

**ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ ТА АВТОМАТИКИ АГРОПРОМИСЛОВОГО ВИРОБНИЦТВА
НАЦІОНАЛЬНОЇ АКАДЕМІЇ АГРАРНИХ НАУК УКРАЇНИ**

ЗАКЛАД ВИЩОЇ ОСВІТИ «ПОДІЛЬСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ»

КОТОВ Б. І., СТЕПАНЕНКО С. П.

**ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТА ТЕХНОЛОГІЇ
ПОВІТРЯНОЇ СЕПАРАЦІЇ ЗЕРНОВИХ МАТЕРІАЛІВ**

Монографія

Київ 2023

<https://doi.org/10.37204/978-617-8269-64-7>

УДК 631.365:664.723(075.8)

ББК41.47я(73)

М19

Рецензенти:

д.т.н., професор Мироненко В. Г.;

д.т.н., професор Паламарчук І. П.;

д.т.н., професор Цуркан О. В.

М19 Котов Б. І., Степаненко С. П. Основи теорії та технології повітряної сепарації зернових матеріалів : монографія. Київ : ЦП Компрінт, 2023. 427 с.:іл.

ISBN 978-617-8269-64-7

У монографії розглянуто основи теорії переміщення частинок у повітряних потоках із нерівномірним полем швидкості повітря в каналах пневматичних сепараторів. Висвітлені результати теоретичних досліджень та математичного моделювання течій повітряних потоків і руху компонентів зернового матеріалу в сепарувальних каналах: вертикального, горизонтального, нахилоного, з нерівномірно сформованим полем швидкостей. Розроблені математичні моделі переміщення частинок у закручених повітряних потоках пилоочисного обладнання. Розглянуто вдосконалені схеми пневмосепарувальних систем, дано математичний опис процесів переміщення компонентів зернового матеріалу для визначення траєкторій руху частинок.

Книга призначена науковим співробітникам і проектантам пневматичних сепараторів та систем очищення. Може бути корисною для аспірантів і магістрів у роботі над дисертаційним дослідженням.

Рекомендовано до видання Вченою радою Інституту механіки та автоматики агропромислового виробництва НААН України (протокол № 2 від 14 лютого 2023 року).

УДК 631.365:664.723(075.8)

ББК41.47я(73)

ISBN 978-617-8269-64-7

©Котов Б. І., Степаненко С. П., 2023

ЗМІСТ

1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ПРОЦЕСУ ПОВІТРЯНОЇ СЕПАРАЦІЇ	8
1.1 Рух повітряного потоку і твердої частинки в пневмоканалах ...	8
1.2 Опір середовища переміщенню твердої частинки	13
1.3 Сили, які діють на тверду частинку в повітряних потоках пневмосистем	14
1.4 Виникнення і визначення бокових сил, що діють на тверду частинку	17
1.5 Сили під час взаємодії твердої частинки зі стінкою каналу	19
1.6 Диференціальні рівняння руху твердих частинок у повітряному потоці	34
2. ОГЛЯД МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РУХУ КОМПОНЕНТІВ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ В ПОВІТРЯНИХ КАНАЛАХ ЗЕРНОСЕПАРАТОРІВ	37
2.1 Види та схемні особливості пневмосистем розділювальних апаратів (сепараторів)	37
2.2 Математичний опис руху частинки зернового матеріалу з повітряними потоками в пневмоканалах	45
2.3 Рух частинок у пневмосепарувальних каналах	52
2.4 Математичні моделі процесу пневмосепарації в нахилених каналах	84
2.5 Моделювання руху твердої частинки в пневмоінерційних сепараторах	92
2.6 Моделювання процесів переміщення та поділу компонентів зернового матеріалу в горизонтальних повітряних пневматичних каналах	95
3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РОЗДІЛЕННЯ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ В НЕРІВНОМІРНИХ ПОВІТРЯНИХ ПОТОКАХ	103
3.1 Моделювання процесу розділення компонентів зернового вороху вкиданням у повітряне середовище	104

3.2 Математична модель руху твердої частинки в повітряному середовищі з врахуванням зміни аеродинамічного опору середовища (за координатами руху)	108
3.2.1 Розділення зернового матеріалу на компоненти під час його подачі в об'єм повітряного середовища турбулентним повітряно-дисперсним струменем	110
3.3 Моделювання процесу поділу компонентів зернового матеріалу у вертикальних повітряних каналах.....	114
3.4 Теоретичне визначення закономірностей плоского руху компонентів різного матеріалу в нерівномірному повітряному потоці аеродинамічного сепаратора.....	129
3.5 Математична модель динаміки руху компонентів зернового матеріалу в каналах пневмоінерційних сепараторів (класифікаторів)	134
3.6 Визначення траєкторії руху компонентів зернового матеріалу в нахиленому повітряному каналі.....	147
3.7 Використання математичного моделювання процесу поділу КЗМ у вертикальному повітряному каналі на товарні фракції за аеродинамічними властивостями.....	151
4. ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ЩОДО ПІДСИЛЕННЯ ДІЇ АЕРОДИНАМІЧНИХ ОЗНАК ПОДІЛУ КОМПОНЕНТІВ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФРАКЦІОНУВАННЯ В ПОВІТРЯНИХ КАНАЛАХ	163
4.1 Структура потоків повітря в каналах	164
<u>4.1.2 Рівномірність повітряного потоку в пневмосепарувальних каналах.....</u>	<u>166</u>
4.2. Підвищення ефективності поділу компонентів зернового матеріалу на фракції в аеродинамічному сепараторі завдяки використанню нерівномірного повітряного потоку	184
4.3 Моделювання процесу поділу компонентів зернового матеріалу на фракції в пневмоінерційному сепараторі за штучно створеного розподілу швидкості потоку.....	189
4.4 Моделювання процесу поділу компонентів зернового матеріалу у вертикальних каналах за заданого розподілу швидкості повітря за координатами	193

5. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПОДІЛУ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ У ВІДЦЕНТРОВО-ПНЕВМАТИЧНИХ СЕПАРАТОРАХ	202
5.1 Диференціальні рівняння руху зернівок на ротаційних поверхнях відцентрових розкидачів	204
5.2 Технологія пневматично-відцентрового сепарування	226
5.3 Математичний опис процесів переміщення компонентів зернового матеріалу у відцентрово-пневматичних сепараторах	233
5.4 Удосконалена математична модель відцентрово- пневматичного сепаратора з висхідним прискореним повітряним потокom повітря	236
5.5 Удосконалена математична модель відцентрово- пневматичного сепаратора з висхідно-гальмівним повітряним потокom	251
5.6 Математичний опис процесів переміщення зерна у відцентрово-пневматичному сепараторі з ротаційним розкидачем, форма якого виконана у вигляді нахилених лопатевих поверхонь	261
6. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПНЕВМАТИЧНОГО СЕПАРУВАННЯ ЗЕРНОВИХ МАТЕРІАЛІВ У ПСЕВДОЗРІДЖЕНОМУ ШАРІ	269
6.1 Математична модель процесу розділення компонентів зернових матеріалів у псевдозрідженому шарі	269
6.2 Моделювання розшарування компонентів зернового матеріалу в псевдозрідженому шарі	271
6.3 Математична модель нелінійної динаміки очищення зерна повітряним потокom на конусно-каскадній поверхні	273
6.4 Детермінована математична модель руху насіння по нахиленій повітропроникній площині за продування повітряного потоку крізь шар псевдозрідженого матеріалу	275
6.5 Математичне моделювання руху зернівок у псевдозрідженому шарі пневмотранспортувального сепаратора	277
7. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РОЗДІЛЕННЯ КОМПОНЕНТІВ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ У ВИХРОВИХ (ЗАКРУЧЕНИХ) ПОТОКАХ ПОВІТРЯ	285

7.1 Математична модель руху твердої частинки у вихровому повітряному потоці змінного за висотою радіуса	285
7.2 Математична модель руху компонентів зернового матеріалу в конічній аспіраційній камері з тангенціальним введенням повітряного потоку	297
7.3 Теоретичний аналіз знепилення повітряних потоків у прямокутному циклоні з поперечно-поточною зоною сепарації	312
8. ТЕХНОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ПНЕВМОВІБРАЦІЙНИХ СЕПАРАТОРІВ ДЛЯ ВІДБОРУ ВИСОКОПРОДУКТИВНОГО НАСІННЯ	320
8.1 Функціональні можливості, технологічні схеми і математична формалізація процесу	320
8.2 Математичний опис процесу переміщення компонентів насіннєвого матеріалу в шарі на вібропневматичному робочому органі – нахилений деці пневмостола	325
8.3 Математичний опис процесів сепарації на пневмосортувальному столі на основі моделі гідродинаміки	332
8.4 Детермінована математична модель руху частинки у відцентровому пневмовіброзрідженому шарі насіннєвого матеріалу	337
8.5 Математичне моделювання процесу поділу насіння за густиною на вібропневматичному сепараторі з прямою декою	339
9. ІНТЕГРУВАННЯ ПНЕВМАТИЧНИХ РОБОЧИХ ОРГАНІВ	349
У КОМБІНОВАНИХ ЗЕРНОСЕПАРУВАЛЬНИХ МАШИНАХ	349
9.1 Математична модель процесу пневматичного розділення зернового матеріалу в нахиленому каналі з нерівномірним швидкісним полем та примусовим обертанням зернівок	350
9.2 Математичне моделювання процесів поділу компонентів зернового матеріалу в комбінованому вібраційно-повітряному сепараторі	359
9.3 Моделювання процесу сепарації зерна за густиною в комбінованому вібропневматичному та повітряно-гравітаційному агрегаті.....	369

10. РОБОТА ПНЕВМОСЕПАРАТОРІВ ЗА НАКЛАДЕНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ	377
10.1 Моделювання процесу фракціонування зерна в пневматичних каналах за накладеного електричного поля	377
10.2 Підвищення ефективності фракціювання насіннєвих матеріалів за комплексом аеродинамічних і електричних властивостей	388
10.3 Моделювання процесу інерційної сепарації пилу під дією відцентрового та електричного поля в установках циклонного типу	394
Список використаних джерел	404

1. ФІЗИЧНІ ОСНОВИ ПРОЦЕСУ ПОВІТРЯНОЇ СЕПАРАЦІЇ

1.1 Рух повітряного потоку і твердої частинки в пневмоканалах

Фізичні основи і принципи процесу повітряної сепарації детально розглянуто в роботах [1-9, 20, 21, 42, 53, 54, 122, 128, 133, 152, 164]. Показано, що повітряна сепарація зернових матеріалів здійснюється завдяки тому, що внаслідок силової взаємодії між повітряним потоком і твердими тілами (частинками), які в ньому знаходяться, частинки рухаються за різними траєкторіями. Траєкторії компонентів зернового матеріалу залежать від значення і напрямку зовнішніх сил, що діють на них, тобто сил, які прикладені з боку інших тіл та силових полів.

Під час переміщення ізольованих одна від одної частинок у повітряному потоці в різних напрямках діють дві групи зовнішніх сил: масові та поверхневі. До масових сил, значення яких пропорційно масі частинки, належать густина, об'єм і прискорення. До поверхневих сил дії повітряного потоку належать сили, які залежать від коефіцієнта опору $C(Re)$, динамічного тиску, зумовленого відносною швидкістю між частинкою і носійним середовищем (швидкістю обтікання), та площі міделевого перетину.

Оскільки сила опору потоку залежить (у першому або другому степені) від діаметра частинки, а сила інерції – (у третьому степені) від діаметра, то під час сепарації переміщення важких частинок буде визначатися в основному масовими силами, а переміщення легких частинок – силами потоку, тобто аеродинамічними силами.

За визначенням, аеродинамічна сила являє собою рівнодійну всіх нормальних і дотичних сил, розподілених по поверхні тіла, що рухається в повітряному потоці або обтікає його. Аеродинамічна сила залежить від параметрів тіла і потоку. Саме ці параметри визначають силу

аеродинамічного опору. Режим обтікання частинки повітряним потоком визначається числом Рейнольдса [2, 21, 155] і може бути ламінарним, турбулентним або перехідним (де існують обидва режими).

У загальному випадку за переміщення частинки у формі кулі сила опору R може бути представлена у вигляді функції:

$$R = f(v_v^n, d, \rho, \mu) R = f(v_v^n, d, \rho, \mu),$$

де v_v – швидкість повітря відносно обтікаємого тіла;

d – розмір тіла (діаметр кулі, що має поверхню перетину S_j);

ρ – густина рухомого середовища;

μ – в'язкість середовища.

Сила опору середовища переміщенню тіла (частинки) виникає у зв'язку з тим, що рухоме тіло визиває появлення в оточувальному середовищі локальної течії повітря. Збудження течії потребує певної витрати енергії, яка забирається рухомим тілом. Силу опору можливо розрахувати, якщо відомий розподіл швидкості течії повітря, викликаной рухом тіла.

Характер опору середовища переміщенню частинок залежить від характеру обтікання тіла повітряним потоком, тобто режиму обтікання тіла потоком повітря, який визначають як ламінарний, турбулентний і перехідний; інколи існують обидва режими разом.

Режим обтікання кількісно оцінюють значенням критерію (числа) Рейнольдса Re , який за фізичною сутністю є співвідношенням між силами інерції та силами в'язкості, що діють на частинку [18, 19]:

$$Re = \frac{(V - V_n) d_e \rho_n}{\mu_n},$$

де V , V_n – швидкості руху частинки і середовища, відповідно;

d_e – характерний розмір (для кулі циліндра – діаметр);

ρ_n, μ_n – густина середовища і коефіцієнт його в'язкості, відповідно.

За досить малих чисел Рейнольдса лінії потоку повітря плавно огинають тіло. Течії рідини перед тілом і після нього симетричні (рис. 1.1, а). Поле швидкості з достатньою точністю можна розрахувати за методом Стокса. У цьому разі ($Re = 0,5 - 1$) дійсна формула Стокса для сили, що діє на кулю.

Зі збільшенням числа Рейнольдса лінії потоку за сферою розширюються, це розширення відображено в рішенні рівнянь Осена ($Re = 10$). Далі лінії потоку розширюються більше, повітря тілом підгальмовується, утворюються вихрові кільця (рис. 1.1, б) $Re = 100$. У разі подальшого збільшення Re вихри становляться несиметричними і відриваються від тіла (рис. 1.1, в); цей режим $Re \geq 10^3$ зберігається в широкому діапазоні числа Re .

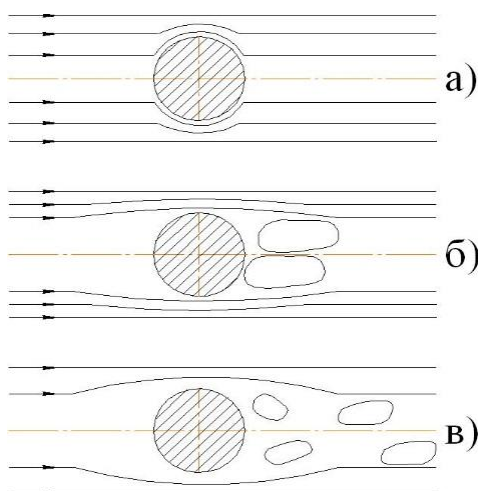


Рис. 1.1. Зміна картини обтікання сфери потоком зростання Re

Короткий аналіз сил опору середовищ тілам, що в них перемішуються, наведено нижче. Відповідно до режимів обтікання твердого тіла за його переміщення відносно середовища, або нерухомого тіла під час переміщення самого середовища, а також руху тіла в

рухомому середовищі, можуть існувати такі основні зони для визначення коефіцієнта опору [81, 133]:

1) $Re < 1$. У цій області коефіцієнт опору зворотно пропорційний числу Рейнольдса, а обтікання кулі є ламінарним;

2) $1 \leq Re \leq 10^3$ – перехідна область від ламінарного до турбулентного обтікання; коефіцієнт опору зменшується не так різко, як у першій області, поступово наближається до постійної величини;

3) $10^3 \leq Re \leq 10^5$ – область турбулентного обтікання; коефіцієнт опору є сталою величиною.

Отже, здебільшого в розділяльних установках коефіцієнт опору є функцією тільки одного числа Рейнольдса:

$$C = C(Re).$$

За досить низьких швидкостей обтікання (числах Рейнольдса $Re < 1$), коли потік перед і за частинкою має симетрію (рис. 1., а), коефіцієнт лобового опору може бути представлено (за Стоксом):

$$C = \frac{24}{Re}. \quad (1.1)$$

При $Re = 1$ починається виникнення супутнього струменя позаду частинки і для врахування цього явища Осеном [23, 179] запропонована формула, яка враховує частково інерційну і в'язку складові опору:

$$C = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re \right) \quad (1.2)$$

Для перехідної області (області Алена) при $30 < Re < 300$ (рис. 1, б) запропонована експериментальна залежність:

$$C = \frac{10}{\sqrt{Re}} \quad (1.3)$$

Більш складну залежність (зручнішу для аналітичних розв'язків) запропоновано Л. С. Клячко [179]:

$$C = \frac{24}{Re} + \frac{4}{Re^{\frac{1}{3}}}; \text{ або } C = \frac{24}{Re} \left(1 + 0,167 Re^{\frac{2}{3}} \right) \quad (1.4)$$

для інтервалу $3 < Re < 400$ (відхилення від експерименту – до 2%).

Л. Г. Бабухою та А. А. Шрайбером на основі обробки дослідних даних рекомендовано коефіцієнт опору у вертикальному русі в широкому діапазоні зміни числа Re визначити степеневою залежністю у вигляді:

$$C(Re) = A \cdot Re^{-n} \quad (1.5)$$

де $A = 25,6$; $n = 1$ при $0,1 < Re < 1$;

$A = 26,3$; $n = 0,8$ при $1 \leq Re \leq 13$;

$A = 12,3$; $n = 0,5$ при $13 \leq Re \leq 800$;

$A = 0,44-0,48$; $n = 0$ при $Re > 800$.

У роботі Л. Г. Бабухи та М. І. Рабиновича [18] наведено формули різних авторів для розрахунку коефіцієнтів опору одиничної сферичної частинки в незбуреному потоці в широкому діапазоні значень числа $0 \leq Re \leq 20000$.

У загально прийнятій теорії руху частинок у повітряних потоках сили аеродинамічного опору середовища руху твердого тіла [19] різними способами зводяться до спрощеного рівняння:

$$\bar{F}_a = -C(Re) \cdot S \cdot \rho \frac{(\bar{V} - \bar{V}_c)|\bar{V} - \bar{V}_c|}{2}, \quad (1.6)$$

де S – площа міделевого перетину тіла;

ρ – густина середовища;

$\bar{V}$, $\bar{V}_c$ – швидкості тіла і середовища, які визначають силу опору в прямолінійному швидкісному потоці (Ньютонівський рух).

Якщо в рівняння підставити значення коефіцієнта опору (для низьких швидкостей обтікання) $C(Re) = 24/Re$, отримаємо силу опору Стоксовського руху:

$$\bar{F}_a = -3\mu\pi d(\bar{V} - \bar{V}_n) \quad (1.7)$$

1.2 Опір середовища переміщенню твердої частинки

Лобовий опір частинки, що рухається з прискоренням, більший, ніж частинки, що рухається з такою ж, але встановленою швидкістю. У загальних описах лобовий опір, який має частинка, що рухається з прискоренням у середовищі з опором (для Стоксовського руху, як показано В. Страусом [179]), задається рівнянням:

$$\bar{F}_a = \bar{G} - m\bar{a} = 3\mu\pi d\bar{U} + \frac{\pi}{12}\rho d^3\bar{a} + \frac{3}{4}d^3\sqrt{\pi\mu\rho} \int_0^t \frac{d\bar{u}}{dt} \frac{d\bar{v}}{dt} dt_1, \quad (1.8)$$

де G – зовнішня сила, що діє на частинку;

a – прискорення частинки відносно середовища;

m – маса частинки;

d – розмір частинки;

t, t_1 – моменти часу, який розглядається і попередній.

Перша складова в рівнянні (1.8) являє собою опір середовища, що діє на частинку, яка рухається зі сталою швидкістю в області в'язкого тертя (1.7) і друга складова характеризує опір ідеального потоку прискореному руху сфери, що еквівалентно збільшенню маси частинки на

величину, що дорівнює половині витисненого середовища, і тертя – інтегральна складова визначає частину опору, створююмого рухом самого середовища.

Хоча розв'язок рівняння прискореного руху в режимі в'язкого обтікання у формі (1.8) поки не існує, але для висвітлення якісної картини впливу прискорення на збільшення аеродинамічного опору, пояснення цього явища може бути доволі корисним.

1.3 Сили, які діють на тверду частинку в повітряних потоках пневмосистем

Формула Стокса була отримана для обтікання сфери прямолінійним поступальним потоком, не маючи градієнта швидкості. За обтікання сфери криволінійними потоком симетричність ліній току порушується і в дію вступають нові фактори.

За обертання потоку повітря за законом $\omega = \text{const}$ (де ω – кутова швидкість) течія повітря матиме певний характер, оскільки всі частинки обертаються навколо своїх осей [23].

Для обтікання кулі обертальними потоками, коли $\omega = \text{const}$, у роботі А. М. Пирумова [152] наведено рівняння для визначення сили опору у вигляді:

$$\bar{F} = 3\pi\mu d\bar{V}_c - \frac{1}{6}\pi\rho d^3\omega[\bar{\omega}\bar{R}] + \frac{1}{6}\pi\rho d^2[\bar{\omega}\bar{V}_c] \quad (1.9)$$

Перша складова рівняння являє силу Стокса, друга складова опору і тертя – додаткові компоненти аеродинамічної сили, зумовлені обертанням потоку. Друга складова, що визначається як $\frac{mW^2}{R}$, є центрострімкою силою об'єму повітря, витисненого частинкою.

Третя складова є поперечною силою, спрямованою під прямим кутом до вектора відносної швидкості сфери в бік обертання потоку. Враховуючи, що $\bar{\omega} = \frac{\bar{W}}{R}$, а $\pi d \bar{\omega}$ являє собою циркуляцію Γ швидкості $\bar{W}$ по контуру середнього перетину частинки, можна записати цю складову як $\frac{1}{6} \rho d \Gamma \bar{V}_c$. Величина $\rho \Gamma \bar{V}_c$ є підйомною силою колового циліндра з діаметром d , обтікаемого прямолінійним потоком зі швидкістю $\bar{V}_c$. При цьому припускається, що складова $\frac{1}{6} \rho \pi d \Gamma \bar{V}_c$ являє собою підйомну силу сфери діаметром d .

