,} \overline{v}_r\right).$$

Тоді сила інерції Коріоліса за модулем

$$\left|\Phi_k\right| = 2m\omega_e v_r \sin\left(\overline{\omega}_e \hat{,} \overline{v}_r\right). \qquad (8)$$

Можуть бути різні випадки відносного руху точки залежно від виду переносного руху рухомої системи, а також від накладених на точку в’язей. Так, для невільної матеріальної точки рівняння відносного руху має вигляд:

$$m\overline{a}_r = \sum \overline{P}_k + \overline{\Phi}_e + \overline{\Phi}_k + \overline{R},$$

де $\overline{R}$ – сила реакції в’язі.

Якщо переносний рух рухомої системи поступальний, рівномірний і прямолінійний, то переносне прискорення і прискорення Коріоліса дорівнюють нулю.

$$\overline{a}_e = 0 \quad \text{і} \quad \overline{a}_k = 0.$$

Тоді із виразу (34.4) маємо:

$$m\overline{a}_r = \sum \overline{P}_k\ . \qquad (9)$$

Тобто, рівняння (9) відносного руху не відрізняється від рівняння абсолютного руху (1), оскільки $\overline{a}_r = \overline{a}$, і відносний рух не відрізняється від абсолютного.

Таким чином, відносний рух матеріальної точки по відношенню до рухомої системи відліку, що рухається поступально рівномірно і прямолінійно, відбувається так само, як і по відношенню до нерухомої системи відліку.

Усі такі рухомі системи відліку, які рухаються відносно інерціальної системи прямолінійно, поступально і рівномірно, також є інерціальними системами відліку, і рух матеріальної точки відносно таких систем можна розглядати як абсолютний рух.

Звідки випливає принцип відносності Галілея:

Ніякими механічними дослідами в середині системи, яка рухається поступально, рівномірно і прямолінійно, не можливо виявити, що вона рухається.

Цей принцип Галілея, відкритий у 1630 р., поширюється і на фізичні явища. Він є основою теорії відносності Ейнштейна. Принцип відносності Ейнштейна стверджує, що всі фізичні явища в інерціальних системах відліку відбуваються однаково.

Відомо, що при відносному спокої відносна швидкість $\overline{v}_r$ малого тіла, яке можна вважати матеріальною точкою, і відносне прискорення $\overline{a}_r$ дорівнюють нулю (відсутні), внаслідок чого відсутня і коріолісова сила інерції, тому рівняння статичної рівноваги цього тіла спрощується і набуває вигляду:

$$\sum \overline{P_k} + \overline{\Phi_e} = 0, \tag{10}$$

де $\sum \overline{P_k}$ – векторна сума активних сил, прикладених до тіла,

$\overline{\Phi_e}$ – переносна сила інерції.

З виразу (10) випливає умова відносного спокою точки:

Геометрична сума прикладених до точки активних сил і переносної сили інерції дорівнює нулю.

Розглянемо випадок, коли точка або мале тіло перебуває у стані відносного спокою на поверхні Землі в районі міста Київ (рис. 2).

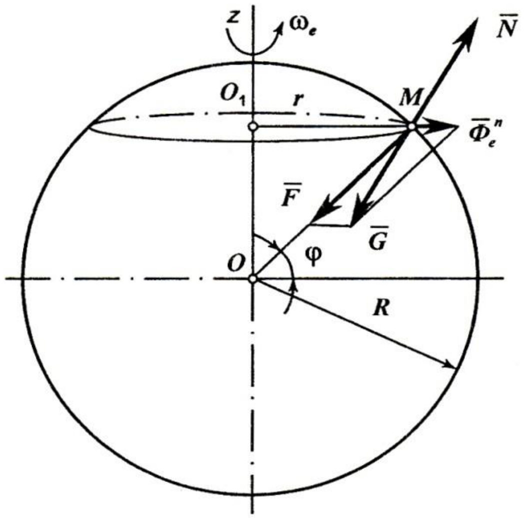

Рис. 2

При цьому задано:

$m = 5.98 \cdot 10^{24}, кг$ – маса Землі;

$R = 6.38 \cdot 10^{6}, м$ – радіус Землі;

$\omega_e = \dfrac{2\pi}{24 \cdot 3600} = 0.0000727, c^{-1}$ – кутова швидкість Землі;

$\varphi \approx 50^0$ – географічна широта міста Київ;

m_1 – маса тіла на поверхні Землі;

$G = m_1 g$ – вага тіла, що приймається за точку;

$O_1M = r$ – радіус обертання точки навколо земної осі;

$\overline{F}$ – сила тяжіння (притягання) Землі, що спрямована вздовж радіуса до центра Землі О:

$$F = f\frac{m \cdot m_1}{R^2}, \tag{11}$$

де $f = 6.67 \cdot 10^{-11} \dfrac{м^3}{кг \cdot с^2}$ – гравітаційна стала;

N – сила реакції опори (поверхні Землі).

Згідно рис. 1 умова відносного спокою точки :

$$\overline{F} + \overline{N} + \overline{\varPhi}_e^n = 0, \tag{12}$$

де $\overline{\varPhi}_e^n$ – переносна сила інерції, яка виникає внаслідок рівномірного обертання Землі відносно власної осі і є відцентровою силою інерції. Дотичної складової сили інерції немає, тому що обертання рівномірне і кутове прискорення рівне 0.

