**УДК 517.958**

# ЗАСТОСУВАННЯ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

***Н.М. Ляшенко, студентка факультету економіки та менеджменту напряму підготовки « Менеджмент», 4 курс***
***Науковий керівник - Н.В. Майбородіна, к. ф.-м. н, старший викладач***
***ВП Національного університету біоресурсів і природокористування України «Ніжинський агротехнічний інститут»***

***Аннотація:*** *представлена загальна схема розв’язування інженерно-технічних задач та виведено рівняння електричних коливань в проводах.*
***Ключові слова: математична модель, диференціальні рівняння, частинні похідні, електричні коливання в проводах***

**Вступ**. Актуальність дослідження обумовлена не лише тим, що диференціальні рівняння дають можливість вирішувати багато питань загально-технічних та спеціальних прикладних дисциплін і не рідко самі виникають при розв’язанні цих питань, а й тим що вони полегшують вивчення ряду важливих дисциплін, які складають основу освіти спеціаліста будь-якої галузі, в тому числі й інженера енергетика. Кожна галузь прикладних наук займається своїми диференціальними рівняннями, які пов’язані з її власною проблематикою. Тому потрібно велику увагу приділяти вивченню диференціальних рівнянь, але не тільки формальному їх розв’язанню, а і розв’язанню прикладних проблем, пов’язаних зі складанням диференціальних рівнянь за умовами задач.

*Об’єкт* дослідження – теорія диференціальних рівнянь.

*Предмет* дослідження – техніка складання і розв’язання прикладних задач з використанням теорії диференціальних рівнянь.

*Мета* дослідження – показати застосування диференціальних рівнянь до розв’язування задач з електротехніки.

**Математичне моделювання.** *Математична модель*, як абстрактний засіб наближеного представлення (відображення) реального процесу з ціллю його дослідження, є математичним описом суттєвих факторів процесу і взаємозв’язків між ними.

Математична постановка задачі в загальному випадку передбачає конструювання структури моделі, тобто якісний опис процесу, який досліджується, за допомогою тих чи інших операторів. Ця процедура називається *структурною ідентифікацією.*

Математична постановка задачі полягає в наданні моделі кількісної інформації, тобто в визначенні (оцінюванні) вхідних в структурну математичну модель невідомих характеристик (параметрів моделі). Цей етап носить назву *параметричної ідентифікації*.

Етапи математичного моделювання:

1. Побудова математичної моделі явища.
2. Вивчення цієї математичної моделі і отримання розв’язку відповідної математичної задачі.
3. Застосування отриманих результатів до практичного питання, з розв’язання якого виникла дана математична модель, і відшукання інших питань, до яких її можна застосувати.

Схема розв'язання інженерно-техніних задач:

1. Детальний розгляд умови задачі і побудова малюнка, який пояснює її суть.
2. Встановити величини, які змінюються в даному явищі, і виявити фізичні закони, які пов’язують їх.
3. Вибрати незалежну змінну і функцію цієї змінної, яку ми хочемо знайти.

4. Виходячи з умови задачі, визначити початкові умови.
5. Виразити всі величини, які фігурують в умові задачі, через незалежну змінну, шукану функцію та її похідні.
6. Виходячи з умови задачі та фізичного закону, якому підпорядковується дане явище, скласти диференціальне рівняння.
7. Інтегрування складеного диференціального рівняння і знаходження загального розв'язку цього рівняння.
8. Знаходження частинного розв'язку задачі на основі даних початкових умов.
9. Знаходження додаткових параметрів (наприклад, коефіцієнта пропорційності і ін.), використовуючи для цього додаткові умови задачі.
10. Виведення загального закону процесу, який розглядається, і числове визначення шуканих величин.
11. Аналіз відповіді і перевірка вихідного положення задачі.

**Виведення рівняння електричних коливань в проводах.** Електричний струм в проводах характеризується силою струму *i* (*x, t*) і напругою *v* (*x, t*), які залежать від координати *x* точки проводу і від часу *t*.

Розглядаючи елемент проводу $\Delta x$, можемо написати, що падіння напруги на елементі $\Delta x$ дорівнює $v(x,t)-v(x+\Delta x,t)\approx -\frac{\partial v}{\partial x}\Delta x$.