Тоді рівняння (1.9) переписується в такому вигляді:

$$\bar{F} = 3\pi\mu d \bar{V}_c - \frac{1}{6} \pi \rho d^3 \omega \frac{\bar{W}^2}{R} + \frac{1}{6} \rho_1 d \Gamma \bar{V}_c, \quad (1.10)$$

де R – радіус обертання потоку.

За умови, що частинка є циліндром із висотою, починаючи від долі міліметра і більше, підйомна сила може оказувати суттєвий вплив на переміщення частинки. Справедливість використання рівняння (1.10) підтверджено експериментами [155].

Здебільшого силу опору повітряного потоку переміщенню частинки визначають за формулою (1.6) для частинок розміром $d_e = 0,5\text{--}8\text{мм}$ і за формулою (1.7) для частинок $d_e = 10\text{--}500\text{мкм}$ (d_e – діаметр кулі, об'єм якої дорівнює об'єму частинки).

Під час дослідження процесів сепарації зернових матеріалів у повітряних потоках для оцінювання можливості частинки чинити опір повітряному потоку були запропоновані різні коефіцієнти: коефіцієнт паріння, коефіцієнт льоту, коефіцієнт вітрильності (вітрильності) та аналітичні вирази. На сьогодні в процесах сепарації зерна за аеродинамічними властивостями найбільше поширення набуло використання коефіцієнта вітрильності [51, 133] як найбільш

інформативного показника аеродинамічних властивостей компонентів зернового матеріалу. Кількісно коефіцієнт вітрильності визначається з рівняння, що описує силову взаємодію частинки з вертикальним рівномірним потоком (коли на частинку діють дві сили тяжіння $G = mg$ та сила опору $R = C(Re) \frac{\rho}{2} S(v - v_n)^2$).

У цьому разі дійсне рівняння руху частинки:

$$m \frac{dv}{dt} = |G - R| \quad (1.11)$$

При цьому можливі три варіанти руху: $R < G$ – частинка рухається донизу; $R > G$ – частинка рухається вгору; $R = G$ – частинка в рівновазі; Початкові умови: $v = 0$; $\frac{dv}{dt} = 0$.

В останньому варіанті швидкість частинки дорівнює швидкості витання $v_n = v_{\text{ВИТ}}$. Тоді $C(Re) \frac{\rho}{2} S v_{\text{ВИТ}}^2 = mg$, звідки

$$k_v = C \left(\frac{Re}{m} \right) \frac{\rho}{2} S = \frac{g}{v_{\text{ВИТ}}^2} = K_V, \quad (1.12)$$

де K_V – коефіцієнт вітрильності.

Співвідношення (1.12) містять усі характеристики частинки у формі параметрів, які нескладно визначити експериментально і які не входять у явній формі в коефіцієнт опору:

$$R = m \frac{g}{v_{\text{ВИТ}}^2} (v_n - v)^2 = m k_v (\bar{v}_n - \bar{v})^2. \quad (1.13)$$

Сила опору при цьому визначається за швидкістю витання. Швидкість витання визначається співвідношенням:

$$v_{\text{ВИТ}} = \sqrt{\frac{2G}{C(Re)\rho S_{\text{М}}}}.$$

Розрахункове визначення швидкості витання ускладнене розрахунком коефіцієнта опору $C(Re)$ величина якого залежить від багатьох факторів [19, 20]. На практиці швидкість витання визначають з експериментів Л. Г. Бабуха та А. А. Шрайбер [19], для вертикального рівномірного потоку використовують таке рівняння руху:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \frac{gm}{v_{\text{ВИТ}}^2} (\bar{v}_n - \bar{v})^c - gm,$$

де сила опору визначається з $K_V^C (\bar{v}_n - \bar{v})^c m$; $K_V^C = \frac{q}{v_{\text{ВИТ}}^2}$ – коефіцієнт вітрильності.

1.4 Виникнення і визначення бокових сил, що діють на тверду частинку

У прямолінійному потоці повітря виникнення підйомної (бокової, поперечної) сили зумовлено неспівпаданням напрямку аеродинамічної сили з напрямком потоку, коли з'являються складові сили як у напрямку потоку – лобовий опір, так і в напрямку, перпендикулярному до потоку – під'ємна або бокова сила. Визначення під'ємної сили належить Н. Е. Жуковському [68, 77]. Він визначив під'ємну силу з урахуванням так званої циркуляції швидкості. Відповідно до теореми Н. Е. Жуковського під'ємна (бокова) сила пропорційна відносній швидкості потоку повітря, що набігає на тіло (циліндр) $v_{\text{ВІД}}$, і циркуляції:

$$\bar{F} = \rho v_{\text{ВІД}} \Gamma, \quad (1.14)$$

де ρ – густина повітря;

$v_{\text{від}} = v_r - v_c$ – відносна швидкість (швидкість обтікання);

Γ – циркуляція.

Виникнення циркуляції швидкості зумовлено дією сил в'язкості, але для пояснення цього явища і кількісного визначення підйомної сили, зумовленої циркуляцією, що виникає, використовується ідеальна, тобто нев'язка рідина. У роботі [133] дано таке пояснення виникнення підйомної сили: якщо на картинку обтікання циліндра рівномірним повітряним потоком ідеальної рідини (рис. 1.2, а) накласти течію навколо циліндра в напрямку часової стрілки (рис. 1.2, б), то отримаємо картину обтікання циліндра за наявності циркуляції. Різниця швидкостей над та під циліндром, яка при цьому виникла, приводить до утворення підйомної сили (рис. 1.2, в). Вектор цієї сили P отримують, повертаючи вектор швидкості основного потоку проти напрямку течії навколо циліндра на 90° .

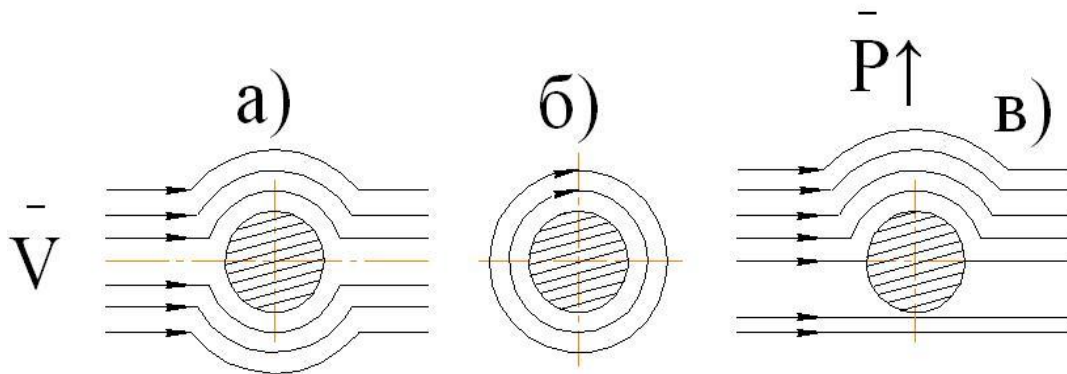


Рис. 1.2. Обтікання циліндра ідеальною рідиною:

а) без підйомної сили; б) циркуляційне обтікання; в) з підйомною силою

До потоку обтікаемого тіла із циркуляцією може бути застосовано рівняння Бернуллі, тобто закони течії нев'язкої, ідеальної рідини:

$$P_1 + \frac{\rho v_1^2}{2} = P_2 + \frac{\rho v_2^2}{2} = \text{const.}$$

Звідки різниця тисків над обтікаємим циліндром і під ним залежно від величин відповідних швидкостей потоку: v_1 – над, v_2 – під циліндром визначається:

$$\Delta P = \frac{\rho}{2} (v_1^2 - v_2^2) = F \cdot \Delta P \quad (1.15)$$

Величина ΔP характеризує підйомну силу F . Циркуляція під час обтікання циліндра рівномірним потоком може бути зумовлена також обертанням рухомого циліндра, так званий ефект Магнуса [155], або несиметричністю профілю тіла або профілю (епюри) швидкості потоку.

Профіль швидкості повітряного потоку в каналах (різної форми перетину) пневмосепарувальних систем має значну нерівномірність [79, 121]. Зі течії повітря в каналах в їхньому поперечному перетині має місце значний градієнт швидкості, що і зумовлює виникнення підйомної бокової сили, яка оказує суттєвий вплив на траєкторію руху частинок [133].

1.5 Сили під час взаємодії твердої частинки зі стінкою каналу

Під час руху повітряного потоку в каналах можуть існувати два суттєво різних режими: ламінарний і турбулентний.

У ламінарному режимі має місце шаровий рух повітря без перемішування. Турбулентний рух виникає за значних величин швидкості повітряного потоку з інтенсивним перемішуванням шарів. Установлено, що один режим течії потоку переходить у другий не раптово. Між ними є перехідна зона, де можливі обидва режими. Однаково для інженерних розрахунків умовно прийнято, що при $Re < 2300$ потік вважається ламінарним, а при $Re > 2300$ – турбулентним.

Невдаючись до детального аналізу руху повітряних потоків у каналах із жорсткими стінками, який наведено в спеціальній літературі [79, 121], запишемо готові формули для опису розподілу швидкостей у поперечному перетині каналу (трубопроводу), які використовуються різними авторами для аналізу процесів переміщення твердих частинок у каналах.

У загальному вигляді розподіл швидкостей повітря в трубопроводі прийнято описувати степеневим законом [79]:

$$v(x) = v_{\max} \left(\frac{x}{R} \right)^{\frac{1}{n(Re)}}, \quad (1.16)$$

де x – відстань від точки, що розглядається, до стінки трубопроводу;

R – радіус трубопроводу (відстань від осі симетрії каналу до стінки);

$n(Re)$ – показник, який є функцією числа Рейнольдса;

$n(Re)$ змінюється в межах 7–10 при зміні числа $Re = 2,3 \cdot 10^3 \div 10^5$.

Більш точний не степеневий, а логарифмічний закон розподілу швидкостей, який є більш універсальним у широкому діапазоні зміни чисел Re . Такий закон визначено Л. С. Лойценським [121] інтегруванням рівнянням Рейнольдса і записано ним у такому вигляді:

$$\frac{v(x)-v_{\max}}{v_d} = \frac{1}{\delta} \left[\ln \left(1 - \sqrt{1 - \frac{x}{h}} \right) + \sqrt{1 - \frac{x}{h}} \right], \quad (1.17)$$

де v_d – динамічна швидкість (визначається експериментально);

δ – коефіцієнт динамічності (залежить від форми каналу);

h – відстань від лінії симетрії каналу до стінки (у разі плоского каналу – половина відстані між стінками).

М. Д. Барський пропонує використовувати формулу А. Альтшуля для опису логарифмічного розподілу швидкостей у вигляді [21, 20]:

$$\frac{v}{v_{\max}} = 1 - 2 \frac{\lg \frac{R}{\lambda}}{\frac{0,975}{\sqrt{\lambda}} + 1,35}, \quad (1.18)$$

де $\lambda = \frac{0,3164}{Re^{0,25}}$ – коефіцієнт опору потоку в каналі [21].

Для повітряного каналу кільцевого перетину М. Шушол [200] використовує таку залежність:

$$\frac{v}{v_{\max}} = \frac{v_d}{\&} \left[\ln \left(1 - \sqrt{\left| \frac{2x}{r_2 - r_1} - \frac{r_1 + r_2}{r_2 - r_1} \right|} \sqrt{\left| \frac{2x}{r_2 - r_1} - \frac{r_2 + r_1}{r_2 - r_1} \right|} \right) \right], \quad (1.19)$$

де $v_d = 0,317$;

r_1, r_2 – радіуси зовнішньої та внутрішньої труб, відповідно.

Нерівномірність поля швидкості в перетині каналу зумовлює поперечний градієнт швидкості $(grad)_x$, наявність якого і приводить до появи бокової (поперечної відносно руху потоку) сили М. Жуковського, визначену ним як під'ємна сила (1.14).

Ф. Г. Зуєвим наведено [77] методику визначення величини бокової сили (типу М. Жуковського), що діє з боку повітряного потоку на нескінчений циліндр радіуса $r_{\text{ц}}$, який переміщується поступально зі швидкістю $\bar{v}$ між двома паралельними нескінченно довгими стінками, яка викладена нижче. При цьому розподіл швидкостей повітряного потоку в поперечному перетині каналів описано степеневою залежністю у вигляді:

$$\bar{v}_{\text{п}}(y) = v_{\max} \left(\frac{y}{b} \right)^{\frac{1}{7}} \bar{i}, \quad (1.20)$$

де b – відстань від стінки до осі каналу;

$\bar{i}$ – одиничний вектор осі X .

За такого розподілу швидкості потоку виникає градієнт швидкості повітря $grad_x v_{\text{від}}$.

Відносна швидкість повітряного потоку:

$$\bar{v}_{\text{вiд}} = \left[v_{\text{max}} \left(\frac{y}{b} \right)^{\frac{1}{7}} \bar{i} - \bar{u} \right], \quad (1.21)$$

де $\bar{u}$ – швидкість частинки.

Для розрахунку величини циркуляції швидкісного поля по контуру нескінченно довгого циліндра відповідно до методики Ф. Г. Зуєва [77] використовується схема розподілу швидкостей (рис. 1.3).

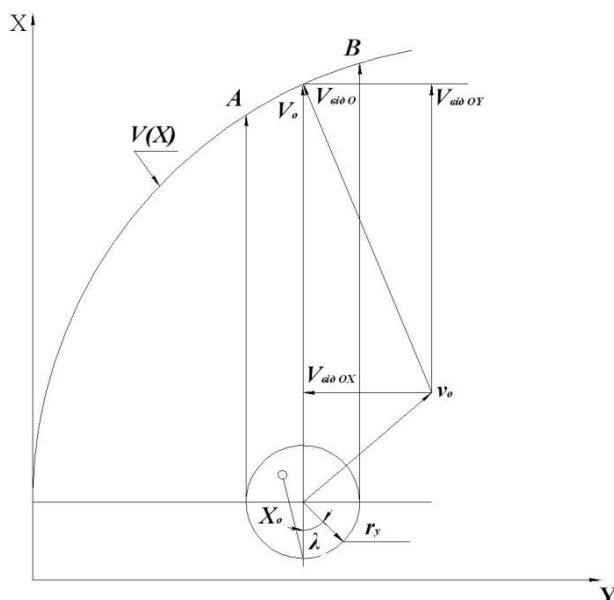


Рис. 1.3. До виводу формули бокових сил, що діють на частинку

Відповідно до схеми величина циркуляції швидкісного поля Γ_1 буде визначатися криволінійним інтегралом:

$$\Gamma_1 = \oint v_{\text{ВіД}} dl = \oint v_{\text{ВіД}_X} dx + v_{\text{ВіД}_Y} dy.$$

На основі формули [58]:

$$\oint v_{\text{вiДx}} dx + \oint v_{\text{вiДy}} dy = \iint_S \left(\frac{\partial v_{\text{вiДy}}}{\partial x} - \frac{\partial v_{\text{вiДx}}}{\partial y} \right) \cdot dx dy,$$

причому

$$\iint_S \frac{\partial v_{\text{вiДx}}}{\partial y} \cdot dx dy = \oint v_{\text{вiДx}} dy.$$

Але оскільки

$$\frac{\partial v_{\text{вiДy}}}{\partial x} = \frac{\partial u_y}{\partial x} = 0,$$

то циркуляцію Γ_1 швидкості по контуру циліндра (див. рис. 1.3) буде визначати інтеграл $\oint v_{\text{вiДx}} dx$.

Для обчислення цього інтеграла його представлено у вигляді:

$$\oint v_{\text{вiДx}} dx = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} f[x(\lambda), y(\lambda)] x' \lambda d\lambda,$$

де λ – кутова координата точки контуру обтікання.

Значення x , y , $v_{\text{вiДx}}$ задані параметрично, а саме:

$$x = r_{\text{ц}}(1 - \cos \lambda); \quad dx = r_{\text{ц}} \sin \lambda d\lambda;$$

$$y = y_0 + r_{\text{ц}} \sin \lambda; \quad dy = r_{\text{ц}} \cos \lambda d\lambda;$$

$$v_{\text{вiДx}} = v_{\text{вiД0x}} + \text{grad}_y v_{\text{вiДx}} r_{\text{ц}} \sin \lambda,$$

де $v_{\text{вiДx}}$ – відносна швидкість потоку на абсцисі центру контура обтікання;
 $\text{grad}_y v_{\text{вiДx}}$ – градієнт швидкості потоку на абсцисі центру контура обтікання.

Значення градієнта $\text{grad}_y v_{\text{вiДx}}$ визначено так:

$$\text{grad}_y v_{\text{вiд}_x} = \frac{\partial v_{\text{вiд}_y}}{\partial x} = \frac{v_{\text{max}}}{7b^{\frac{1}{7}}y^{\frac{6}{7}}},$$

де b – половина ширини каналу.

Припустивши, що на ділянці А – В (що дорівнює діаметру циліндра (рис. 1.3) градієнт є сталою величиною: $\text{grad}_y v_{\text{вiд}_x} = \text{const} = C$, з урахуванням вищенаведеного циркуляція швидкості по коловому контуру визначається так:

$$\Gamma_1 = \oint (v_{\text{вiд}_\text{оx}} + Cr_y \sin \lambda) r_y \sin \lambda d\lambda = v_{\text{вiд}_\text{оx}} r_y \int_0^{2\pi} \sin \lambda d\lambda + Cr_y^2 \int_0^{2\pi} \sin^2 \lambda d\lambda$$

або

$$\Gamma_1 = C\pi r_{\text{ц}}^2.$$

Підставляючи у вираз циркуляції Γ_1 замість C значення градієнта $\text{grad}_y v_{\text{вiд}_x}$, а отримане значення у формулу (1.14), матимемо вираз для визначення бокової (підйомної сили Жуковського) сили, що діє на одиницю довжини циліндра [77]:

$$\bar{F}_{\text{ж}} = \bar{F}_1 = \frac{1}{7} \pi \rho r_{\text{ц}}^2 \left[v_{\text{max}} \left(\frac{y}{b} \right)^{\frac{1}{7}} \bar{i} - \bar{u} \right] \frac{v_{\text{max}}}{7b^{\frac{1}{7}}y^{\frac{6}{7}}}, \quad (1.22)$$

де $\bar{u}$ – швидкість частинки.

Для того, щоб знайти бокову силу $F_1 = F_{\text{ж}}$, що діє на частинку у вигляді сфери з радіусом r_y , необхідно отриманий вираз (1.23) помножити на перпендикулярний розмір частинки, який для сфери дорівнює $\frac{4}{3} r_{\text{ц}}$.

Другим типом сил, що виникають у нерівномірному полі швидкостей повітря в перетині каналу, є бокова сила типу Магнуса, яку зумовлює обертальний рух частинки (як уже зазначалося).

У цьому разі циркуляція Γ_2 швидкості під час обертання циліндра з радіусом $r_{\text{ц}}$ визначається за формулою [77]:

$$\Gamma_2 = 2\pi r_{\text{ц}} v_{\text{від}} = 2\pi r_{\text{ц}}^2 \omega \Gamma_2 = 2\pi r_{\text{ц}} v_{\text{від}} = 2\pi r_{\text{ц}}^2 \omega,$$

де ω – кутова швидкість обертання частинки.

Звідки бокова сила $F_2 \rightarrow F_M$, що зумовлена обертанням частинки (циліндра) і діє на одиницю його довжини, визначається так:

$$\bar{F}_M = \bar{F}_2 = 2\pi\rho \left[v_{\text{max}} \left(\frac{y}{b} \right)^{\frac{1}{7}} \bar{i} - \bar{u} \right] r_{\text{ц}}^2 \omega. \quad (1.23)$$

Для частинки у формі сфери треба домножити цей вираз на $\frac{4}{3}r_{\text{ц}}$:

$$\bar{F}_M = \bar{F}_2 = \frac{8}{3}\pi\rho \left[v_{\text{max}} \left(\frac{y}{b} \right)^{\frac{1}{7}} \bar{i} - \bar{u} \right] r_{\text{ц}}^2 \omega.$$

Напрямок вектора сили $\bar{F}_2 = \bar{F}_M$ спрямований за [155] від того боку обертального тілу, на який напрямок обертання і напрямок вектора потоку співпадають (рис. 1.4).

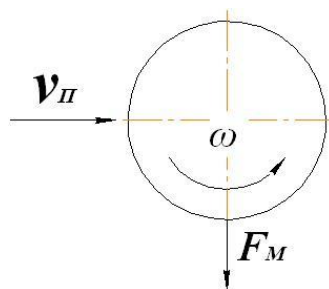


Рис. 1.4. До визначення напрямку дії бокової сили Магнуса

Крім сил, які розглянуто, на частинку в нерівномірному швидкісному полі повітряного потоку діє момент, величина якого визначається силою аеродинамічного опору та її плечем відносно центру мас: У роботі [77] величина цього моменту визначена так.

Припускаючи, що частинка знаходиться в полі аеродинамічних сил, локальна величина яких пропорційна квадрату відносної швидкості в точці, що розглядається, і напрямком яких співпадає з напрямком відносної швидкості, визначають точку, до якої прикладено рівнодійну цих сил. Прийняв степеневий закон розподілу швидкості потоку в перетині, для спрощення розглядається нескінченно довгий нерухомий циліндр, який обдувається плоско-паралельним потоком. На виділений елемент (рис. 1.5) циліндра шириною dy буде діяти сила:

$$dP = Av_{\text{л}}^2 dy,$$

де A – коефіцієнт пропорційності (аналог коефіцієнта аеродинамічного опору;

$v_{\text{л}}$ – локальна швидкість потоку.

Величину сили, що діє на одиницю довжини циліндра, можна записати у вигляді:

$$P = \int_y^{y+dy} Av_{\text{л}}^2 dy = \int_y^{y+dy} A \left[v_{\text{max}} \left(\frac{y}{b} \right)^{\frac{1}{7}} \right]^2 dy = \frac{7Av_{\text{max}}^2}{9b^{\frac{2}{7}}} \left[(y + d_y)^{\frac{9}{7}} - y^{\frac{9}{7}} \right].$$

Координата y_c приложення цієї сили визначається як центр тяжіння площі епюри сил, що діють:

$$y_c = \frac{\int_y^{y+d_y} A \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{1}{7}} v_{\max}^2 y dy}{\int_y^{y+d_y} A \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{1}{7}} dy} = \frac{9 \left[(y + d_y)^{\frac{16}{7}} - y^{\frac{16}{7}} \right]}{16 \left[(y + d_y)^{\frac{9}{7}} - y^{\frac{9}{7}} \right]}.$$

У разі розміщення циліндра біля стінки каналу, тобто при $y = 0$, координата точки прикладання сили буде $y_c = \frac{9}{16} d_y$, а плече сили відносно центру мас – $a = \frac{9}{16} d_y - \frac{1}{2} d_y = 0,125 r_{\text{ц}}$.