Модуль переносної сили інерції (відцентрова сила) дорівнює

$$\varPhi_e^n = m_1 \cdot a_e^n = m_1 \cdot r \cdot \omega_e^2, \tag{13}$$

$$r = R \cdot cos\varphi,$$

$$\varPhi_e^n = m_1 \cdot R \cdot \omega_e^2 \cdot cos\,\varphi. \tag{14}$$

де $a_e^n = r \cdot \omega_e^2$ – доцентрове або нормальне прискорення точки Землі, що розглядається.

Очевидно, що дія тіла на опору (поверхню Землі) виражається силою $\overline{G} = -\overline{N}$, тобто, $\overline{G} = \overline{F} + \overline{\varPhi}_e^n$. Отже, сила $\overline{G}$ є рівнодійною сили притягання Землі $\overline{F}$ і переносної сили інерції $\overline{\varPhi}_e^n$ – і є силою ваги тіла. Напрям сили ваги $\overline{G}$ визначає напрям вертикалі в даній точці земної поверхні, а площина, перпендикулярна до напряму сили $\overline{G}$ – є горизонтальною площинною. За модулем сила інерції $\overline{\varPhi}_e^n$ мала порівняно з вагою тіла $\overline{G}$:

$$\frac{\varPhi_e^n}{G} = \frac{m_1 R\omega_e^2 \cos\varphi}{m_1 g} = \frac{R\omega_e^2 \cos\varphi}{g},$$

де $g = 9{,}81\ м/с^2$ – прискорення вільного падіння на широті 50^0.

Відношення $\dfrac{\varPhi_e^n}{G}$ має максимальне значення на екваторі:

$$\varphi = 0;\ r = R = 6380\ км;\ g = 9.78\ м/с^2;$$

$$\frac{\varPhi_e^n}{G} = 0.00346 = \frac{1}{290}.$$

З останнього випливає, що вага тіла $\overline{G}$ мало відрізняється від сили тяжіння Землі $\overline{F}$, і напрям вертикалі складає з напрямком сили $\overline{F}$ дуже малий кут.

Найбільшу вагу тіла мають на полюсі, а найменшу – на екваторі за двома причинами.

1. Сила притягання $\overline{F}$ на полюсах має найбільшу величину (Земля сплюснута, тому відстань до центра R є найменшою), що видно із виразу (11).

2. Переносна сила інерції $\overline{\Phi}_e^n$ на полюсі дорівнює нулю, а на екваторі – максимальна $r = R$ (вираз 13).

Тому прискорення вільного падіння тіла на полюсі дорівнює: $g = 9{,}83\frac{м}{с^2}$, а на екваторі – $g = 9{,}78\frac{м}{с^2}$.

Розглянемо деякі наслідки руху тіл і мас по поверхні Землі. Якщо матеріальна точка (тіло) рухається по меридіану північної півкулі з півночі на південь, то коріолісове прискорення $\overline{a}_k$ спрямоване на схід, а коріолісова сила інерції $\overline{\Phi}_k$ – на захід. Коли рух точки відбувається з півдня на північ, то прискорення Коріоліса $\overline{a}_k$ спрямоване на захід, а коріолісова сила інерції – на схід. Але в обох випадках точка внаслідок обертання Землі завжди відхиляється праворуч від напрямку її руху.

Звідси випливає висновок, що у північній півкулі матеріальна точка завжди відхиляється праворуч від напрямку руху, у північній півкулі – ліворуч.

Цим пояснюється те, що річки північної півкулі мають підмитий, стрімкий правий берег (закон Бера), а річки південної півкулі – лівий. Дуже цікавим є і такий природний факт, пов’язаний з силами інерції Коріоліса.

Тому такі відомі річки, як Амазонка, Амур, Дунай, Хуанхе, Янцзи не мають, практично, берегів, часто змінюють своє русло, розливаються під час повені і затоплюють великі території.

Список літератури

1. Павловський М.А. Теоретична механіка. – К.,Техніка,2002.-510с.
2. Каплунова А.В.,Михайловський В.А., Фельдман А.А., Методика та приклади розвязування задач з теоретичної механіки. – К.: Держсільгоспосвіта, 1961.
3.Савин Г.Н.,Путята Т.В.,Фрадлин Б.Н. Теоретическая механика.-К.: Вища школа, 1971. – 359с.

Аннотация: *На основе теоретических положений сложного относительного движения материального тела в неинерциальной системе отсчета в работе рассмотрен пример относительного покоя малого по сравнению с радиусом Земли тела на ее поверхности.*

Ключевые слова: законы динамики, инерциальная и неинерциальная системы отсчета, абсолютное, относительное и переносное движения, теорема, ускорение Кориолиса, сила инерции

On the basis of theoretical positions of difficult relative motion of financial bodies in the neinercial'nikh frames of reference the example of relative rest of small by comparison to the radius of Earth body is in-process considered on its surface.

Keywords: laws of dynamics, inercial'na and neinercial'na frames of reference, absolute motion, relative and portable motions, theorem. Acceleration of Coriolis, force of inertia

RELATIVE CALMNESS of SMALL MATERIAL BODY IS ON TERRENE

I.V. Petrenko