Це падіння напруги складається з омічного, яке дорівнює $iR\Delta x$, і індуктивного, яке дорівнює $\frac{\partial i}{\partial t}L\Delta x$. Отже,

$$-\frac{\partial v}{\partial x}\Delta x = iR\Delta x + \frac{\partial i}{\partial t}L\Delta x, \tag{1}$$

де *R* і *L* – опір і коефіцієнт самоіндукції, які розраховані на одиницю довжини проводу. Знак мінус береться тому, що струм протікає в напрямку, який протилежний зростанню *v*. Скорочуючи на $\Delta x$, отримуємо рівняння

$$\frac{\partial v}{\partial x} + iR + \frac{\partial i}{\partial t}L = 0. \tag{2}$$

Різниця струмів, який виходить з елементу $\Delta x$ і входить в нього за час $\Delta t$, буде $i(x,t)-i(x+\Delta x,t)\approx -\frac{\partial i}{\partial x}\Delta x\Delta t$.

Вона витрачається на зарядку елемента, яка дорівнює $C\Delta x\frac{\partial v}{\partial t}\Delta t$, і на витік через бічну поверхню проводу внаслідок недосконалості ізоляції, яка дорівнює $Av\Delta x\Delta t$ (тут *A* – коефіцієнт витоку). Прирівнюючи ці вирази і скорочуючи на $\Delta x\Delta t$, отримаємо рівняння

$$\frac{\partial i}{\partial x} + C\frac{\partial v}{\partial t} + Av = 0. \tag{3}$$

Рівняння (2) і (3) прийнято називати *телеграфними рівняннями*.

З системи рівнянь (2) і (3) можна отримати рівняння, яке міститиме тільки шукану функцію *i* (*x, t*), і рівняння, яке містить тільки шукану функцію *v* (*x, t*). Продиференціюємо члени рівняння (3) по $x$; члени рівняння (2) продиференціюємо по $t$ і помножимо на $C$. Віднімаючи, отримаємо:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} + A\frac{\partial v}{\partial x} - CR\frac{\partial i}{\partial t} - CL\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} = 0\,.$$

Підставляючи в останнє рівняння вираз $\frac{\partial v}{\partial x}$ з рівняння (2), отримаємо:

$$\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = CL\frac{\partial^2 i}{\partial t^2} + \left(CR + AL\right)\frac{\partial i}{\partial t} + ARi\,. \tag{4}$$

Аналогічним чином отримуємо рівняння для визначення $v\,(x,\,t)$:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = CL\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} + \left(CR + AL\right)\frac{\partial v}{\partial t} + ARv\,. \tag{5}$$

Якщо можна знехтувати витоком через ізоляцію ($A$=0) і опором ($R$=0), то рівняння (4) і (5) переходять в хвильові рівняння:

$$a^2\frac{\partial^2 i}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 i}{\partial t^2}\,, \qquad a^2\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}\,,$$

де позначено: $a^2 = \frac{1}{CL}$.

Отже, одержано диференціальне рівняння в частинних похідних гіперболічного типу, які належать до лінійних рівнянь, оскільки невідомі функції і похідні від них входять у рівняння в першому степені.

**Висновки:** Проблема застосування диференціальних рівнянь залишається однією з найактуальніших у теорії математичного аналізу та в інших прикладних науках. Досліджуються різні аспекти застосування диференціальних рівнянь, особливості їх складання по заданим умовам задач та розв’язання отриманих рівнянь.

## Список літератури

1. Андронов А.А. Теория колебаний. – М., Физматгиз, 1959. –186 с.
2. Боголюбов Н.Н. О некоторых статистических методах в математической физике. – Киев: Изд-во АН УССР, 1945. – 205 с.
3. Бугров Я.С. Дифференциальные уравнения. – М., “Наука”, 1989. – 464 с.
4. Перестюк М.О. Теорія рівнянь математичної фізики – К.,“Либідь”, 2001.–333 с.
5. Пономарев К.К. Составление и решение дифференциальных уравнений инженерно-технических задач – М., “Наука”, 1962. – 184 с.

*Представлена общая схема решения инженерно-технических задач и выведено уравнение электрических колебаний в проводах.*

***Ключевые слова: математическая модель, дифференциальные уравнения, частные производные, электрические колебания в проводах***

*Presented a general scheme for solving engineering problems and derived equations of electrical oscillations in wires.*

***Keywords: mathematical model, differential equations, partial derivatives, the electrical signal in the wires***

**APPLICATION DIFFERENTIAL EQUATIONS
TO APPLIED PROBLEMS**

***N.M. Liashenko, N.V. Mayborodina***