Розповсюджуючи отримані залежності на частинку, матимемо, що плече сили змінюється від величини $a = 0,125r$ за розташування її біля стінки до величини $a = 0$ за розташування на осі каналу. Унаслідок більш вирівняного поля швидкостей у турбулентному потоці зміну величини a під час переміщення частинки в поперечному напрямку можна прийняти за лінійним законом, тобто

$$a = 0,125 \frac{r}{b-r} (b - y),$$

де y – координата центру мас частинки.

Величина моменту буде визначатися:

$$M = 0,0625 \pi \rho r^3 \frac{b-y}{b-r} R \left[v_{\max} \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{1}{7}} - U_x \right] \left| v_{\max} \left(\frac{y}{b}\right)^{\frac{1}{7}} - U_x \right|, \quad (1.24)$$

де $U_x = \frac{dx}{dt}$.

А зміна швидкості обертання частинки в часі $\omega(t)$:

$$I \frac{d\omega}{dt} = M; \quad \frac{d\lambda}{dt} = \omega.$$

2) сила, еквівалентна впливу приєднаної маси, що визначає зростаючу інерційність частинки під час нестационарного руху [11]:

$$\bar{F}_M = \frac{1}{2} V_\mu \rho_\Pi \frac{d}{dt} (\bar{V}_\Pi - \bar{V});$$

3) сила інерції (у нерівномірному полі тисків) зумовлена зміною тиску в напрямку руху носійного потоку внаслідок його прискорення [11]:

$$\bar{F}_{\Pi.c} = V_\mu \rho_\Pi \frac{d_a \bar{V}_\Pi}{dt}, \quad \frac{d_a}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \bar{V}_\Pi \bar{V};$$

4) зміна в часі відносної швидкості призводить до виникнення сили інерції частинки, вектор якої спрямований протилежно вектору сили опору [11]:

$$\bar{F}_r = m \frac{d\bar{v}_{\text{від}}}{dt}, \quad \bar{v}_{\text{від}} = \bar{V}_\Pi - \bar{V};$$

5) зміна в часі швидкості потоку $\frac{d\bar{V}_\Pi}{dt}$ зумовлює ще одну інерційну силу [23] частинки, вектор якої спрямований по нормалі до траєкторії:

$$\bar{F}_{r^*} = m \frac{dV_\Pi}{dt}.$$

У криволінійних, закручених та кільцево-обертальних потоках частинка здійснює складний рух під дією таких сил [151, 177]:

- відцентрова сила

$$\bar{F}_{\text{вц}} = m\bar{\omega}(\bar{\omega}R),$$

яка спрямована вздовж радіуса R закруглення потоку;

- реакції частинки, що переходить у потокові шари з меншою швидкістю, на гальмівний вплив середовища

$$\bar{F}_R = m \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial t} R,$$

вектор якої спрямований у напрямку відносної швидкості;

- сила Коріоліса

$$\bar{F}_K = 2\omega(\bar{\omega}\bar{V}_\Pi),$$

спрямована до периферії потоку (до центру обертання);

- за наявності у вихровому потоці радіального стоку повітря до центру вихрової течії аеродинамічна наявна сила [151]

$$\bar{F}_{ap} = 3\pi\mu_\Pi d_e \frac{\Phi}{R},$$

де $\Phi = \frac{Q}{2\pi H}$ – стік на одиницю висоти камери;

- якщо частинки твердого матеріалу несуть електростатичний заряд (який набувають унаслідок механічної електризації або зарядкою в електричному полі [107]) і знаходяться в області дії електричного поля, на них діє сила

$$\bar{F}_e = Q\bar{E},$$

де Q – заряд частинки;

$\bar{E}$ – напруженості електричного поля в каналі,

або електростатична сила, що визначається поляризацією частинок і пропорційна градієнту напруженості електростатичного поля $\frac{dE}{dx}$ та розміру d_e частинки в кубі:

$$\bar{F}_{ec} = \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} E \frac{dE}{dx} d_e^3,$$

де d_e – еквівалентний діаметр частинки.

Сили, що діють на частинку під час взаємодії зі стінками каналу, і між сусідніми частинками. З огляду на положення опису руху частинки як матеріальної точки, в роботі [107] отримані співвідношення, зв'язуючи проекції швидкості частинки на нормаль і дотичну до поверхні перед та після удару частинки по поверхні твердої стінки (рис. 1.6).

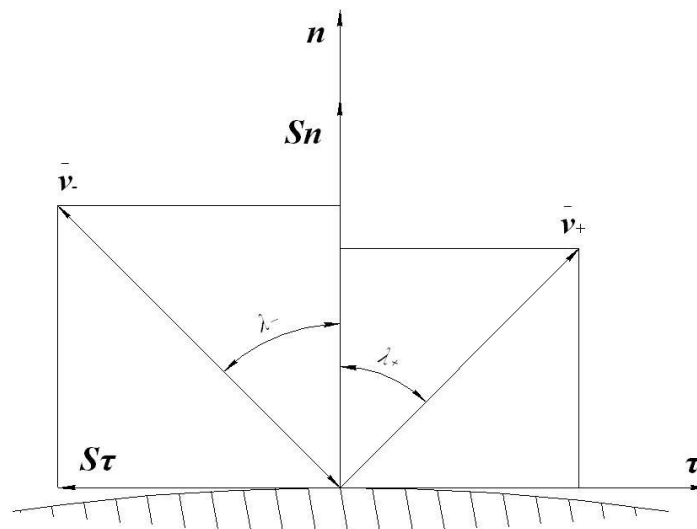


Рис. 1.6. До розрахунку взаємодії частинки з твердою стінкою

Відповідно до теореми про зміну кількості руху в проекціях на нормаль і дотичну до поверхні удару в роботі [107] визначено:

$$\begin{cases} mV_n^+ - (mV_n^-) = S_n \\ mV_\tau^+ - (mV_\tau^-) = S_\tau \end{cases} ,$$

де S_n , S_τ – нормаль і дотична проєкції імпульсу ударної сили, а індекси «+» та «-» відповідають стану частинки до і після удару.

Коефіцієнт відновлення (поновлення) швидкості частинки під час нормального удару $\bar{\lambda} = \frac{\pi}{2}$ визначають за формулою [107]: $K_y = \frac{|V_n^+|}{V_n^-}$. Припустимо, що складова імпульсу ударної сили, зумовленої тільки силою сухого тертя і зв'язаної з нормальною складовою очевидним співвідношенням, відповідно до закону тертя Кулона: $S_\tau = f S_n$. (де f – коефіцієнт тертя), тоді з вищенаведеної системи рівнянь отримаємо за [107]:

$$\begin{aligned} V_n^+ &= K_y V_n^-; \\ V_\tau^+ &= V_\tau^- - f(K_y + 1)V_n^-; \\ \lambda^+ &= \arctan \left[\tan \lambda^- - \frac{f(K_y + 1)}{K_y} \right]. \end{aligned}$$

З отриманих співвідношень можуть бути розраховані швидкості та напрямки відхилення траєкторій під час зіткнення частинки із сіткою.

У роботі [107] силу удару частинки об стінку визначають за формулою:

$$\bar{F}_y = f(1 + K_y)m \frac{\bar{v}_n}{\Delta\tau},$$

де $\Delta\tau$ – тривалість контакту.

У роботах О. С. Матвєєва [121, 124] зіткнення частинки зі стінкою (вертикальний повітряний канал) враховується складовими (проєкціями) швидкостей частинки, що різко змінюються. Проєкції швидкості частинки після рикошету на осі прямокутних координат визначені такими рівняннями:

$$U_{x_1} \left(|x| = \left(r - \frac{d}{2} \right) = U_{x_k} \left(0,67 - 0,0122 \sqrt{U_{x_k}^2 + U_{y_k}^2} \right) \right);$$

$$U_{y_1} \left(|x| = \left(r - \frac{d}{2} \right) = U_{y_k} \left(1 - 0,4 \frac{U_{y_k}}{\sqrt{U_{x_k}^2 + U_{y_k}^2}} \right) \right),$$

де d – діаметр частинки;

r – відстань від стінки до осі каналу;

$U_{x_k}, U_{y_k}, U_{x_1}, U_{y_1}$ – складові (проекції) швидкості руху частинки в момент удару об стінку та після зіткнення (відскоку від стінки).

У роботі Ф. Г. Зуєва [77] детально розглянуто питання зменшення швидкості частинки внаслідок удару об стінку для проточних повітряних матеріалопроводів у разі неповністю пружного удару з врахуванням дії моменту інерції та надання частинці обертального руху. У разі удару з ковзанням сила тертя в період удару визначається за формулою:

$$\bar{F}_\tau = m \frac{U_{n_1} (K + 1) f}{\Delta t}.$$

Сила удару частинки об іншу частинку в роботі [108] визначена такою формулою:

$$\bar{F}_{yr} = (1 - K^2) \frac{mm'}{2(m + m')} \frac{(\bar{v} - \bar{v}')}{\Delta \tau},$$

де K – коефіцієнт поновлення (встановлення) швидкості після удару;

$m', \bar{v}'$ – маса та швидкість співударяємої частинки.

Більш детально сили взаємодії частинок між собою визначено й проаналізовано в роботі Е. Алієва [11] і розглянуто нижче в аналізі

математичних моделей руху зернівок у повітряних каналах розділяльних установок.

1.6 Диференціальні рівняння руху твердих частинок у повітряному потоці

У каналах повітряних сепараторів рухається двофазний потік, що містить дисперсну фазу – компоненти зернового матеріалу, які різняться за аеродинамічними властивостями. Оскільки об’ємна концентрація частинок у потоці зазвичай незначна, то прийнято розглядати рух твердих частинок, що не взаємодіють, різних розмірів і з різною вагою як у монодисперсному потоці. Для визначення можливостей поділу (розділення) твердих частинок (за аеродинамічними властивостями) на окремі фракції та виведення їх із зони сепарації каналу необхідно розраховувати траєкторії їхнього руху в каналах.

У вивченні руху твердої (ізольованої) частинки основним є диференціальні рівняння руху її центру маси, засновані на балансі сил, що діють на частинку в полі сили тяжіння та полі гідродинамічних сил:

$$(1 + \xi)m \frac{d\bar{V}}{dt} = \sum \bar{F}_i; \quad \bar{V} = \frac{d\bar{r}}{dt}, \quad (1.25)$$

де ξ – коефіцієнт приєднаної маси;

m – маса частинки;

$\bar{V}$ – вектор абсолютної швидкості частинки;

$\sum \bar{F}$ – сума векторів сил, що діють на частинку;

$t, \bar{r}$ – швидкість і радіус вектора частинки.

На основі аналізу силової взаємодії твердої частинки з повітряним потоком, проведеним у фундаментальних роботах [77, 177], загалом суму сил, що діють на частинку в стаціонарному нерівномірному потоці, можна

визначити без урахування сил, які мало впливають на переміщення частинки, порівнюючи з основними силами, сума яких визначається так:

- для прямолінійного потоку

$$\sum \bar{F}_i = \bar{G} + \bar{R} + \bar{F}_{\text{ж}} + \bar{F}_{\text{М}} + \bar{P} + \bar{F}_{\text{ін}(-)}; \quad (1.26)$$

- для криволінійного, закрученого потоку

$$\sum \bar{F}_i = \bar{G} + \bar{R} + \bar{F}_{\text{вд}} + \bar{F}_{\text{к}} + \bar{F}_{\text{ін}(+)} \quad (1.27)$$

де G – сила тяжіння;

R – сила аеродинамічного опору;

$\bar{F}_{\text{ж}}$ – бокова (підйомна) сила Жуковського;

$\bar{F}_{\text{М}}$ – сила ефекту Магнуса;

$\bar{F}_{\text{ін}(-)}, \bar{F}_{\text{ін}(+)}$ – рівнодійні інших сил;

$\bar{P}_1$ – сила опору повітряному потоку, що виникає під час переміщення частинки в перпендикулярному до нього напрямку;

$\bar{F}_{\text{вд}}$ – відцентрова сила;

$\bar{F}_{\text{к}}$ – сила Коріоліса.

До інших сил можуть бути віднесені сили взаємодії між частинками і стінками каналу та електричні сили, що діють на частинку під час накладання електричних полів (різного роду).

Для складання повного математичного опису динаміки руху частинки або математичної моделі процесу повітряної сепарації рівняння (1.25)–(1.27) доповнюються початковими та граничними умовами (умови вводу) при $t = 0$; $\bar{V} = \bar{V}_0$; $\bar{r} = \bar{r}_0$:

- рівнянням, що описує поле швидкостей повітряного потоку

$$\bar{V}_{\text{н}} = W_{\text{п}}(r); \quad (1.28)$$

- рівнянням моменту, що діє на частинку

$$I \frac{d\omega}{dt} = M; \quad \frac{d\lambda}{dt} = \omega; \quad IM = md_r^2, \quad (1.29)$$

де M – величина моменту, яка визначається силою аеродинамічного опору і плечем відносно центру мас (через який проходять лінії дії бокових сил $\bar{F}_M, \bar{F}_J$ та сила опору $\bar{P}_1$ потоку, що виникає під час переміщення частинки в нормальному до потоку напрямку).

Для визначення (розрахунку) траєкторії руху частинки рівняння (1.25), (1.26) записують у проєкціях на осі координат: прямокутних або полярних (для закручених потоків), утворюючи замкнену систему диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} m \frac{d^2x}{dt^2} = G_x + R_x + F_{M(x)}(y) + F_{J(x)}(y, \omega) \\ m \frac{d^2y}{dt^2} = G_y + R_y + F_{M(y)} + F_{J(y)} \end{cases} \quad (1.30)$$

з граничними і початковими умовами: $t = 0; \quad x = x_0; \quad y = y_0; \quad \frac{dx}{dt} = v_{x0};$

$$\frac{dy}{dt} = v_{y0}.$$

2. ОГЛЯД МАТЕМАТИЧНИХ МОДЕЛЕЙ РУХУ КОМПОНЕНТІВ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ В ПОВІТРЯНИХ КАНАЛАХ ЗЕРНОСЕПАРАТОРІВ

2.1 Види та схемні особливості пневмосистем розділяльних апаратів (сепараторів)

Практична реалізація фракціонування компонентів зернового матеріалу в будь-якому пневмосепараторі потребує:

- створення у вихідному дисперсному (сипкому) матеріалі таких умов, коли частинки компонентів можуть переміщатися між собою (відокремлено одна від іншої), подолавши сили сухого тертя і щеплення;
- створення альтернативних сил поділу, прикладених до кожної частинки, що по-різному залежать від їхніх розмірів (маси, густини) і мають між ними певний кут (різна спрямованість векторів сил);
- забезпечення пофракційного відводу розділених частинок за межі зони поділу.

Характер динамічної взаємодії компонентів зернового (сипкого) матеріалу з повітряними потоками, що визначає ефективність розділення матеріалу, залежить від співвідношення дії двох груп сил: масових та аеродинамічних (сили потоку). У цьому сенсі розділяльні установки можна класифікувати (підрозділити) за видом альтернативних сил, призначених для розсіювання частинок (за аеродинамічними властивостями) у просторі.

У повітряних (аеродинамічних) сепараторах одна сила – аеродинамічний опір частинок потоку; при цьому сила опору пропорційна величині розміру частинки в степені n (d^n), де n – залежно від режиму обтікання має значення від 1 до 2. Друга сила, яка діє на частинку, повинна залежати від розміру в степеню, що знаходиться за межами цього інтервалу. Зазвичай це – масові сили різної природи, загальним для яких

є пропорційність об'єму частинки, тобто величині d^3 (розміру частинки в третьому степені).

За взаємною спрямованістю аеродинамічної та масової сили пневмосепаратори можна поділити на протитечієві (гравітаційні) та інерційні.

У протитечієвих сепараторах альтернативні сили спрямовані в протилежних напрямках, тобто утворюють кут 180° .

У тих випадках (схемах), коли альтернативні сили складають постійний або змінний кут, що відрізняється від 180° , визначальним фактором розділення частинок виступають інерційні ефекти, найчастіше сили інерції відносно руху. Тому такі сепаратори відносять до інерційних.

Найбільш природно як масову силу поділу використовувати силу тяжіння. Основані на дії сили тяжіння сепаратори називають гравітаційними або пневмогравітаційними.

На рисунку 2.1 наведено схему простого гравітаційного сепаратора (рис. 2.1, а) та пневмогравітаційного класифікатора (рис. 2.1, б).

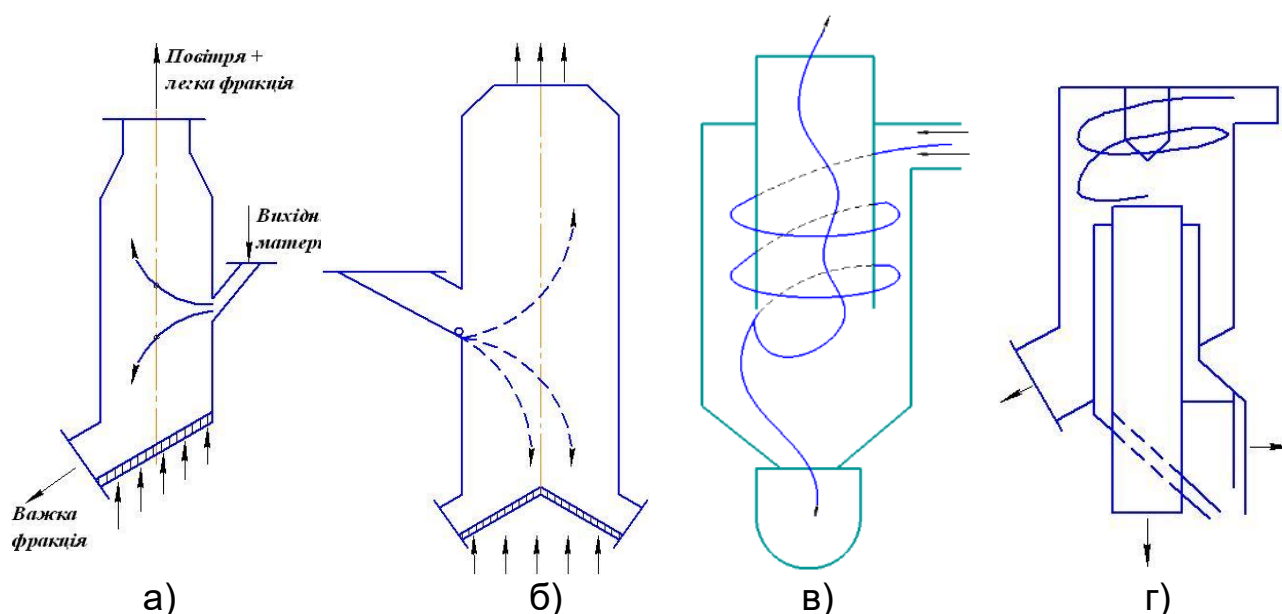


Рис. 2.1. Схеми пневмогравітаційних (а, б) та циклонних сепараторів (в, г)

Вихідний матеріал подається у висхідний повітряний потік, переходить у стан проточного газодисперсного потоку, після чого легкі (дрібні) частинки під дією сили аеродинамічного опору виносяться разом із повітрям у систему вловлювання «легкого» продукту, а крупні (важкі) під дією переважальних сил тяжіння – в нижню частину пневмоканалу, звідки поступають в осаджувальну камеру. Таким способом здійснюється поділ компонентів на легкі та важкі фракції. За таким принципом працюють пневматичні (пневмогравітаційні) очищувачі зерна від легких і дрібних домішок.

Пневмогравітаційний класифікатор (рис. 2.1, б) використовує розділення траєкторій частинок компонентів зернового потоку під дією різних співвідношень аеродинамічних і гравітаційних сил та параметрів вводу (кута і швидкості) матеріалу у висхідний потік.

Для поділу дрібних компонентів необхідно значно підвищувати дію масових сил, порівнюючи із силою тяжіння. Цього можна досягти використанням відцентрових сил інерції переносного руху, що виникають під час обертання повітряного потоку.

Схема відцентрового повітряного сепаратора циклонного типу наведена на рисунку 2.1, в. Вихідний матеріал разом із повітрям подається тангенціально в циліндричну камеру із центральною (осьовою) вихлопною трубою. Повітря, лишаючись закрученим, переміщується до осі камери і відводиться через вихлопну трубу. Частинки в потоці знаходяться під дією відцентрових сил, спрямованих до периферії (стінок корпусу) та сил аеродинамічного опору, спрямованих до осі камери. Для дрібних частинок переважають сили аеродинамічного опору і вони виділяються разом із повітрям через вихлопну трубу, а для крупних (важких) переважають відцентрові сили і частинки осаджуються на циліндричну стінку камери та під дією тяжіння сповзають донизу в збиральний бункер.

Але різницю (розділення) траєкторій руху можливо використовувати для фракціювання компонентів дрібного насінневого матеріалу. Використовують її здебільшого для виділення твердих частинок із повітряного потоку

Аеродинамічна схема такої установки (рис. 2.1, г) дозволяє реалізувати поділ щонайменше на три фракції.

В усіх схемах повітряних сепараторів за механічної подачі матеріалу (аеродинамічна подача передбачає введення матеріалу в камеру (канал) разом із повітрям у режимі пневмотранспорту) існує в зоні поділу ділянка, на якій матеріал переходить із концентрованого стану (струменя) в стан безперервного прохідного повітрянодисперсного потоку. У цій зоні концентрація матеріалу набагато більша середнього об'ємного значення. Для пришвидшення розсіювання частинок матеріалу в повітряному потоці можна використовувати активну механічну подачу матеріалу в сепаратор, тобто не просто засипання матеріалу в потік, а обертальним лопатевим барабаном або обертальним розкидальним диском (тарілкою) (рис. 2.2.).

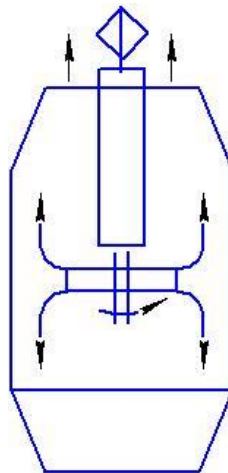


Рис. 2.2. Схема пневмовідцентрового сепаратора з розкидним диском

Якщо альтернативні сили розділення, в принципі, займають не протилежні напрямки, а під певним кутом $\lambda \neq 180^\circ$, то визначальними

стають інерційні ефекти під час переміщення частинок, а сепарацію (фракціонування) називають інерційною. Аеродинамічні схеми інерційної сепарації набули значного різноманіття, порівнюючи з пневмогравітаційними, завдяки тому, що крім природної дії масових сил багато важить їхнє орієнтування відносно напрямку сил аеродинамічного опору.

Схеми найпростіших типів інерційних сепараторів вкидального типу (рис. 2.3, а, б) та поворотного типу (рис. 2.3, г) наведені нижче.

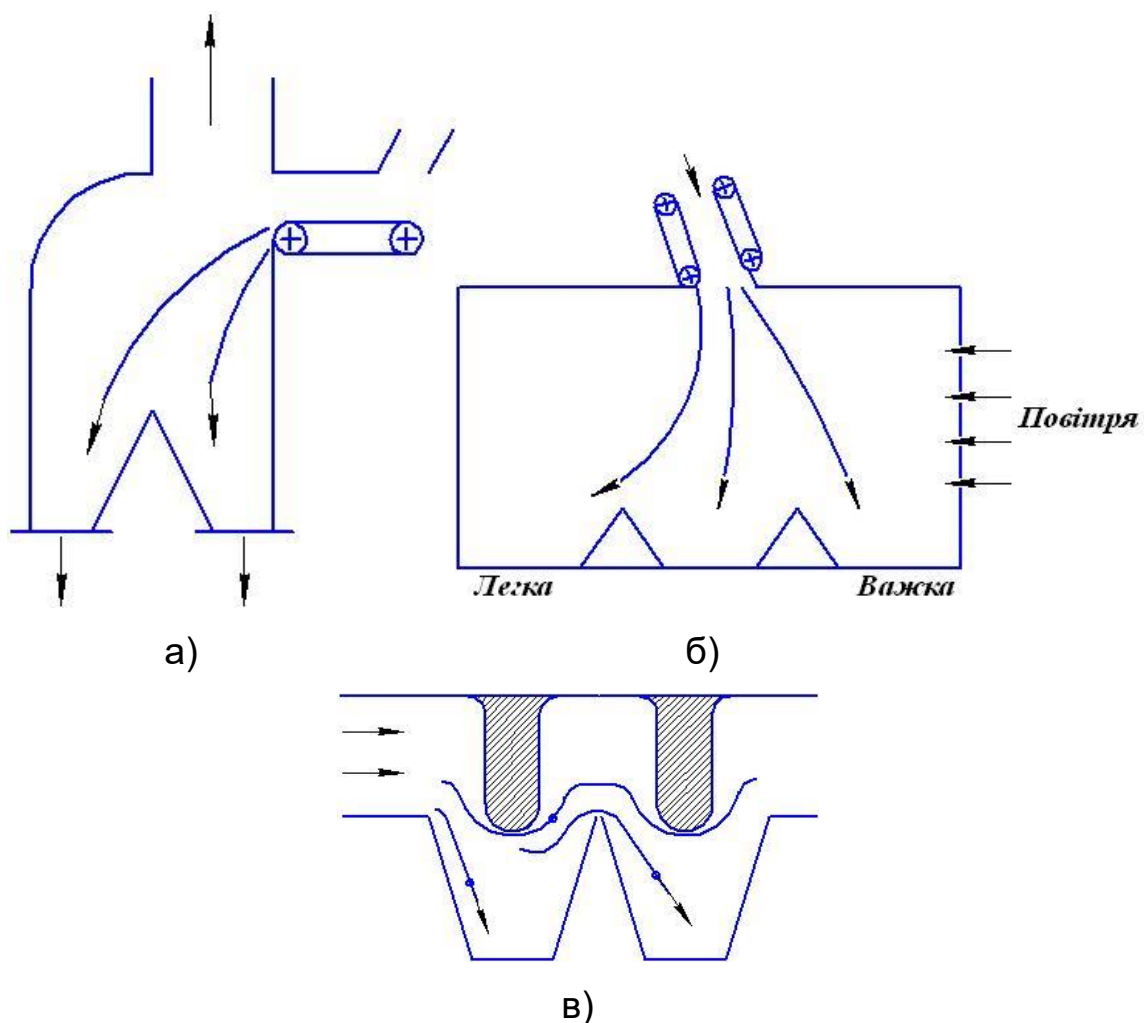


Рис.2.3. Схеми пневмоінерційних сепараторів:

- а) з вертикальним каналом; б) з горизонтальним каналом;
 в) з поворотом двофазного потоку; г) з пневмозваженим шаром

Вихідний матеріал викидається у висхідний повітряний потік (вертикальний канал) транспортером-завантажувачем; крупні (важкі) частинки завдяки більшій інерції пролітають відстань більшу від дрібних (легких), в яких сили інерції менші, і в нижній частині каналу розділяються перегородкою й виводяться ззовні у вигляді двох фракцій.

Особливо ефективно використовувати інерційний принцип поділу матеріалу на фракції за протитечієвого вводу матеріалу в горизонтальний або нахилений повітряний канали. У противотоці збільшується відносна швидкість руху частинок і відповідна сила опору потоку. Процес поділу відбувається частіше. Крім того, є можливість поділу на декілька фракцій (рис. 2.3, б).

Інерційна сепарація може відбуватися в будь-якому місцевому опорі повітрянодисперсному потоку, оскільки завдяки різній інерційності частинок різного об'єму (маси) за зміни швидкості руху повітряної фази як за величиною, так і за напрямком відбувається розсіювання (розшарування потоку) частинок за їхніми інерційними властивостями.

Найчастіше для цього використовують поворот потоку, де додатково починають діяти відцентрові сили. Аеродинамічна схема такого сепаратора, в якому використовується подвійна (двократна) зміна напрямку руху носійного потоку наведена на рисунку 2.3, в.

Детальна класифікація способів і засобів інерційної сепарації дисперсних матеріалів у повітряних потоках наведена в роботі С. Г. Ушакова і Н. І. Зверєва [183], а опис і методи розрахунку спеціальних типів інерційних сепараторів-пиловловлювачів – у роботі [177].

Одним із спеціальних видів класифікаторів у практиці сепарації зерна в повітряних потоках є електросепаратори (рис. 2.4) [84, 107].

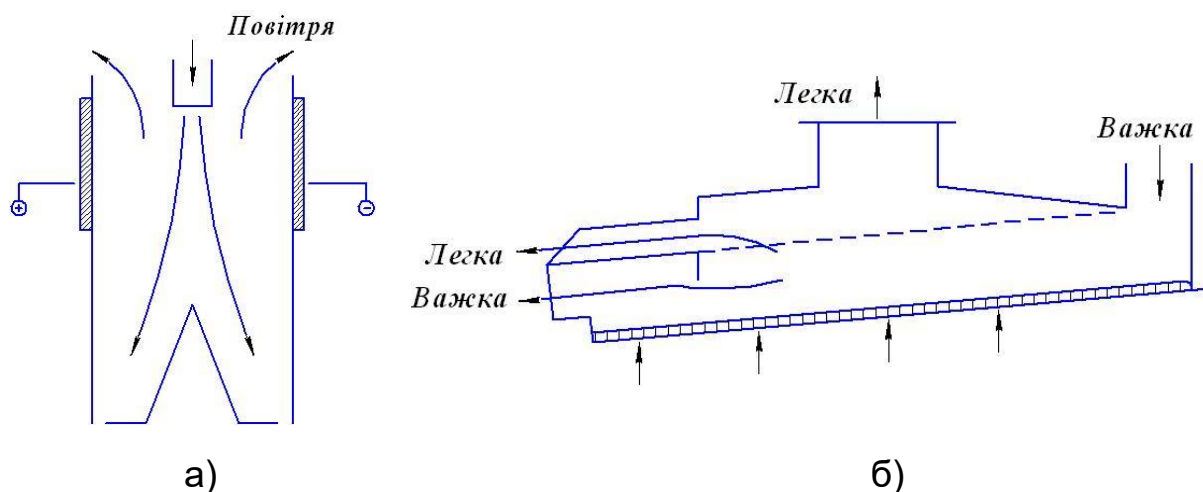


Рис. 2.4. Схеми електростатичних сепараторів

Наелектризовані (заряджені будь-яким способом) частинки рухаються у висхідному повітряному потоці в режимі протитечії за дії поперечної сили електростатичного поля, яка призводить до різного відхилення від вертикальної траєкторії частинок різного розміру. Накладання електричного поля на повітрянодисперсний потік є ефективним принципом інтенсифікації поділу компонентів зернового матеріалу в пневмогравітаційних класифікаторах та інерційних сепараторах [84, 107].

Класифікатори (пневмосепаратори) з киплячим шаром [128] за взаємною орієнтацією сил, які визначають розділення частинок на фракції щонайменше «легку» і «важку», відносять до пневмогравітаційних сепараторів, схеми яких наведено на рисунках 2.5 та 2.6.

Вхідний матеріал подається на продуваему носійним повітряним потоком решітку, внаслідок чого на ній утворюється «псевдозріджений», киплячий шар. «Легкі» частинки спливають угору до поверхні шару матеріалу, а «важкі» занурюються вглиб шару. У процесі переміщення вздовж нахиленої до горизонту решітки нижня частина шару «важких» частинок виводиться в патрубок виводу крупних фракцій, а верхня (умовно) частина шару розподільною пластиною відокремлюється і

виводиться через патрубок легкої фракції. Пиловидні фракції видаляються разом із повітрям через вихлопну трубу.

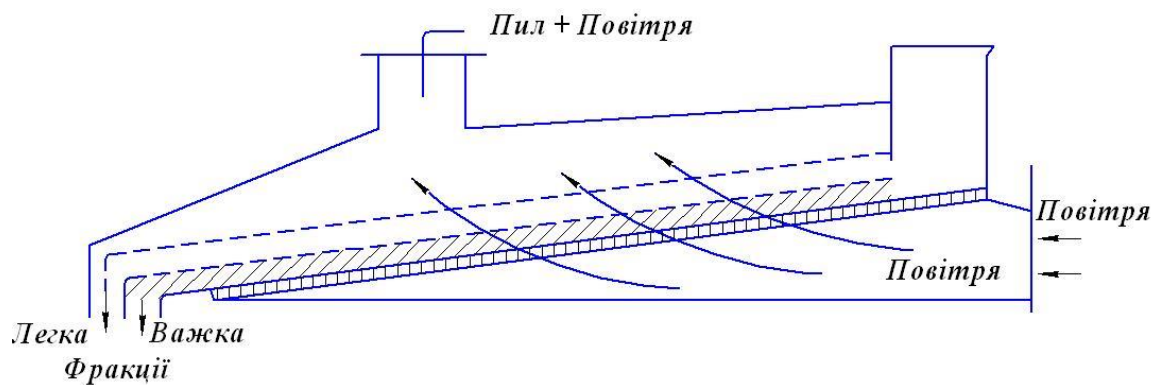


Рис. 2.5. Схема сепаратора з киплячим шаром зернового матеріалу

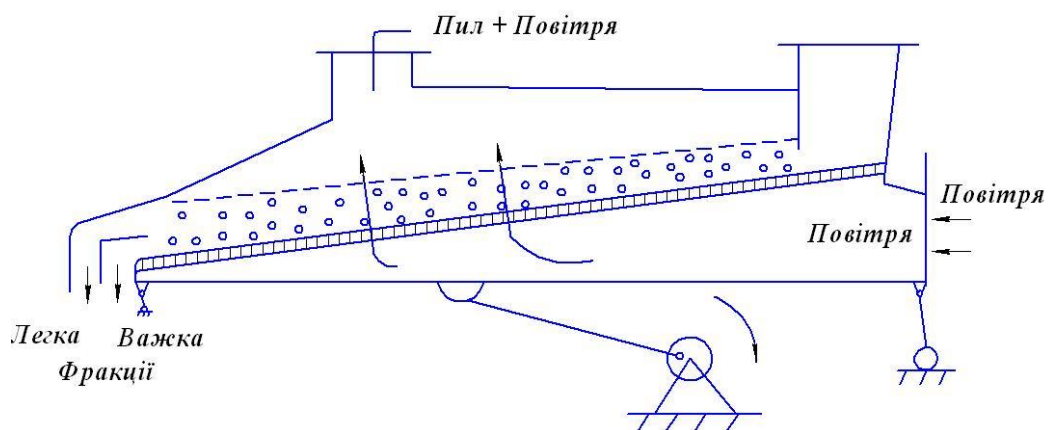


Рис. 2.6. Схема сепаратора з вібропсевдозрідженим шаром зернового матеріалу

Для збільшення ефективності поділу зернового матеріалу на фракції за питомою вагою R опорній недеформованій поверхні (решітці) надають зворотно-поступальний рух (кругові коливання за гармонійним законом). У цьому разі використовують додатково інерційні ефекти (сили інерції коливного руху). Така група сепараторів називається вібропневматичними класифікаторами (схема на рис. 2.6). За таким принципом функціонують пневмостоли.

Конструкційні особливості кожної групи сепараторів спрямовані переважно на підвищення ефективності із забезпеченням чіткості поділу компонентів зернового матеріалу на товарні фракції.

2.2 Математичний опис руху частинки зернового матеріалу з повітряними потоками в пневмоканалах

Створення високоефективних засобів для сепарації зернових матеріалів із використанням повітряних потоків (повітряної сепарації) потребує знання сутності механіки процесу розділення компонентів зернового потоку повітряним потоком, а саме закономірностей руху частинок у повітряному потоці різної спрямованості. Складність та недостатня вивченість цього процесу не дозволяють вирішити питання руху частинки з урахуванням усіх факторів: нерівномірності швидкісного поля повітряного потоку, умов подачі матеріалу в повітряний потік, густини, форми і розміру частинок та інших властивостей зернівок і повітря. Тому під час аналітичного формулювання математичного опису (математичних моделей) процесу повітряної сепарації приймається ряд припущень, що ідеалізують процес (основним з яких є розгляд ізольованої частинки в рівномірному повітряному потоці), які дозволяють у першому наближенні оцінити вплив окремих факторів на переміщення частинок, визначити характер траєкторій залежно від властивостей частинки (маса, густина, коефіцієнт аеродинамічного опору).

Далі розглядаються сучасні підходи до складання математичного опису (рівняння транспортування частинок у рухомому повітряному середовищі) процесів повітряної сепарації зернових матеріалів.

Використовуючи принципи динаміки вільного руху матеріальної точки, припускають при цьому, що прикладеними до частинок силами є сили тяжіння $G = mg$ та опору повітря R , пропорційна модулю відносної швидкості в певному степені n :

$$\bar{R} = -K_0(|\bar{V}_q - \bar{V}_n|)^n, \quad (2.1)$$

де K_0 – коефіцієнт опору;

$\bar{V}_q$ – вектор швидкості частинки;

$\bar{V}_n$ – вектор швидкості повітря;

n – показник степеня ($n = 1, \dots, 2$), який визначається режимом обтікання частинки повітрям.

П. М. Василенком [36, 37] сформульовано математичну модель руху частинки в рівномірному повітряному потоці у вигляді диференціальних рівнянь у проєкціях на осі декартових координат:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -k_c \frac{U_x^n + U_y^n + U_z^n}{V} U_x, \text{ де } U_x = \dot{x}_r - \dot{x}_c \\ m\ddot{y} = -k_c \frac{U_x^n + U_y^n + U_z^n}{V} U_y, \text{ де } U_y = \dot{y}_r - \dot{y}_c ; \\ m\ddot{z} = -k_c \frac{U_x^n + U_y^n + U_z^n}{V} U_z, \text{ де } U_z = \dot{z}_r - \dot{z}_c \end{cases} \quad (2.2)$$

$$\bar{V} = \sqrt{U_x^2 + U_y^2 + U_z^2},$$

$$\text{де } \dot{x}_r = \frac{dx}{dt}; \dot{y}_r = \frac{dy}{dt}; \dot{z}_r = \frac{dz}{dt}; \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}; \ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}; \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2};$$

$\dot{x}_c, \dot{y}_c, \dot{z}_c$ – проєкції швидкості повітря на осях x, y, z ;

k_c – коефіцієнт аеродинамічного опору.

Силу аеродинамічного опору частинки, як показав аналіз літературних джерел та фахових публікацій [12, 51, 122, 133, 19], у теорії повітряної сепарації прийнято визначати за напівемпіричною формулою, що відповідає Ньютонівському руху:

$$R = \xi(Re) S'_m \frac{\rho \cdot U^2}{2}, \quad (2.3)$$

де $\xi(Re)$ – коефіцієнт опору як функція числа Рейнольдса;

S'_m – міделев перетин частинки;

ρ – густина повітря;

U – відносна швидкість руху частинки (швидкість обтікання), $U = \overline{v_n} - \overline{v_u}$,

$\overline{v_n}$ – швидкість повітря, $\overline{v_u}$ – швидкість частинки.

У цьому разі вектор сили опору в рівнянні (2.1) набуває вигляду:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -k_c(\dot{x}_r - \dot{x}_c) \sqrt{(\dot{x}_r - \dot{x}_c)^2 + (\dot{y}_r - \dot{y}_c)^2 + (\dot{z}_r - \dot{z}_c)^2} \\ m\ddot{y} = -k_c(\dot{y}_r - \dot{y}_c) \sqrt{(\dot{x}_r - \dot{x}_c)^2 + (\dot{y}_r - \dot{y}_c)^2 + (\dot{z}_r - \dot{z}_c)^2} \\ m\ddot{z} = -k_c(\dot{z}_r - \dot{z}_c) \sqrt{(\dot{x}_r - \dot{x}_c)^2 + (\dot{y}_r - \dot{y}_c)^2 + (\dot{z}_r - \dot{z}_c)^2} \end{cases} \quad (2.4)$$

Для транспортування твердої частинки в нахиленому потоці з рівномірним полем швидкостей (за умовами дії двох сил $\overline{G_T}$ та $\overline{R}$) П. М. Заїкою [69] сформульована математична модель у вигляді системи диференціальних рівнянь у проєкціях на осі декартових координат $OXYZ$:

$$\begin{cases} -m\ddot{x} + R_x = 0; \quad R_x = -R \cos(\widehat{\overline{V}_r; \dot{x}}) = \frac{V_{rx}}{|\overline{V}_r|} \\ -m\ddot{y} + R_y = 0; \quad R_y = -R \cos(\widehat{\overline{V}_r; \dot{y}}) = \frac{V_{ry}}{|\overline{V}_r|} \\ -m\ddot{z} + R_z = 0; \quad R_z = -R \cos(\widehat{\overline{V}_r; \dot{z}}) = \frac{V_{rz}}{|\overline{V}_r|} \\ V_{rx} = V_{ax} - U_x; \quad V_{ry} = V_{ay} - U_y; \quad V_{rz} = V_{az}; \\ |\overline{V}_r| = \sqrt{(V_{ax} - U_x)^2 + (V_{ay} - U_y)^2 + V_{az}^2} \\ V_{ax} = \frac{dx}{dt}; \quad V_{ay} = \frac{dy}{dt}; \quad V_{az} = \frac{dz}{dt}; \quad \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}; \quad \ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}; \quad \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2} \end{cases}$$

У роботі В. Л. Злочевського [73] на основі аналізу силової взаємодії частинки (рис. 2.7.) з повітряним потоком, швидкісне поле якого характеризується функцією $\overline{V} = v_x \bar{i} + v_y \bar{j} + v_z \bar{k}$, а параметри частинки залежать від постійних величин (a_1, a_2, a_3), якими можуть виступати

орієнтація частинки, швидкість її обертання, крутний момент та інші показники.

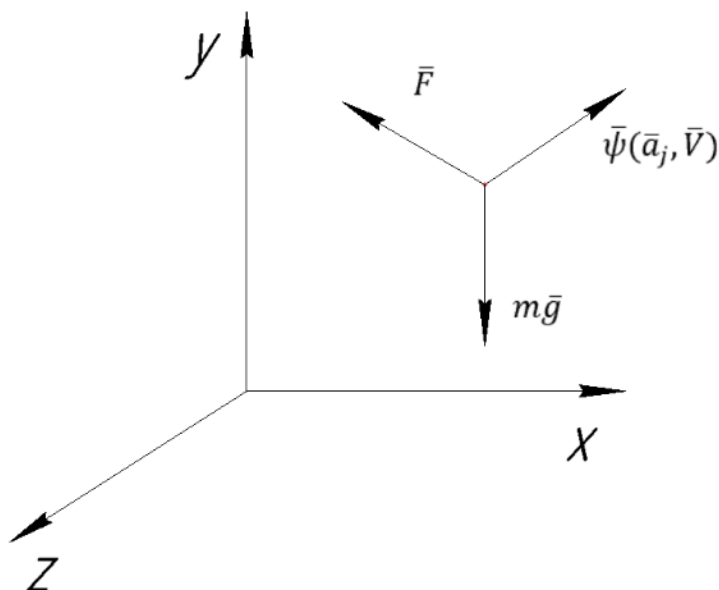


Рис. 2.7. Схема сил, що діють на зернівку

Сила опору залежить від дії додаткової сили $A(t)$, яка є функцією від $\bar{\psi} = \psi(a; \bar{v})$ (де $\bar{v}$ – швидкість обтікання частинки). Сформульована математична модель у вигляді такої системи рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \lambda \sigma_x(t) [V_x(t) - \dot{X}(t)]^2 + \frac{\psi_x(\vec{a}, \vec{V})}{m} \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -g \cdot \lambda \sigma_y(t) [V_y(t) - \dot{Y}(t)]^2 + \frac{\psi_y(\vec{a}, \vec{V})}{m} \\ \frac{d^2z}{dt^2} = \lambda \sigma_z(t) [V_z(t) - \dot{Z}(t)]^2 + \frac{\psi_z(\vec{a}, \vec{V})}{m} \end{cases}, \quad (2.6)$$

$$\text{де } \lambda = K\rho \frac{g}{2m} = \frac{g}{V_{\text{ВИТ } i}^2};$$

$$\sigma_x = V_x(t) \pm \dot{X}(t)x = \frac{dx}{dt};$$

$$\sigma_y = V_y(t) \pm \dot{Y}(t)y = \frac{dy}{dt};$$

$$\sigma_z = V_z(t) \pm \dot{Z}(t)z = \frac{dz}{dt},$$

за таких початкових умов: $t = 0$; $x(0) = 0$; $y(0) = 0$; $z(0) = 0$;

$$\frac{dx}{dt|t} = \dot{x}_0 \frac{dy}{dt|t} = \dot{y}_0 \frac{dz}{dt|t} = \dot{z}_0; \psi \frac{\lambda}{x,y,z} \frac{(\vec{a}, \vec{v})}{m} = \text{const.}$$

Нехтуючи проміжними викладами та перетвореннями, викладеними в [73], наведемо кінцевий розв'язок системи рівнянь (2.6) за умови $\psi(\vec{a}_0, \vec{v})$, $v_x, v_y, v_z = \text{const}$ у вигляді:

- для зміни швидкості руху частинки (в часі) в проєкціях по осях x, y, z

$$\dot{x}(t) = V_x - \frac{\sigma_x(0)|V_x - \dot{X}_0|}{1 + \lambda t|V_x - \dot{X}_0|}; \quad (2.7)$$

$$\dot{y}(t) = V_y - \lambda^{-1} \sqrt{\lambda g} \frac{K_0 \exp(2t\sqrt{\lambda g}) - 1}{K_0 \exp(2t\sqrt{\lambda g}) + 1}; \quad (2.8)$$

$$\dot{z}(t) = V_z - \frac{\sigma_z(0)|V_z - \dot{Z}_0|}{1 + \lambda t|V_z - \dot{Z}_0|}; \quad (2.9)$$

- для переміщення частинки (в часі)

$$x(t) = V_x t - \lambda^{-1} \sigma_x(0) \ln(1 + \lambda t|V_x - \dot{X}_0|);$$

$$y(t) = (V_y - \lambda^{-1} \sqrt{\lambda g})t - \lambda^{-1} \ln \frac{K_0 \exp(2t\sqrt{\lambda g}) + 1}{K_0 + 1};$$

$$z(t) = V_z t - \lambda^{-1} \sigma_z(0) (1 + \lambda t|V_z - \dot{Z}_0|),$$

$$\text{де } \sigma_x = \begin{matrix} 1V_x > \dot{X}(t) & V_x > \dot{X}_0 \\ -1V_x < \dot{X}(t) & V_x < \dot{X}_0 \end{matrix};$$

$$\lambda = \frac{g}{V_{\text{ВІТ}}^2};$$

$$K_0 = \frac{\lambda^{-1} \sqrt{\lambda g} + V_y - \dot{y}_0}{\lambda^{-1} \sqrt{\lambda g} + V_y + \dot{y}_0};$$

$$\sigma_z = \begin{matrix} 1V_z > \dot{Z}(t) & V_z > \dot{Z}_0 \\ -1V_z < \dot{Z}(t) & V_z < \dot{Z}_0 \end{matrix}.$$

Отримані залежності за умови створення рівномірного поля швидкості повітря дозволяють досліджувати процеси пневмосепарації у вертикальних, нахилених і горизонтальних потоках (каналах) і будувати

траєкторії руху частинок із різними ознаками поділу ($\lambda_i = \frac{g}{V_{\text{ВИТ } i}^2}$, де $V_{\text{ВИТ } i}^2$ – швидкість витання компонентів зернового матеріалу).

Для вертикального каналу (поток): $\dot{X}(t) > 0$; $V_x = 0$ $V_x - \dot{X}(t) < 0$, тобто $\sigma_x(t) = -1$; $\sigma_y(t) = 1$; $V_z = 0$; $\dot{Z}_0 = 0$; $\dot{Z}(t) = 0$; $Z(t) = 0$, підставляючи значення $\sigma_x(t) = -1$; $\sigma_y(t) = 1$; $\lambda_i = \frac{g}{V_{\text{ВИТ } i}^2}$ в рівняння (2.10)–(2.12), отримуємо формули для руху зернівок у вертикальному потоці:

$$\dot{X}(t) = \frac{\dot{X}_0}{1+gt\dot{X}_0}; \quad \dot{y}(t) = V_y - V_{\text{ВИТ } i}^2 \frac{K_0 \exp\left(\frac{2gt}{V_{\text{ВИТ } i}}\right) - 1}{K_0 \exp\left(\frac{2gt}{V_{\text{ВИТ } i}}\right) + 1}; \quad (2.13)$$

$$X(t) = \frac{V_{\text{ВИТ } i}^2}{g} \ln \left(1 + \frac{gt\dot{X}_0}{V_{\text{ВИТ } i}^2} \right);$$

$$y(t) = (V_y - V_{\text{ВИТ } i})t - \frac{V_{\text{ВИТ } i}^2}{g} \ln \left(\frac{K_0 \exp\left(\frac{2gt}{V_{\text{ВИТ } i}}\right) - 1}{K_0 + 1} \right), \quad (2.14)$$

$$\text{де } K_0 = \frac{V_{\text{ВИТ } i} + V_y - \dot{y}_0}{V_{\text{ВИТ } i} - V_y + \dot{y}_0}.$$

Аналогічно рівнянням (2.7)–(2.12) визначають часові залежності $\dot{X}(t), \dot{y}(t), x(t), y(t)$ для нахилоного і горизонтального потоків, але за умови рівномірності повітряного потоку.

Методи та можливості розв'язку узагальнених систем диференціальних рівнянь руху частинок у повітряних потоках (2.2) та (2.5) залежать від складності функції $R(Re)$, де $Re = \frac{du}{v}$, а d – визначальний розмір частинки, u – швидкість обтікання частинки повітрям, v – кінематична в'язкість повітря. Особливу складність являє визначення площі міделевого перетину (2.3), яка є випадковою величиною.

Тому для спрощення розрахунку траєкторій частинок прийнято, що частинка має форму кулі і характеризується еквівалентним діаметром d_c ,

тобто діаметром кулі, що має об'єм частинки, та коефіцієнтом сферичності. У роботі [12] запропоновано еквівалентний (ефективний) розмір зернівки визначати за об'ємом еліпсоїда:

$$d_c = 2(a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{3}},$$

де a, b, c – осі еліпсоїда.

У більшості наукових праць, присвячених задачам взаємодії частинок із повітряними потоками [19, 20, 51, 122, 133], основною величиною, яка характеризує аеродинамічні властивості зернівок, використовують коефіцієнт вітрильності. Величина цього коефіцієнта визначається з умови витання частинки у вертикальному висхідному потоці, для якої дійсна рівність сили тяжіння та аеродинамічного опору:

$$mg = \xi(Re)S_m\rho\frac{V_c^2}{2}. \quad (2.15)$$

Величину $\xi(Re)S_m\rho\frac{S'_m}{2m} = K_v$ називають коефіцієнтом вітрильності й визначають експериментально за значенням швидкості витання частинки:

$$K_v = \frac{g}{V_{\text{вит}}^2}, \quad (2.16)$$

де $V_{\text{вит}}$ – швидкість витання частинки.

Тоді силу опору можна визначити за спрощеною формулою:

$$\bar{R} = mK_v\bar{u}^2 = m\frac{g}{V_{\text{вит}}^2}. \quad (2.17)$$

Але треба зауважити, що коефіцієнт K_v (2.16) визначено для вертикального потоку повітря і його використання для аналізу руху частинки в нахиленому або горизонтальному потоках досить умовно.

2.3 Рух частинок у пневмосепарувальних каналах

Вирішенню питання про рух частинки в повітряних зерносепарувальних каналах присвячено значну кількість наукових праць [2, 12, 43, 51, 53, 75, 82, 85, 89, 100, 126, 133]. Більшість із них використовують спрощені модельні уявлення для визначення траєкторій руху частинок у каналах. А траєкторний аналіз є основою визначення якості розділення компонентів зернового матеріалу.

Для розрахунку траєкторій руху частинки в горизонтальних [43, 53, 62, 98, 149], вертикальних [51, 74, 82, 97, 115, 124] та нахилених [2, 54, 88, 115, 133] каналах використовуються часткові варіанти систем рівнянь (2.4.) та (2.5).

Зокрема, для площинного потоку з рівномірним полем швидкостей $\dot{x}$ система диференціальних рівнянь (2.4) набуває вигляду [39, 40]:

$$\begin{cases} \frac{d^2y}{dt^2} = -K_v \left(\frac{dy}{dt} - \frac{dy_n}{dt} \right) \sqrt{\left(\frac{dy}{dt} - \frac{dy_n}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} - \frac{dz_n}{dt} \right)^2} \\ \frac{d^2z}{dt^2} = -K_v \left(\frac{dz}{dt} - \frac{dz_n}{dt} \right) \sqrt{\left(\frac{dy}{dt} - \frac{dy_n}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dz}{dt} - \frac{dz_n}{dt} \right)^2} - g \end{cases} \quad (2.18)$$

За умови $dy_n = 0$ система рівнянь (2.18) описує рух частинки у вертикальному каналі, при $dz_n = 0$ – рух частинки в горизонтальному каналі.

Для нахилоного каналу рух частинки у висхідному повітряному потоці описує система диференціальних рівнянь у вигляді [17]:

$$\begin{cases} \ddot{x} + K_v(\dot{x} - V_n)\sqrt{(V_n - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} = g \sin \alpha \\ \ddot{y} + K_v\dot{y}\sqrt{(V_n - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} = g \cos \alpha \end{cases}, \quad (2.19)$$

де K_v – коефіцієнт вітрильності;

V_n – швидкість повітря;

α – кут нахилу каналу до горизонту.

Застосування наведених систем нелінійних диференціальних рівнянь дає можливість, використовуючи числові методи розв'язку, побудувати траєкторії руху частинок за умови наявності повітряних потоків із рівномірним (безградієнтним) полем швидкостей та оцінити можливість поділу зернового матеріалу за аеродинамічними властивостями.

Однак, повітряний потік має неоднакову швидкість у горизонтальному перерізі каналу. Зернова суміш надходить у канал не по одній зернівці, ізольованими одне від іншого зернами, а багат шаровим струменем, і домішки, перш ніж відокремитися від зерна, повинні перейти у верхній шар сепарованого матеріалу. Тому траєкторії частинок не є прямими лініями, спрямованими вгору і вниз із точок початкового положення частинок, а представляють складні криві, що мають початок у місці надходження зерна в канал.

Поки немає можливості побудувати зазначені траєкторії аналітичним способом з урахуванням усіх факторів, що впливають на рух частинок. Але в наявних наукових працях наведено оригінальні методи наближеного розв'язку розглядаємих задач та суттєві уточнення підходів до математичного опису руху частинок, тому далі наводяться матеріали досліджень у авторському викладенні.

У роботі [122] показано, якщо в першому наближенні розглянути рух частинок сепарованого матеріалу, припустивши, що повітряний потік рівномірний по перетину каналу, частинки не взаємодіють одна з другою і не змінюють свого положення щодо осі повітряного потоку, то

представляється можливим аналітично визначити траєкторії сепарованих частинок, їхні швидкості та прискорення. Знання ж цих величин дозволяє отримати правильне уявлення про процес сепарування сипкої зернової суміші й тих факторів, які впливають на його ефективність.

Відповідно до [122] прийнято абсолютний рух частинок у повітряному каналі вважати складеним із відносного руху частинки в повітряному потоці та переносного руху її разом із потоком, тоді абсолютна швидкість $\bar{\omega}$ частинки дорівнює:

$$\bar{\omega} = \bar{v} + \bar{u}, \quad (2.20)$$

де $\bar{v}$ – відносна швидкість частинки;

$\bar{u}$ – швидкість частинки в переносному русі (швидкість повітряного потоку).

У розглянутому процесі швидкість повітряного потоку задана за величиною і напрямком. Рух повітряного потоку прийнято рівномірним, прямолінійним і спрямованим вертикально вгору (рис. 2.8).

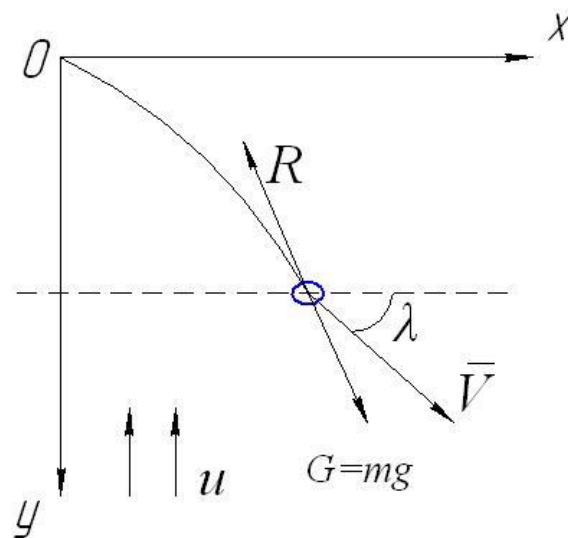


Рис. 2.8. Схема сил, що діють на частинку у висхідному повітряному потоці

Отже, швидкість, прискорення і траєкторію частинки в абсолютному русі можна розрахувати, якщо визначити відповідні величини у відносному русі. Для цього складено диференціальне рівняння відносного руху частинки в рухомій, прямокутній системі координат, вважаючи її рухомою разом із потоком. За початок координат прийнято місце входу частинки в повітряний потік (рис. 2.2.), а рівняння руху частинки (матеріальна точка масою m) в координатах XOY записується у вигляді:

$$m\ddot{x} = -R \cos \lambda; \quad (2.21)$$

$$m\ddot{y} = mg - R \sin \lambda. \quad (2.22)$$

Для витання частинки у вертикальному висхідному повітряному потоці визначимо значення сили R відповідно до рівняння (2.17):

$$R = m \frac{g}{c^2} v^2,$$

де v – відносна швидкість (2.20).

Підставляючи в рівняння (2.21) і (2.22) замість R його значення з виразу (2.17) і скорочуючи обидві частини рівнянь на m , отримуємо:

$$\ddot{x} = -\frac{g}{c^2} v^2 \cos \lambda, \quad (2.23)$$

$$\ddot{y} = g - \frac{g}{c^2} v^2 \sin \lambda. \quad (2.24)$$

Враховуючи, що $\dot{x}_t = v \cdot \cos \lambda$, $\dot{y}_t = v \cdot \sin \lambda$, і поклавши: $\dot{x}_t = v_x$; $\dot{y}_t = v_y$, замінимо систему двох диференціальних рівнянь другого порядку системою чотирьох диференціальних рівнянь першого порядку:

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{g}{c^2} v \cdot v_x \\ \frac{dv_y}{dt} = g - \frac{g}{c^2} v \cdot v_y \\ \frac{dx}{dt} = v_x \\ \frac{dy}{dt} = v_y \end{cases}, \quad (2.25)$$

де

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2}. \quad (2.26)$$

Для розв'язання диференціальних рівнянь (2.25) і (2.26) використовується метод Ейлера, прийнятий у зовнішній балістиці для вирішення подібних рівнянь. Повний розв'язок зазначених рівнянь, наведений у роботі [122], дозволяє визначити траєкторії руху частинки у вертикальному каналі, поділеному початком координат (місце вводу зерна) на дві частини з висхідним рухом домішок та спадним рухом чистого зерна.

Математична модель руху частинки в рівномірному вертикальному потоці (висхідному) за бокового вводу матеріалу в канал розроблена і досліджена в роботі В. В. Гортинського зі співавторами [51].

Повітряний потік діє на зернівку зі швидкістю u . Знаючи значення початкової швидкості зернівки C_0 і швидкості повітряного потоку u , можна відповідно до векторного рівняння $\vec{C} = \vec{v} + \vec{u}$ і відповідним планом швидкостей (рис. 2.9.) визначити величину і напрямок швидкості зернівки у відносному русі:

$$u = \sqrt{v^2 + C_0^2 + 2vC_0^2 \cos(90 + \lambda)} = \sqrt{v^2 + C_0^2 + 2vC_0^2 \sin \lambda}. \quad (2.27)$$

Напрямок швидкості, який визначається кутом до напрямку повітряного потоку β_0 , можна отримати з виразу:

$$\sin \beta_0 = \frac{C_0}{u} \sin(90 + \lambda) \text{ або } \sin \beta_0 = \frac{C_0}{u} \cos \lambda. \quad (2.28)$$

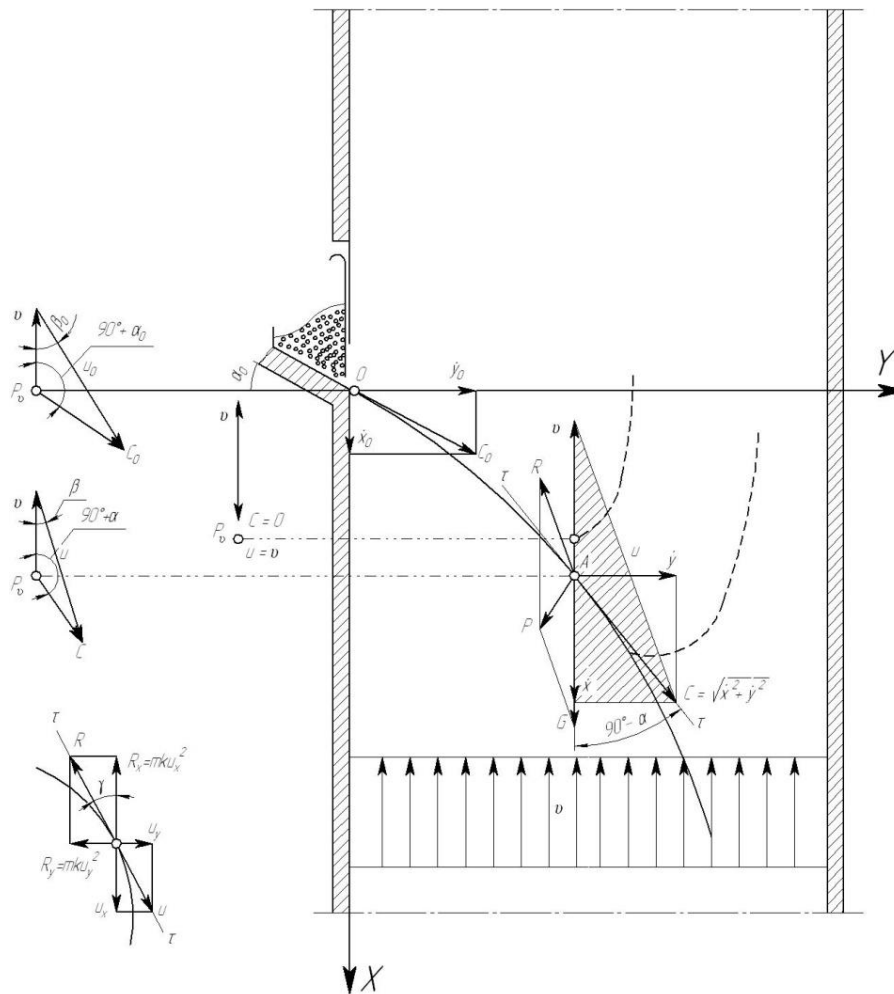


Рис. 2.9. Схема сил, що діють на зернівку у вертикальному пневмосепарувальному каналі

У повітряному потоці на зернівку масою m діє сила тяжіння $G = mg$ і сила опору повітряного потоку (реакція повітря) $R = \varepsilon \frac{\rho}{2} F_m u^2$ (у турбулентному режимі потоку), а з урахуванням $K = \frac{\varepsilon \rho F_m}{m}$ (коефіцієнт пропорційності аеродинамічного опору):

$$R = m \cdot K \cdot u^2, \quad (2.29)$$

де $\xi = f(Re)$ – коефіцієнт аеродинамічного опору;

F_m – міделевий переріз зернівки, m^2 ;

ρ – щільність повітря, kg/m^3 .

Величина коефіцієнта ξ залежить від форми частинок і числа Рейнольдса (Re), що характеризує режим її обтікання. Значення коефіцієнта кулястих, кутових і пластинчастих частинок залежно від числа Рейнольдса приведені в спеціальній літературі.

За ламінарного режиму повітряного потоку, що в практиці пневмосепарування зернових сумішей зустрічається рідше, силу опору R для частинки сферичної форми описують рівнянням Стокса:

$$R = 3\pi \cdot \mu \cdot d \cdot u, \quad (2.30)$$

де $\mu = \nu \rho$ – динамічний коефіцієнт в'язкості, Па с; ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості, м²/с.

d – діаметр частинки, м,

Диференціальні рівняння руху зернівки в координатах XOY (рис. 2.9) запишуться у вигляді:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = mg - R \cos \beta \\ m\ddot{y} = -R \sin \beta \end{cases} \quad (2.31)$$

Запишемо вираз для відносної швидкості:

$$u^2 = (v + \dot{x})^2 + \dot{y}^2 = v^2 \left[\left(1 + \frac{\dot{x}}{v}\right)^2 + \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^2 \right]. \quad (2.32)$$

Тут багато дослідників мимоволі роблять помилку, вибираючи напрямок реакції повітря згідно з її складовими по осях координатами. Покажемо це на прикладі (див. рис. 2.9), довівши, що кути φ і γ неоднакові, тобто напрямок реакції повітря вибрано неправильно, оскільки до уваги не прийнята квадратична залежність реакції повітря від її відносної швидкості.

$$\sin \varphi = \frac{u_x}{\sqrt{u_x^2 + u_y^2}}; \quad \sin \gamma = \frac{R_x}{\sqrt{R_x^2 + R_y^2}} = \frac{mKu_x^2}{\sqrt{(mKu_x^2)^2 + (mKu_y^2)^2}} = \frac{u_x^2}{\sqrt{u_x^4 + u_y^4}}, \quad (2.33)$$

тобто $\varphi \neq \gamma$.

Отже, напрямок реакції повітря, що визначається за складовими R_x і R_y , не відповідає напрямку відносної швидкості, яка однозначно правильно визначає напрямок реакції R .

Перетворимо рівняння (2.31) і з урахуванням рівняння (2.32) запишемо

$$\begin{cases} \ddot{x} = g - K \cdot u \cdot u \cos \beta = g - K \sqrt{\left(1 + \frac{\dot{x}}{v}\right)^2 + \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^2} (v + \dot{x}) \\ \ddot{y} = -K \cdot u \cdot u \sin \beta = Ku\dot{y} = -K \cdot \sqrt{\left(1 + \frac{\dot{x}}{v}\right)^2 + \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^2} \dot{y} \end{cases} \quad (2.34)$$

або остаточно

$$\begin{cases} \ddot{x} = g - Kv \sqrt{\left(1 + \frac{\dot{x}}{v}\right)^2 + \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^2} \left(1 + \frac{\dot{x}}{v}\right) \\ \ddot{y} = -Kv \sqrt{\left(1 + \frac{\dot{x}}{v}\right)^2 + \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^2} \left(\frac{\dot{y}}{v}\right) \end{cases}. \quad (2.35)$$

Аналіз виразу $\sqrt{\left(1 + \frac{\dot{x}}{v}\right)^2 + \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^2}$ в межах практичних значень режимів сепарування і швидкостей переміщення зернівки в каналі показує, що його величина змінюється в невеликих межах (1,02–1,12) і для наближеного рішення може бути прийнята постійною:

$$\psi = \sqrt{\left(1 + \frac{\dot{x}}{v}\right)^2 + \left(\frac{\dot{y}}{v}\right)^2} = \psi_{cp} = \text{const.} \quad (2.36)$$

Для частинок домішок значення ψ коливається в значно більших межах, проте його середнє значення знаходиться в області, близької до значення $\psi = 1,06$. Тому можливість використання аналітичних

залежностей для частинок, що виділяються у верхній частині каналу, розглянута з урахуванням отриманих експериментальних даних.

Рівняння (2.35) з урахуванням $\psi = \text{const}$ записуються у вигляді:

$$\begin{cases} \ddot{x} = g - Kv^2\psi - Ku\varphi\dot{x} \\ \ddot{y} = -Kv\psi\dot{y} \end{cases}. \quad (2.37)$$

Введемо позначення $K \cdot u \cdot \psi = a$ та $K \cdot v^2 \psi = b = a \cdot u$, тоді

$$\begin{cases} \ddot{x} = (g - b) - a\dot{x} \\ \ddot{y} = -a\dot{y} \end{cases}. \quad (2.38)$$

Інтегруючи рівняння (2.37), (2.38) за початкових умов $t = 0$; $x = 0$; $y = 0$; $\dot{x} = \dot{x}_0$; $\dot{y} = \dot{y}_0$, отримуємо аналітичні залежності для складових швидкості і переміщення зернівки в пневмосепарувальному каналі, в остаточному вигляді представлені нижче:

$$\dot{x} = \frac{1}{Kv\psi} \{ (g - Kv^2\psi) - [(g - Kv^2\psi) - Kv^2\psi]e^{-Kv\psi t} \}; \quad (2.39)$$

$$\dot{y} = \frac{\dot{y}_0}{e^{-Kv\psi t}}; \quad (2.40)$$

$$x = \frac{g - Kv^2\psi}{Kv\psi} t - \frac{1}{(Kv\psi)^2} [(g - Kv^2\psi) - Kv\psi\dot{x}_0](1 - e^{-Kv\psi t}); \quad (2.41)$$

$$y = \frac{\dot{y}_0}{Kv\psi} (1 - e^{-Kv\psi t}). \quad (2.42)$$

Рішення вихідних рівнянь без обумовлених припущень проводили з приведенням їх до виду (наприклад для $v = 5$ м/с):

$$\ddot{x} = 9,8 - K(5 + \dot{x})\sqrt{(5 + \dot{x})^2 + \dot{y}^2}; \quad (2.43)$$

$$\ddot{y} = -K\dot{y}\sqrt{(5 + \dot{x})^2 + \dot{y}^2} \quad (2.44)$$

за тих же початкових умов $x = 0$; $y = 0$; $t = 0$; $\frac{\dot{x}_0}{v} = \frac{\dot{x}}{v}$.

При цьому визначено значення швидкостей та траєкторій зерна і домішок у широких межах варіюваних параметрів $v = 4\text{--}8$ м/с; $C_0 = 0,2\text{--}0,8$ м/с; $\lambda = -10^\circ \text{--} +40^\circ$; $K = 0,05\text{--}9,8$ м⁻¹ за часу сепарування $t = 0,2$ с і ширини каналу, який обмежується координатою $y = 0,16$ м, що відповідає реальним значенням для високопродуктивних машин.

Визначенню значень швидкостей і траєкторій зернівок передувало рішення рівнянь щодо K – коефіцієнта пропорційності сили аеродинамічного опору, при якому абсолютна швидкість частинок у потоці набуває значення, близьке до нуля, тобто частинки «зважуються». Установлення таких значень коефіцієнта K за різних режимів сепарування і порівняння їх з експериментальними даними для реальних частинок зернівок і домішок дозволяють у першому наближенні оцінити можливість поділу компонентів, а також встановити ступінь впливу параметрів каналу і режимів сепарування на зважування частинок з однаковим значенням коефіцієнта K .

Установлено таку закономірність: при куті введення $\lambda = 0^\circ$ швидкість введення частинки в каналі не впливає на умовну її вагу, за негативних кутів введення більша швидкість отримує умови зважування і зменшує час досягнення частинками рівноважного стану, а за позитивних кутів введення збільшення швидкості має зворотний вплив. Зменшення кута введення до 0° і далі в область негативних значень сприяє зважуванню частинок в обмеженому за розмірами пневмосепарувальному каналі, Залежність $K_{\text{взв}}$ при $\lambda = 0^\circ$; $C_0 = 0,2\text{--}0,8$ м/с від режиму повітряного потоку u_v має нелінійний характер, причому в області $3,5\text{--}5,0$ м/с зміни коефіцієнта пропорційності K більш значні, що в цілому свідчить про великі можливості пневмосепарування на цих режимах ($K = \frac{g}{v_{\text{вТ}}^2}$).

Значення коефіцієнта K , вибрані для розв'язання рівнянь з використанням прикладного програмного забезпечення, перевірені за

залежністю (2.43). При цьому визначені швидкості витання зернівок і частинок домішок для того, щоб у теоретичному рішенні охопити найбільш імовірний діапазон для зернівок і частинок домішок, що зустрічаються в реальних умовах пневмосепарації зернових сумішей. Наприклад, для зернівок прийнято: $K = 0,05 \text{ м}^{-1}$ ($u_{\text{BT}} = 14 \text{ м/с}$); $K = 0,12 \text{ м}^{-1}$ ($u_{\text{BT}} = 9,0 \text{ м/с}$) і $K = 0,25 \text{ м}^{-1}$ ($u_{\text{BT}} = 6,25 \text{ м/с}$), а для частинок суміші: $K = 9,8 \text{ м}^{-1}$ ($u_{\text{BT}} = 1,0 \text{ м/с}$); $K = 1,1 \text{ м}^{-1}$ ($u_{\text{BT}} = 3,0 \text{ м/с}$) і $K = 0,2 \text{ м}^{-1}$ ($u_{\text{BT}} = 7,0 \text{ м/с}$).

На рисунку 2.10. наведено траєкторії зернівок і частинок сумішей за різних умов введення в зону сепарування та швидкості повітряного потоку 5,0 і 6,0 м/с унаслідок рішення системи диференціальних рівнянь (2.44), які були проведені для всіх основних режимів сепарування $u_{\text{BT}} = 4\text{--}8 \text{ м/с}$.

Аналіз траєкторій частинок показує, що повного поділу зернової суміші в каналі не досягають у зв'язку з перекривальними значеннями ознак поділу зернівок і частинок домішок.

За реальних значень $u_{\text{BT}} = 5,0\text{--}6,0 \text{ м/с}$ усі частинки з $K \leq 0,25 \text{ м}^{-1}$ виділяються в нижній частині каналу, а при $u_{\text{BT}} = 8,0 \text{ м/с}$ з повітряним потоком практично несуться всі частинки з $K \geq 0,2 \text{ м}^{-1}$.

Тому поняття «домішки, що виділяються повітряним потоком» конкретно для кожного виду суміші, яка сепарується, визначається фізико-механічними властивостями компонентів і передусім кривими розподілу коефіцієнтів пропорційності сили аеродинамічного опору або швидкостей витання зернівок і частинок домішок. Граничне значення «відокремлення» сумішей слід встановлювати за значеннями K або u_{BT} , характерними для найбільш легких зернівок основної культури.

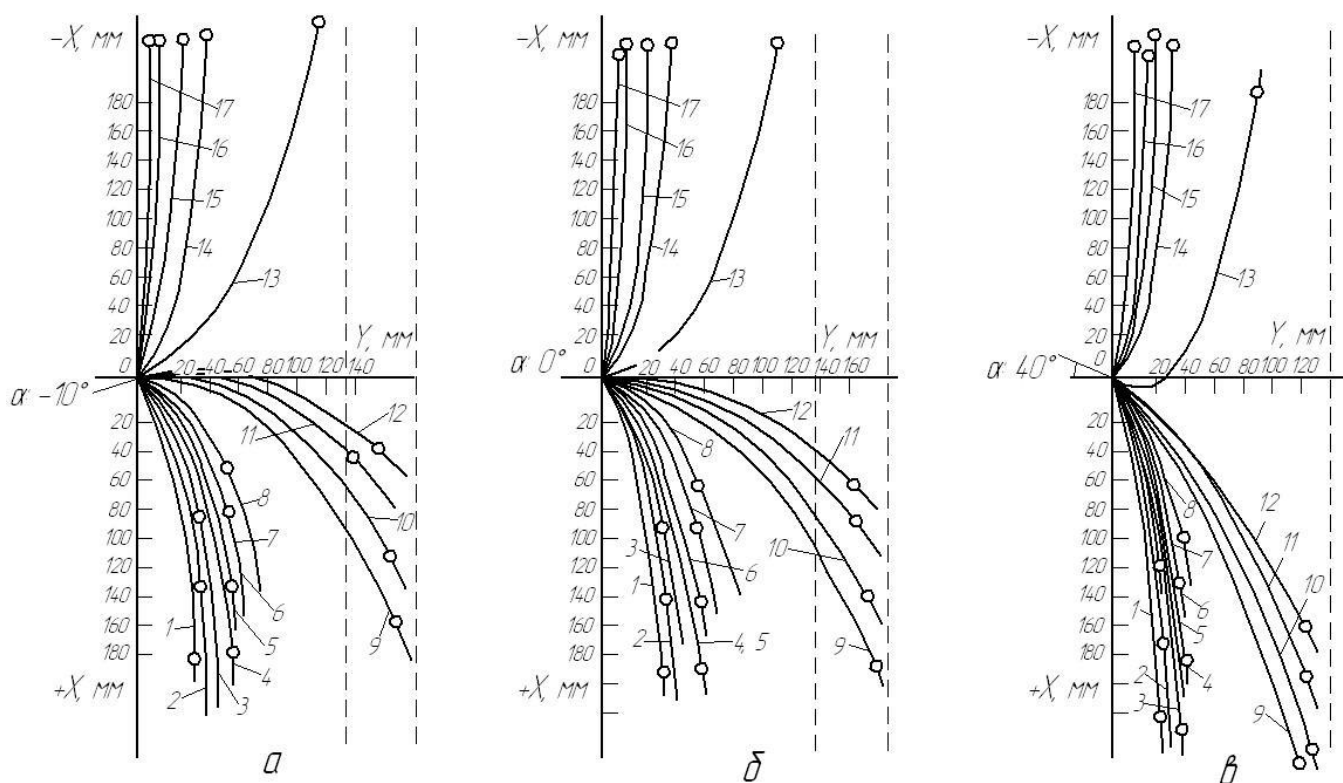


Рис. 2.10. Траєкторії зернівок і частинок домішок (теоретичне дослідження) при різних умовах введення в зону сепарування і швидкості повітряного потоку 5 м/с (K , м⁻¹; C_0 , м/с):

a – при $\lambda = -10^\circ$; $б$ – при $\lambda = 0^\circ$; $в$ – при $\lambda = 40^\circ$;

- 1 – $K = 0,05$, $C_0 = 0,2$; 2 – $K = 0,12$, $C_0 = 0,2$; 3 – $K = 0,2$, $C_0 = 0,2$;
 4 – $K = 0,25$, $C_0 = 0,2$; 5 – $K = 0,05$, $C_0 = 0,3$; 6 – $K = 0,12$, $C_0 = 0,3$;
 7 – $K = 0,2$, $C_0 = 0,3$; 8 – $K = 0,25$, $C_0 = 0,3$; 9 – $K = 0,05$, $C_0 = 0,8$;
 10 – $K = 0,12$, $C_0 = 0,8$; 11 – $K = 0,2$, $C_0 = 0,8$; 12 – $K = 0,25$, $C_0 = 0,8$;
 13 – $K = 1,1$, $C_0 = 0,8$; $t = 0,19$ с; 14 – $K = 1,1$, $C_0 = 0,3$, $t = 0,19$ с;
 15 – $K = 1,1$, $C_0 = 0,2$, $t = 0,19$ с; 16 – $K = 9,8$, $C_0 = 0,2$,
 $t = 0,07$ с; 17 – $K = 9,8$, $C_0 = 0,3$, $t = 0,07$ с

Спосіб введення частинок у канал і, зокрема, кут введення, як це видно з траєкторій зернівок і частинок домішок (рис. 2.10), істотно впливають на умови сепарування за всіх досліджених режимів. Розглянемо це для найбільш характерних режимів сепарування,

застосовуваних у практиці очищення зерна від аеродинамічно легких домішок ($U_{\text{вт}} = 5,0\text{--}6,0$ м/с). Введення зернівок і частинок домішок із широким діапазоном аеродинамічних властивостей у пневмосепарувальний канал під кутом $\lambda = 40^\circ$ дає більш концентровані пучки частинок, що виділяються як у нижній, так і у верхній частині каналу. Наприклад, при $U_{\text{п}} = 5,0$ м/с і $\lambda = 40^\circ$ усі частинки з $K = 0,25\text{--}0,05$ м⁻¹ у нижній частині каналу групуються в пучок з основою близько 95 мм за ординатою $+X = 180$ мм (див. рис. 2.10), а при $\lambda = -10^\circ$ та $\lambda = 0^\circ$ основа пучка на тій же ординаті вдвічі більша. Така ж закономірність зберігається і при $U_{\text{п}} = 6,0$ м/с та інших швидкостях. Це говорить про те, умови сепарування для захвату і виносу частинок повітряним потоком при кутах їх вводу в канал $\lambda = -10^\circ$ та $\lambda = 0^\circ$ більш сприятливі.

Пучки траєкторій при кутах вводу $\lambda = -10^\circ$ та $\lambda = 0^\circ$ відрізняються незначно, при цьому, враховуючи, що для вводу частинок під від'ємними кутами необхідно оснащення пневмосепарувальних пристроїв кидальними приймачами та приводними пристроями, доцільно вводити продукт під кутом $\lambda = 0^\circ$, що можливо забезпечити за гравітаційного способу подачі сепаруємої суміші в канал.

Найменше впливає, особливо в області кутів вводу, близьких до 0° , на траєкторію частинок початкова швидкість їх введення. Наприклад, при $U_{\text{в}} = 5,0$ м/с та $\lambda = 0^\circ$ частинка з $K = 0,25$ м⁻¹ при $C_0 = 0,8$ м/с переміщується по осі Y на 140 мм і по осі $+X$ на 60 мм (крива 12, рис. 2.10.), а при $C_0 = 0,2$ м/с та тому ж переміщенню по осі $+X$ – усього на 35 мм (крива 4, рис. 2.10). При куті $\lambda = 40^\circ$ та інших однакових умовах переміщення по осі Y відповідно є 35 і 20 мм (рис. 2.10.). За швидкості $U_{\text{в}} = 6,0$ м/с ця закономірність зберігається, при цьому різниця переміщень по осі Y ще збільшується.

Більші швидкості введення обумовлюють досягнення частинками протилежної стінки каналу за короткий проміжок часу. Наприклад, при

$U_B = 5,0$ м/с, $\lambda = 0^\circ$, $K = 0,25$ м⁻¹ і $C_0 = 0,8$ м/с (крива 12, рис. 2.10.) частинка за час $t = 0,2$ с практично пересікає канал із $B = 140$ мм, тобто за більших швидкостей скорочується час перебування частинки в зоні сепарації, тому швидкість $C_0 = 0,8$ м/с можна вважати граничною, а оптимальною слід вважати початкову швидкість частинки в межах $0,2$ – $0,4$ м/с при $\lambda = 0^\circ$.

Але швидкість повітряного потоку у вертикальному каналі не є однаковою по всьому перерізу. Переважно вона змінюється. Профіль поля швидкостей повітряного потоку за даними роботи [124], а також [121] описується рівнянням:

$$v_{xi} = v_{\max} + \frac{v_d}{\chi} \cdot \left[\ln \left(1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right], \quad (2.45)$$

де v_{xi} – швидкість повітряного потоку на відстані x від стінки каналу, м/с;

$v_{\max}$ – швидкість повітряного потоку на осі каналу, м/с;

v_d – динамічна швидкість, м/с;

χ – експериментальний коефіцієнт, що залежить від властивостей повітря та умов його руху.

Аналіз числового розв'язку системи (2.34) для різних значень коефіцієнта k швидкості витання компонента і умов вводу частинок у канал виконано за умови рівномірності швидкості повітряного потоку в перетині.

У роботі [124] використано методику [37, 122] рівняння (2.17) для визначення сили опору за відомою формулою:

$$R = k S_m \frac{\rho \cdot v_{\text{от}}^2}{2}.$$

Проекції цієї сили на декартові осі координат X і Y :

$$R_x = R \cdot \cos\lambda; \quad R_y = R \cdot \sin\lambda, \quad (2.46)$$

де $R = mK_v v_{\text{вiд}}^2$;

$$\cos\lambda = \frac{u_x}{v_{\text{от}}}; \quad \sin\lambda = \frac{v_{xi} - u_y}{v_{\text{от}}}, \quad (2.47)$$

тут

$$u_x = \frac{dx}{dt}; \quad u_y = \frac{dy}{dt}; \quad v_{\text{от}} = \sqrt{u_x^2 + (v_{xi} - u_y)^2}. \quad (2.48)$$

Обертання частинки під дією несиметричного обтікання не враховано. Величини k і F прийняті постійними.

З урахуванням прийнятих умов система диференціальних рівнянь руху частинки:

$$\begin{cases} m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} = -R \cos\lambda \\ m \cdot \frac{d^2y}{dt^2} = R \sin\lambda - mg \end{cases}. \quad (2.49)$$

За допомогою підстановки виразів (2.45) і відповідних перетворень система приведена до вигляду:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = K \frac{dx}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left\{v_{\text{max}} + \frac{v_d}{\chi} \cdot \left[\ln\left(1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}}\right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}}\right] - \frac{dy}{dt}\right\}^2} \\ \frac{d^2y}{dt^2} = K \cdot \left\{v_{\text{max}} + \frac{v_d}{\chi} \cdot \left[\ln\left(1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}}\right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}}\right] - \frac{dy}{dt}\right\} \times \\ \times \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left\{v_{\text{max}} + \frac{v_d}{\chi} \cdot \left[\ln\left(1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}}\right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}}\right] - \frac{dy}{dt}\right\}^2} - g \end{cases}, \quad (2.50)$$

де $K = \frac{kF\rho}{2m}$ – коефіцієнт вітрильності частинки, 1/м;

m – маса частинки, кг;

g – прискорення вільного падіння, м/с².

Чисельне рішення системи нелінійних диференціальних рівнянь (2.50) здійснено за допомогою прикладного програмного забезпечення. Для вхідних у це рівняння величин прийняті відповідні значення: середня швидкість повітряного потоку – 9,69 м/с; початкова швидкість введення частинки в канал – 0,6 м/с; кут введення частинки в канал – 45°; коефіцієнти вітрильності частинок $K = 0,104 \text{ м}^{-1}$, $0,121 \text{ м}^{-1}$, $0,129 \text{ м}^{-1}$ (що відповідають швидкостям витання 8,71 м/с, 8,49 м/с, 8,36 м/с).

Введемо такі обмеження:

- початкові умови:

$$\begin{aligned} x \Big|_{t=0} &= -(r - \frac{d}{2}); u_{x_0} \Big|_{t=0} = u_0 \cos \lambda_0; y \Big|_{t=0} = y_0; u_{y_0} \Big|_{t=0} = -u_0 \sin \lambda_0; \\ u_{x_1} \Big|_{|x| = (r - \frac{d}{2})} &= u_{x_k} \left[0,67 - 0,0122 \sqrt{u_{x_k}^2 + u_{y_k}^2} \right]; \\ u_{y_1} \Big|_{|x| = (r - \frac{d}{2})} &= u_{y_k} \left[1 - 0,4 \frac{u_{y_k}}{\sqrt{u_{x_k}^2 + u_{y_k}^2}} \right], \end{aligned} \quad (2.51)$$

де $d = 0,004 \text{ м}$ – діаметр частинки;

$x = 0,375 \text{ м}$ – відстань від впускного вікна «до нижнього торця каналу»;

u_{x_k}, u_{y_k} – складові швидкості руху частинки в момент удару об стінку, м/с;

- граничні умови:

$$-(r - \frac{d}{2}) \leq x \leq r - \frac{d}{2}. \quad (2.52)$$

Унаслідок рішення системи диференціальних рівнянь (2.50) отримані кінематичні параметри руху частинки та обґрунтовано метод

вибору оптимальних значень початкової швидкості і кута введення частинок у канал.

У роботах З. Х. Ізексона [82] виведено повні диференціальні рівняння пневмосепарації у вертикальному повітряному каналі з точки зору переносу мас, імпульсу та енергії (тобто тих явищ, які визначають процес). Оригінальний метод наведено зі скороченнями в позначеннях автора.

Унаслідок взаємодії зернової маси та повітряного потоку в пневмосепарувальному каналі утворюється зерноповітряна суміш, в якій відбувається процес сепарування.

Виділимо в об'єкті зерно повітряної суміші елементарний паралелепіпед, вершина якого поміщена в точку O з координатами x_1, x_2, x_3 , а величина ребер визначені відповідно однаковими $\Delta x_1, \Delta x_2, \Delta x_3$. У цьому об'ємі розглянуто рух частинок суміші. При цьому обумовлено, що в переміщені приймають участь три типи частинок: частинки верхнього і нижнього сходу, а також частинки повітря. До частинок верхнього сходу відносяться такі, що за комплексом фізико-механічних властивостей повинні виноситися повітряним потоком заданої швидкості, а частинки нижнього сходу – такі, що цим же потоком повітря виноситись не можуть (випадають із потоку донизу).

Під час розгляду виділеного паралелепіпеда введено такі визначення (поняття):

- відношення об'єму, займаемого частинками нижнього сходу, до об'єму паралелепіпеду є об'ємна концентрація нижнього сходу k_3 . Відношення частки об'єму, що займають частинки верхнього сходу, до об'єму паралелепіпеду є відповідно концентрацією верхнього сходу k_c :

$$k_c = \frac{V_c}{V}; \quad k_3 = \frac{V_3}{V};$$

- на площадці паралелепіпеда, проведену через його вершину по нормалі $\vec{n}$, загалом будуть знаходитись усі три типи частинок: відношення

частки площадки, зайнятої частинками нижнього сходу, до величини всієї площадки позначено $\mu_z = \mu_3 = S_3/S$, а для частинок верхнього сходу – відповідно $\mu_c = S_c/S$;

- визначено також густину частинок – компонентів суміші; відношення маси всіх частинок сепарувального потоку до займаного нею об'єму є густина потоку ρ_n . Аналогічно визначається густина верхнього ρ_c і нижнього ρ_3 складу;

- вектор швидкості частинок потоку позначено через $\bar{u}$, а вектори швидкостей частинок верхнього і нижнього сходів – відповідно через $\bar{V}_c$ і $\bar{V}_3$.

За проміжок Δt у фіксованому паралелепіпеді відбудеться:

- зміна загальної маси на величину

$$\frac{d}{dt} \{ \rho_n [1 - (K_3 + K_c)] + \rho_3 K_3 + \rho_c K_c \} \Delta t \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3; \quad (2.53)$$

- зміна вектора загальної кількості руху на величину

$$\frac{d}{dt} \{ \rho_n [1 - (K_3 + K_c)] \bar{u} + \rho_3 K_3 \bar{V}_3 + \rho_c K_c \bar{V}_c \} \Delta t \Delta x_1 \Delta x_2 \Delta x_3. \quad (2.54)$$

Через грань паралелепіпеда, перпендикулярну до координатної лінії X_i за Δt , усередину нього будуть внесені:

- значення загальної маси

$$\{ \rho_n [1 - (\mu_{3i} + \mu_{ci})] u_i + \rho_3 \mu_{3i} V_{3i} + \rho_c \mu_{ci} V_{ci} \}_{X_i} \Delta t \Delta x_k \Delta x_j; \quad (2.55)$$

- значення загальної кількості руху

$$\{ \rho_n [1 - (\mu_{3i} + \mu_{ci})] u_i \bar{u} + \rho_3 \mu_{3i} V_{3i} \bar{V}_3 + \rho_c \mu_{ci} V_{ci} \bar{V}_c \}_{X_i} \Delta t \Delta x_k \Delta x_j. \quad (2.56)$$

Елементарний імпульс і елементарна робота сил напруження, розподілених по всій розглянутій грані, представляються у вигляді:

$$-\{\bar{P}_{ni}[1 - (\mu_{zi} + \mu_{ci})] + \bar{P}_{zi} \cdot \mu_{zi} + \bar{P}_{ci} \cdot \mu_{ci}\} \Delta t \cdot \Delta x_k \cdot \Delta x_j; \quad (2.57)$$

$$-\{\bar{P}_{ni}[1 - (\mu_{zi} + \mu_{ci})] \cdot \bar{U} + \bar{P}_{zi} \cdot \mu_{zi} \cdot \bar{V}_3 + \bar{P}_{ci} \cdot \mu_{ci} \cdot \bar{V}_c\}_{x_i} \cdot \Delta t \cdot \Delta x_k \cdot \Delta x_j, \quad (2.58)$$

де $\bar{P}_{ni}$ – вектор напружень частинок потоку;

$\bar{P}_{zi}$ – вектори напружень, віднесені відповідно до частинок нижнього і верхнього сходів; $i, j, k = 1, 3; i \neq j \neq k$.

Розглядаючи відповідні різниці отриманих виразів для значень координат x_i та $x_i + \Delta x_i$ і підсумовуючи їх за індексом, отримаємо зміну загальної маси та загальної кількості руху всередині виділеного об'єму. Прирівнявши отримані суми виразів і провівши стандартні математичні перетворення, перейшли до диференціальних рівнянь. Отримані диференціальні рівняння спростили, скориставшись правилами диференціювання суми і добутків та враховуючи неможливість перетворень компонентів один в одного. Унаслідок отримали систему із чотирьох диференціальних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial}{\partial t} \{\rho_n[1 - (K_3 + K_c)]\} + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} \{\rho_n[1 - (\mu_{zi} + \mu_{ci})]u_i\} = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_3 K_3) + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_3 \mu_{zi} V_{zi}) = 0 \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho_c K_c) + \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho_c \mu_{ci} V_{ci}) = 0 \\ \rho_n[1 - (K_3 + K_c)] \frac{\partial \bar{U}}{\partial t} + \rho_3 K_3 \frac{\partial \bar{V}_t}{\partial t} + \rho_c K_c \frac{\partial \bar{V}_c}{\partial t} + \\ + \sum_{i=1}^3 \left\{ \rho_n[1 - (\mu_{zi} + \mu_{ci})] U_i \frac{\partial \bar{U}}{\partial x_i} + \rho_3 \mu_{zi} V_{zi} \frac{\partial \bar{V}_3}{\partial x_i} + \rho_c \mu_{ci} V_{ci} \frac{\partial \bar{V}_c}{\partial x_i} \right\} - \\ - F \{ \rho_n[1 - (K_3 + K_c)] + \rho_3 K_3 + \rho_c K_c \} - \sum_{i=1}^d \frac{\partial}{\partial x_i} \{ P_{ni}[1 - (\mu_{zi} + \mu_{ci})] + \\ + \bar{P}_{zi} \mu_{zi} + \bar{P}_{ci} \mu_{ci} \} = 0 \end{array} \right. \quad (2.59)$$

Отримана система рівнянь є необхідною (на думку автора – З. Х. Ізексона) і достатньою для опису пневмосепараційного процесу у вертикальному каналі. З аналізу отриманої системи рівнянь, записаної в критеріальній формі [82], автором визначено ефективність розвинутої зони сепарації й показано, що нижня частина пневмоканалу (нижче місця вводу матеріалу) може суттєво впливати на ефективність поділу. Для більш детального аналізу запропоновано критеріальне рівняння залежності ефекту поділу P від режимних і конструкційних параметрів:

$$P = \left(\frac{Q}{VS\rho g} \right)^2 \cdot \left(\frac{Lg}{V^2} \right)^\beta \cdot \left(\frac{L_H}{L} \right)^\gamma, \quad (2.60)$$

де Q – витрати матеріалу;

V – швидкість повітря в каналі;

S – площа поперечного перетину каналу;

L – висота каналу;

L_H – довжина нижньої зони каналу;

ρ – густина повітряного потоку;

g – прискорення сили тяжіння.

Кількісних оцінок критеріального рівняння в роботі не наведено, але рівняння (2.60) зручне для обробки експериментальних даних.

Розглянуті математичні моделі руху частинок твердого матеріалу (зернівок) у вертикальному каналі складено в припущенні стаціонарності та рівномірності повітряного потоку (за винятком моделі А. С. Матвєєва).

У роботі В. А. Злочевського [75] проаналізовано вплив нерівномірності потоків повітря на утворення додаткових зовнішніх сил, що діють на частинку в повітряному потоці. У роботі [76] сформульовано теоретичні посилення щодо плоского руху частинки в нерівномірному повітряному потоці. Розглядаючи силову взаємодію частинок із повітрям (рис. 2.11), визначено, що на зернинку, яка рухається в повітряному потоці, діють сила тяжіння $\vec{G}_i$,

аеродинамічні сили, які розіб'ємо на дві групи: сила $\vec{Q}$, яка визначається за теорією ідеальної нестисненої рідини, і сила аеродинамічного опору $\bar{R}$, що враховує в деякому степені в'язкість реального повітряного середовища.

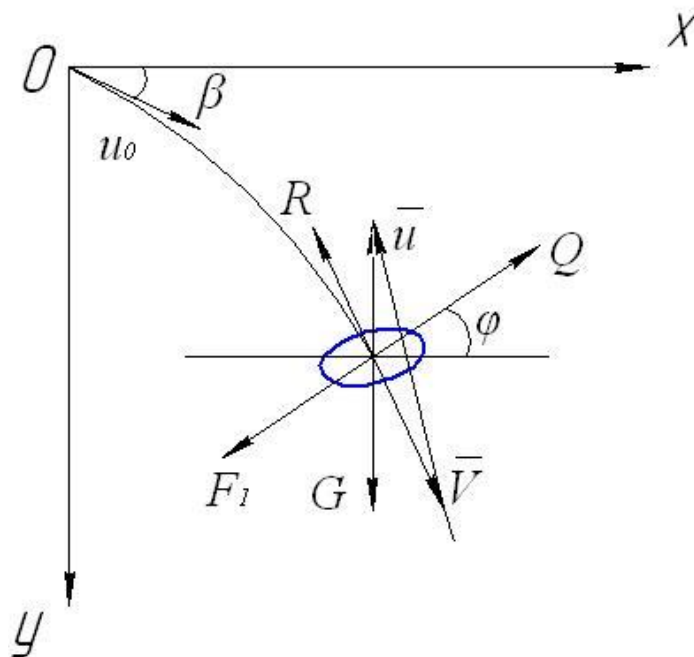


Рис. 2.11. Схема сил, що діють на зернинку в нерівномірному повітряному потоці

Силу $\vec{Q} = \{Q_x; Q_y\}$ і момент $\vec{Q}_m$ аеродинамічних сил відносно центру зернинки визначимо з рівняння Лагранжа II роду:

$$\begin{cases} \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{x}} - \frac{\partial T}{\partial x} = -Q_x \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{y}} - \frac{\partial T}{\partial y} = -Q_y \\ \frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = -Q_m \end{cases}, \quad (2.61)$$

де T – кінетична енергія потоку ідеальної незжатої рідини, викликана рухом у ній зернинки, що визначається рівнянням

$$T = \frac{\rho W}{2} \left[k_1 (V_x \cos \varphi + V_y \sin \varphi)^2 + k_2 (V_x \sin \varphi - V_y \cos \varphi) \right] + \frac{k_3 \rho J_z \varphi^2}{2}, \quad (2.62)$$

де W – об'єм зернинки;

J_z – момент інерції зернинки навколо осі Q_z , перпендикулярної площині руху Q_{xy} , і прохідної через центр зернинки;

k_1, k_2, k_3 – постійні коефіцієнти, які визначають за значеннями (a_1, a_2, a_3) , які характеризують параметри зернівки і структуру потоку;

φ – кут повороту головної осі зернинки.

При $k_1 = k_2 = 0,5$ отримаємо рівняння

$$\vec{Q} = \frac{\rho W}{2 \left(\text{rot} \vec{u} \cdot \vec{v} - \frac{\text{grad} P}{\rho} \right)} \quad (2.63)$$

Перша складова сили $\vec{Q}$ аналогічна формулі Жуковського для підйомної сили. За наявності достатньо великої завихреності повітряного потоку ця сила може бути досить значимою.

Друга складова потоку сили $\vec{Q}$ характеризує зміни тиску в повітряному потоці і не залежить від руху зернинки.

Сила опору $\vec{R}$ суттєво залежить від орієнтації зернинки (змінюється S_m), яка визначається кутом повороту φ . Для еліпсоїда обертання визначимо міделевий перетин:

$$S_m = \frac{\pi b}{v} \sqrt{b^2 (V_x \cos \varphi + V_y \sin \varphi)^2 + a^2 (V_x \sin \varphi + V_y \cos \varphi)^2} \quad (2.64)$$

За теоремою Жуковського на зернину, що обертається, діє сила:

$$\vec{F}_1 = \frac{K_{\text{вп}} \rho W}{2 \vec{\varphi} \cdot \vec{v}} \quad (2.65)$$

де $K_{\text{вр}}$ – коефіцієнт, який залежить від форми зернинки, стану її поверхні, в'язкості повітря.

Диференціальні рівняння руху зернинки за наявності додаткових зовнішніх сил сформульовані у вигляді:

$$\begin{cases} m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{Q} + \vec{R} + \vec{F} + \vec{G} \\ J_z \ddot{\varphi} = Q_M \end{cases} \quad (2.66)$$

Рівняння (2.66) подано у вигляді:

$$\ddot{\varphi} = \lambda V^2 \sin(2\varphi - \gamma), \quad (2.67)$$

$$\text{де } \gamma = \arctg \frac{2V_x V_y}{V_x^2 - V_y^2}; \quad \lambda = \frac{\rho W (K_2 - K_1)}{2J_z} > 0.$$

Інтегруючи (2.67) при $V = \text{const}$, $\gamma = \text{const}$, отримано закон зміни кутової швидкості:

$$\dot{\varphi}^2 = \omega_0^2 + \lambda V_0^2 [\cos(2\varphi_0 - \gamma) - \cos(2\varphi - \gamma)], \quad (2.68)$$

де φ_0 , ω_0 – початковий кут орієнтації великої осі зернинки і початкова кутова швидкість.

Обертання зернинки складається з рівномірного руху з кутовою швидкістю φ_0 і періодичних коливань із постійною частотою і кутовою амплітудою. Аналіз рівняння (2.68) показує, що зі збільшенням відносної швидкості V найбільша кутова швидкість зростає, а амплітуда зменшується. За виконання умови $\omega_0^2 > 2\lambda V^2$ зернинка буде здійснювати повне обертання незалежно від значення φ_0 .

Загалом характер обертання зернівки суттєво залежить від початкової кутової швидкості та кута орієнтації.

У роботі встановлено безпосередній зв'язок між початковим кутом орієнтації, площею міделева перетину зернівки, кутовою амплітудою коливань і величиною сили аеродинамічного опору.

Надавши зернівкам інтенсивного обертання на початку руху, можна суттєво зменшити ефект розсіювання траєкторії (рис. 2.12).

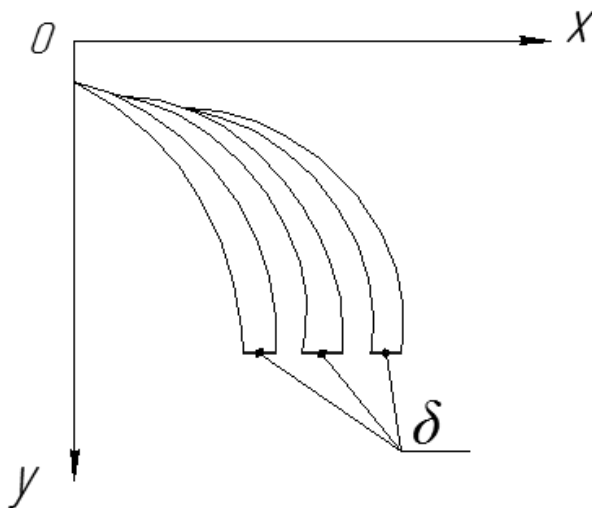


Рис. 2.12. Траєкторія зернівок у нерівномірному потоці
(δ – величина розсіву)

Використання принципу примусового обертання зернівок під час подачі в повітряні потоки найбільш повно висвітлено в роботах [27, 28, 182]. Показано, що інтенсифікувати процес пневмосепарації у вертикальному каналі можна завдяки дії додаткових сил, які залежать від фізико-механічних властивостей самих зернівок, але дозволяли б змінювати (збільшувати) швидкість повітряного потоку без збільшення виносу повноцінного зерна у верхній сход (в аспіраційні виноси).

Оригінальний метод математичного опису руху зернівки за наявності обертального руху наведено в роботі А. Х. Тейтельбаумана [182]. Розглядаючи сили, які діють на зернівку у вертикальному повітряному потоці, прийнято, що в певний момент часу рух зернівки визначається швидкістю її центру мас V_0 , а рух повітряного потоку – його середньою швидкістю V_{π} , (рис. 2.13, позначення автора).

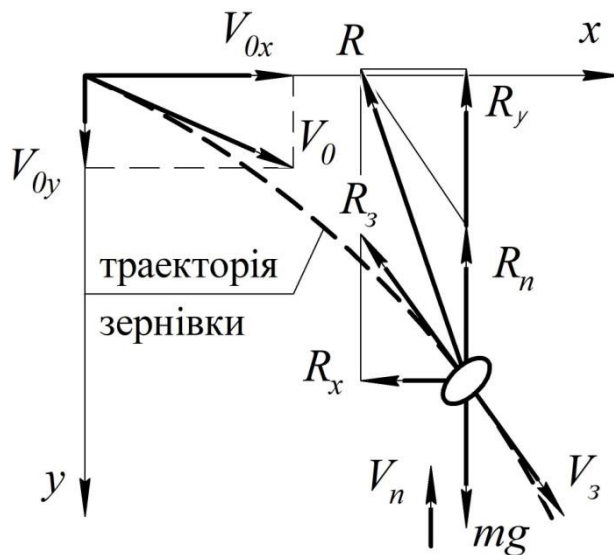


Рис. 2.13. Схема сил, що впливають на одну зернівку у вертикально-висхідному повітряному потоці

Виділивши на поверхні зернівки елементарну площадку dS (рис. 2.14), орієнтовану вздовж вектора $\bar{n}$, визначено силу тиску повітряного потоку на зернинку $d\bar{F}$ (силою тертя df знехтувано через її незначність).

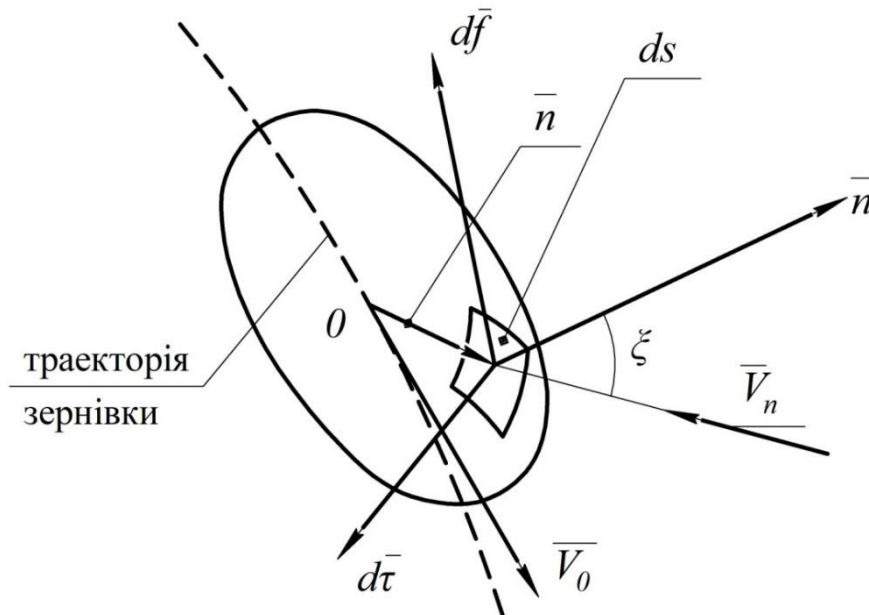


Рис. 2.14. Схема сил, що впливають на зернівку в повітряному потоці

З огляду на закон Ньютона визначено:

$$d\bar{F} = k \cdot \rho (V_{\text{від}})^2 \cos \varepsilon \frac{\bar{V}_{\text{від}}}{|V_{\text{від}}|} \frac{dS}{2}, \quad (2.69)$$

де $\bar{V}_{\text{від}} = \bar{V}_0 + \bar{V}_{\Pi} + \bar{V}_{os}$, V_{os} – швидкість площадки dS відносно центру маси зернівки.

Загалом $\bar{V}_{os} = \bar{r}_s \cdot \bar{\omega}$, де $\bar{r}_s$ – радіус вектор площадки dS відносно центру маси зернівки; $\bar{\omega}$ – частота радіус-вектора.

З рівняння (2.69) отримано:

$$d\bar{F} = k \cdot \rho (|\bar{V}_0 + \bar{V}_{\Pi} + \bar{r}_s \cdot \bar{\omega}|)^2 \frac{\bar{V}_0 + \bar{V}_{\Pi} + \bar{r}_s \cdot \bar{\omega}}{|\bar{V}_0 + \bar{V}_{\Pi} + \bar{r}_s \cdot \bar{\omega}|} \cos \varepsilon \frac{dS}{2}, \quad (2.70)$$

Унаслідок того, що центр тиску повітряного потоку на зернівку не співпадає із центром маси, сила $d\bar{F}$ створює обертальний момент відносно центру маси:

$$dM = \bar{r}_s \cdot k \cdot \rho (|\bar{V}_0 + \bar{V}_{\Pi} + \bar{r}_s \cdot \bar{\omega}|)^2 \frac{\bar{V}_0 + \bar{V}_{\Pi} + \bar{r}_s \cdot \bar{\omega}}{|\bar{V}_0 + \bar{V}_{\Pi} + \bar{r}_s \cdot \bar{\omega}|} \cos \varepsilon \frac{dS}{2}, \quad (2.71)$$

з отриманого рівняння випливає, що $M = 0$, якщо $\cos \varepsilon \neq 0$ і $\bar{r}_s \neq 0$.

Рух зернівки описано рівняннями в проєкціях на осі координат XOY :

$$\begin{cases} \dot{V}_x = \frac{g}{V_B^2} (V_{\Pi} - V_x)^2 + \frac{\dot{X}}{m}, \\ \dot{V}_y = g - \frac{g}{V_B^2} (V_{\Pi} \pm V_y)^2 + \frac{\dot{Y}}{m}. \end{cases} \quad (2.72)$$

Рух частинки у вертикально-висхідному повітряному потоці за умови її початкового обертання (рис. 2.15.) описано системою рівнянь:

$$\begin{aligned}\dot{V}_x &= -\frac{g}{V_B^2} V_\Pi^2 + \frac{\dot{x}}{m}, \\ \dot{V}_y &= g - \frac{g}{V_B^2} (V_\Pi - V_y).\end{aligned}\quad (2.73)$$

де V_B – швидкість витання частинки;

V_B^2 – швидкість витання в умовах обертання частинки;

V_x, V_y – проєкції абсолютної швидкості частинки на відповідні осі;

X, Y – проєкції сили P .

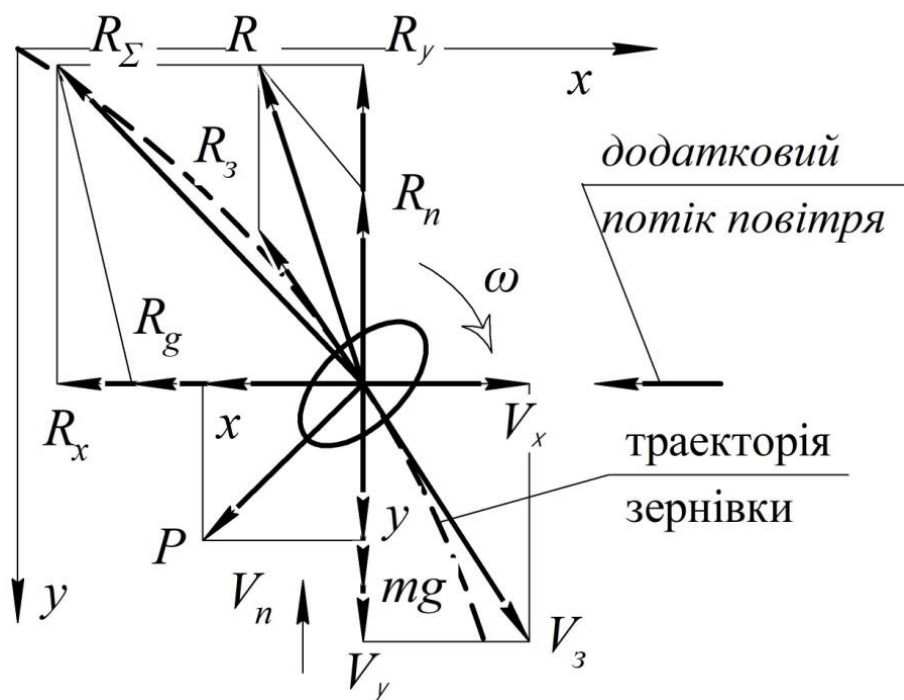


Рис. 2.15. Схема сил, що впливають на зернівку в зоні злиття повітряних потоків, швидкості яких не співпадають за величиною і напрямком

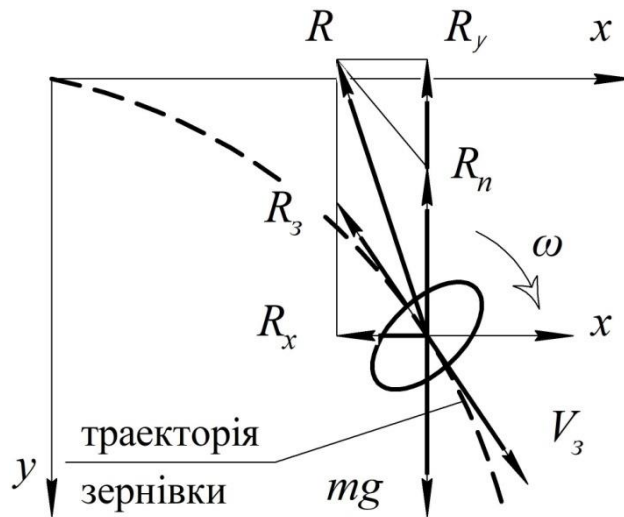


Рис. 2.16. Схема сил, що впливають на зернівку нижче зони дії додаткового повітряного потоку

Розв'язок системи рівнянь (2.73) отримано у вигляді:

$$V_x = V_B \sqrt{\frac{X}{mg}} - V_g - \frac{V_B}{\sqrt{\frac{X}{mg}} \left(1 + \exp \frac{2gt}{V_B \sqrt{\frac{X}{mg}}} - V_B \exp \frac{2gt}{V_B \sqrt{\frac{X}{mg}}} \right)};$$

$$V_y = V_{\Pi} + V_B \sqrt{1 + \frac{Y}{mg}} - \frac{2V_B \sqrt{1 + Y/mg}}{\frac{V_{Oy} + V_{\Pi} + V_B \sqrt{1 + Y/mg}}{V_{Oy} + V_{\Pi} - V_B \sqrt{1 + Y/mg}} \exp \frac{2gt}{V_B \sqrt{1 + Y/mg}} - 1}. \quad (2.74)$$

Розв'язок цієї системи отримано у вигляді:

$$V_x = V_B \sqrt{\frac{X}{mg}} \frac{\left(\exp \frac{2(gtc)}{V_B \sqrt{\frac{X}{mg}}} - 1 \right)}{\left(\exp \frac{2(gtc)}{V_B \sqrt{\frac{X}{mg}}} + 1 \right)} \quad (2.75)$$

З рівняння (2.74) випливає, що швидкість витання в умовах примусового обертання зернівки може бути визначена за формулою:

$$V_B^1 = V_B \sqrt{1 + \frac{Y}{mg}}. \quad (2.76)$$

Підставляючи в (2.76) значення сили $\bar{Y}$, отримано:

$$V_B^1 = V_B \sqrt{1 + \frac{\Pi(b+c)\omega V_g}{KV_B^2}}, \quad (2.77)$$

де b, c – ширина і товщина зернівки.

На підставі отриманих залежностей визначено швидкість витання зернівки в умовах примусового обертання – «подільну» швидкість повітряного потоку.

Оскільки інших причин обертання зернівки немає, то величина моменту обертання може бути виражена через частоту обертання зернівки відносно центру маси:

$$\bar{M} = -U\omega^\lambda \frac{\bar{\omega}}{(\omega)}, \quad (2.78)$$

де U, λ – позитивні та дійсні функції або коефіцієнти.

Для оцінювання стійкості поступального руху зернівки у повітряному потоці відносно обертального збурення використано динамічні рівняння Ейлера, записані у вигляді системи:

$$\begin{cases} I_x \frac{d\omega_x}{dt} + (I_x - I_y)\omega_y\omega_z = -u\omega^{\lambda-1}\omega_x, \\ I_y \frac{d\omega_y}{dt} + (I_x - I_z)\omega_x\omega_z = -u\omega_y\omega^{\lambda-1}, \\ I_z \frac{d\omega_z}{dt} + (I_y - I_x)\omega_x\omega_y = -u\omega_z\omega^{\lambda-1}. \end{cases} \quad (2.79)$$

Оскільки в незбуреному русі зернівки $\omega_x = \omega_y = \omega_z = 0$, то система відображає тільки збурений рух. Після перетворень отримано:

$$\frac{d}{2dt} (I_x\omega_x^2 + I_y\omega_y^2 + I_z\omega_z^2) = -u\omega_z\omega^{\lambda-1} \quad (2.80)$$

що відповідно до теореми Ляпунова відповідає випадку стійкості поступального руху зернівки відносно обертальних збурень; це вказує на те, що стійкий обертальний рух зернівки у вертикально-висхідному потоці повітря має місце.

Як відомо з аеродинаміки [66], на тіло, що обертається в повітряному потоці, діє підйомна сила:

$$|\bar{Y}| = \pi \cdot \rho \cdot r_1^2 \cdot v \cdot \omega V_{\Pi}, \quad (2.81)$$

де ρ – густина повітря;

r_1 – гідравлічний радіус;

v – довжина осі, відносно якої обертається тіло;

V_{Π} – середня швидкість повітряного потоку.

Напрямок цієї сили визначається поворотом вектора швидкості незбуреного повітряного потоку на прямий кут проти напрямку циркуляції.

Стійке обертання зернівки можливе тільки в зоні зімкнення (злиття) потоків, швидкості яких не співпадають за величиною і напрямком.

На зернівку в цій зоні за умови її обертання будуть діяти сили (схема сил наведена на рис. 2.15), якщо

$$\omega = \frac{\lambda}{I_1} I_1 = \frac{m}{3} \left(\frac{a^2}{4} + \frac{(b+c)^2}{16} \right), \quad (2.82)$$

де I_1 – момент інерції зернівки відносно осі обертання;

m – маса зернівки.

Отже, швидкість витання зернівок визначається частотою їхнього обертання.

Схема реалізації примусового обертання зернівки у вертикальному потоці показана на рисунку 2.17, фрагмент кінограми польоту зернівок – на рисунку 2.18.

У роботах С. В. Кюрчева [143] і В. М. Булгакова [203], де за методами Делаμβера та Коші складено рівняння руху насінини на виході із живильного конуса (при цьому прийнято, що рівномірний потік повітря спрямований вертикально вгору, сили опору діють у паралельному напрямку (рис. 2.19), які в позначеннях автора записано у вигляді:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \frac{B_1}{m} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \cdot \dot{x} = \frac{B_2}{m} \sin \omega t; \\ \ddot{y} + \frac{B_1}{m} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \cdot \dot{y} = g - \frac{F_n}{m}, \end{cases} \quad (2.83)$$

де B_1, B_2 – коефіцієнти;

F_n – сила дії повітряного потоку;

F_b – збурювальна сила радіального повітряного потоку;

$R_{оп}$ – сила опору.

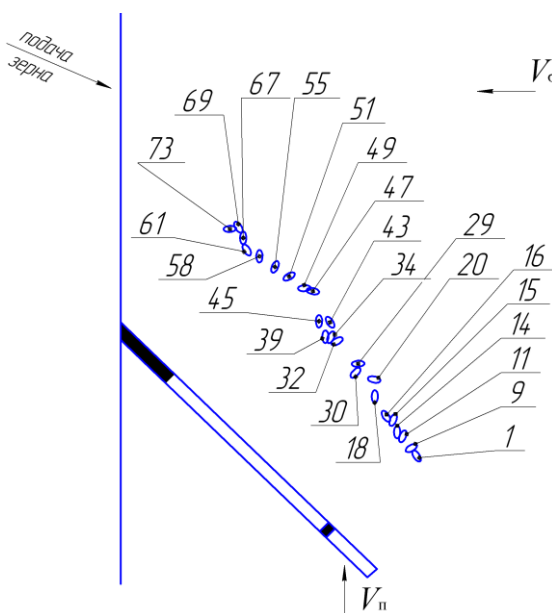


Рис. 2.17. Схема пневмосепаратора з примусовим обертанням частинок:

1 – бункер; 2 – пневматичний канал; 3 – орієнтувальна решітка;

4 – отвір із регулювальним виходом; 6 – камера розрідження

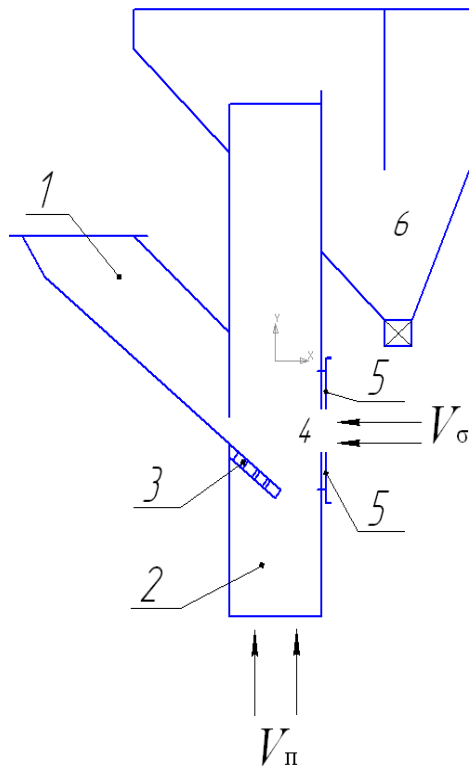


Рис. 2.18. Фрагмент кінограми польоту зернівки

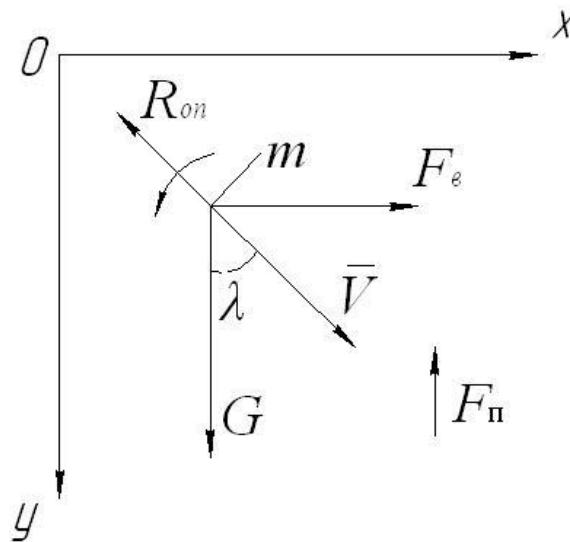


Рис. 2.19. Схема сил, що діють на частинку в повітряному потоці

У цій моделі не прийнято до уваги той факт що сила опору в повітряному потоці залежить від відносної швидкості переміщення частинки і спрямована протилежно вектору відносної швидкості потоку. Сила дії повітряного потоку в другому рівнянні прийнята сталою (зважаючи на форму

запису). Права частина першого рівняння, тобто складова рівняння, має змінний напрямок у часі.

У роботі [43] аналогічна модель динаміки руху насінини подана у вигляді системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \ddot{x} + \frac{B_1}{m} \cdot \dot{x}^2 \sin \lambda_x = \frac{B_2}{m} \sin \omega t; \\ \ddot{y} + \frac{B_1}{m} \cdot \dot{y}^2 \cos \lambda_x = g - \frac{F_{\Pi}}{m}, \end{cases} \quad (2.84)$$

які інтегруються за сталих значень напрямних косинусів кута $\lambda_x = \text{const}$.

2.4 Математичні моделі процесу пневмосепарації в нахилених каналах

Теоретичні посилення і методологія вибору рівнянь, які визначають динаміку взаємодії твердої частинки з нахиленим повітряним потоком, зазначені в роботі П. М. Заїки [68] і набули розвитку в математичному моделюванні руху компонентів зернового матеріалу в нахилених каналах пневматичних і пневмоінерційних сепараторів [2, 89, 115, 150].

Поділ компонентів зернового матеріалу в нахиленому повітряному каналі має ряд суттєвих переваг, порівнюючи із сепарацією у вертикальному каналі, а саме: збільшена швидкість повітряного потоку дає можливість збільшити пропускну здатність каналу, зменшити концентрацію матеріалу в каналі і відповідно ймовірність зіткнення та агрегації частинок; збільшена швидкість потоку збільшує швидкість обтікання та аеродинамічний опір КЗМ (компонентів зернового матеріалу) і чіткість поділу компонентів; основною перевагою нахилого повітряного каналу є можливість поділу зернового потоку на три-чотири фракції, що суттєво розширює функціональні можливості пневматичних сепараторів.

Залежно від напрямку вводу зернового потоку в повітряний потік із нахиленим каналом, сепаратори умовно поділяють на повітряні та пневмоінерційні [1, 2, 88, 149].

Найбільш повно математична модель руху частинки в нахиленому повітряному каналі представлена в роботах М. М. Абдуєвма [1, 2]. Для визначення характеристик руху частинки в каналі, нахиленому до горизонтальної площини під кутом λ , математична модель сформульована у вигляді системи диференціальних рівнянь, отриманих із векторного рівняння $m\bar{a} = \bar{R} + \bar{G}$:

$$\begin{cases} \ddot{x} = -k_{\pi}[(\dot{x} - V_{\pi} \cos \lambda)^2 + (\dot{y} - V_{\pi} \sin \lambda)^2] \cos(\bar{V}_{\pi}, \dot{x}) \\ \ddot{y} = -k_{\pi}[(\dot{x} - V_{\pi} \cos \lambda)^2 + (\dot{y} - V_{\pi} \sin \lambda)^2] \cos(\bar{V}_{\pi}, \dot{y}) - g \end{cases} \quad (2.85)$$

де $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\ddot{x}$, $\ddot{y}$ – проєкції швидкості та прискорення частинок на осі нерухомої системи координат XOY ;

V_{π} – поточне значення швидкості повітряного потоку, визначене за формулою:

$$V_{\pi} = V_{\pi,i} - (y_{k,i} - y_k) \operatorname{tg} \delta, \quad (2.86)$$

де $V_{\pi,i}$ – задане значення швидкості повітряного потоку на рівні висоти каналу $y_{k,i}$ (рис. 2.20; 2.21);

y_k – поточне значення висоти каналу;

$\cos(\bar{V}_{\pi}, \dot{x})$, $\cos(\bar{V}_{\pi}, \dot{y})$ – напрямні косинуси відносної швидкості $\bar{V}_{\pi}$ до осей x, y .

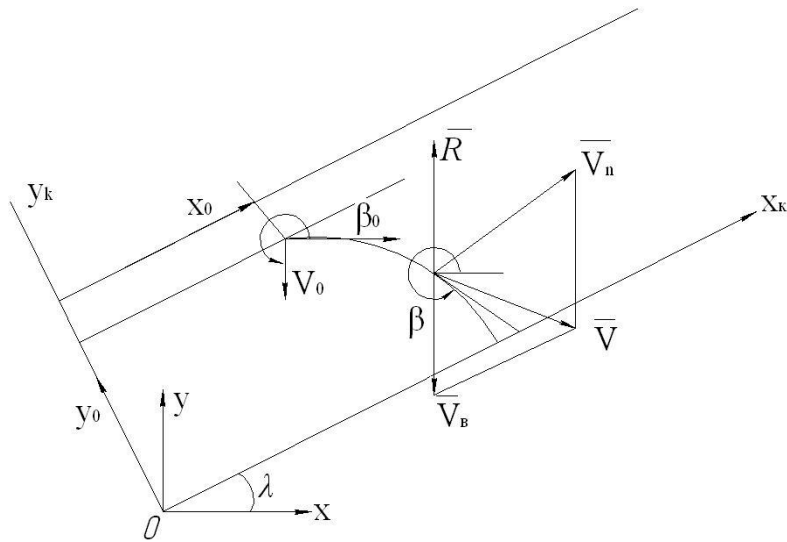


Рис. 2.20. Розрахункова схема руху частинки

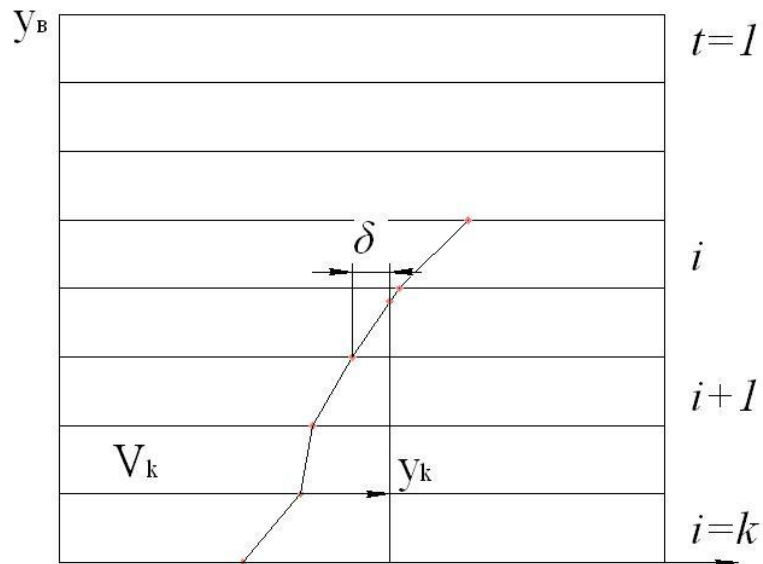


Рис. 2.21. Епюра швидкості повітряного потоку

Напрямні конуси відносної швидкості $\bar{V}_n$, визначені за формулами:

$$\cos(\bar{V}_n, \dot{x}) = \frac{\dot{x} - V_n \cos \lambda}{\sqrt{(\dot{x} - V_n \cos \lambda)^2 + (\dot{y} - V_n \sin \lambda)^2}} = \frac{V_{Bx}}{V_B};$$

$$\cos(\bar{V}_n, \dot{y}) = \frac{\dot{y} - V_n \sin \lambda}{\sqrt{(\dot{x} - V_n \cos \lambda)^2 + (\dot{y} - V_n \sin \lambda)^2}} = \frac{V_{By}}{V_B};$$

де $\bar{V} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ – модуль швидкості;

$V_B = \bar{V} - \bar{V}_n$ – відносна швидкість.

$\bar{V} = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}$ – Напрямок дотичної в разі задання кривої в параметричному вигляді знаходять із такого співвідношення:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\dot{y}}{\dot{x}}$$

де β – кут між напрямком абсолютної швидкості й віссю x .

Остаточно в роботі [2] отримано систему рівнянь у проєкціях відносної швидкості на осі прямокутних координат XOY :

$$\ddot{X} = -k_{\Pi}[(\dot{x} - V_{\Pi} \cos \lambda)^2 + (\dot{y} - V_{\Pi} \sin \lambda)^2] \frac{\dot{x} - V_{\Pi} \cos \lambda}{\sqrt{(\dot{x} - V_{\Pi} \cos \lambda)^2 + (\dot{y} - V_{\Pi} \sin \lambda)^2}}; \quad (2.87)$$

$$\ddot{Y} = -k_{\Pi}[(\dot{x} - V_{\Pi} \cos \lambda)^2 + (\dot{y} - V_{\Pi} \sin \lambda)^2] \frac{\dot{y} - V_{\Pi} \sin \lambda}{\sqrt{(\dot{x} - V_{\Pi} \cos \lambda)^2 + (\dot{y} - V_{\Pi} \sin \lambda)^2}} - g. \quad (2.88)$$

Епюра швидкості повітряного потоку може бути прийнята прямолінійною за висотою каналу ($\delta = \text{const}$).

Закономірності руху частинок у квазігоризонтальному каналі пневмосепаратора досліджено в роботах М. В. Бакума, В. П. Ольшанського, М. М. Крекота [17] за допомогою спрощеного варіанту математичного опису.

Зокрема в роботах [17, 115] розглядається повітряний прямокутний канал шириною h , верхня і нижня стінки якого нахилені до горизонталі під кутом λ . Вектор швидкості висхідного рівномірного повітряного потоку $\bar{V}$ прийнято сталим та спрямованим уздовж стінок каналу. У прямокутній системі координат XOY , повернутій на кут λ (рис. 2.22), рух частинки як матеріальної точки описано системою диференціальних рівнянь у вигляді:

$$\begin{cases} \ddot{X} = -k(V - \dot{X})\sqrt{(V - \dot{X})^2 + \dot{Y}^2} - g \cdot \sin \lambda; \\ \ddot{Y} = -k(V - \dot{X})\sqrt{(V - \dot{X})^2 + \dot{Y}^2} - g \cdot \cos \lambda, \end{cases} \quad (2.89)$$

де k – коефіцієнт вітрильності; $k = g \cdot V_{\text{вит}}$ ($V_{\text{вит}}$ – швидкість витання частинки);

g – прискорення вільного падіння;

$$\dot{x}, \dot{y} \rightarrow \frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}; \ddot{x}, \ddot{y} \rightarrow \frac{d^2x}{dt^2}, \frac{d^2y}{dt^2}.$$

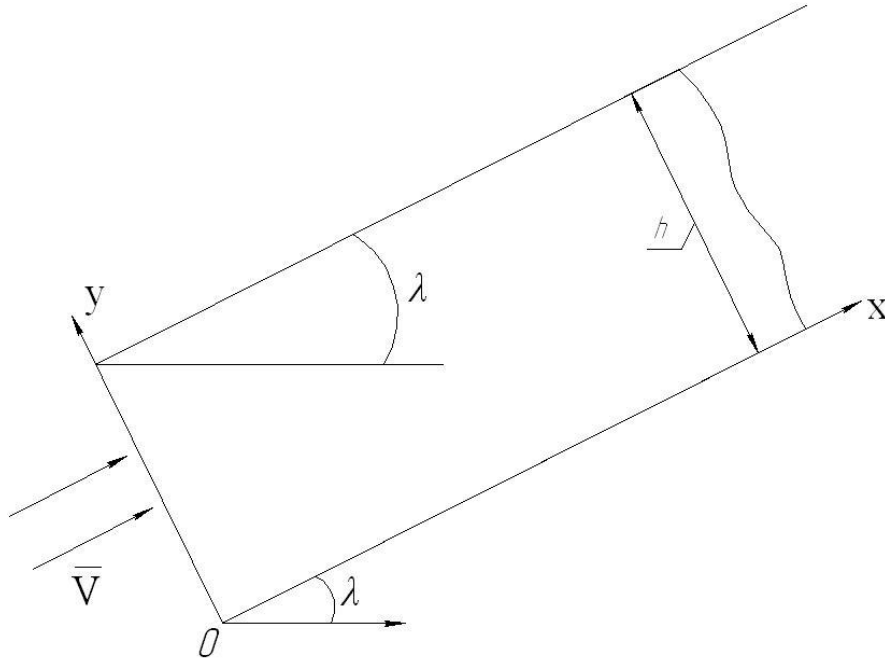


Рис. 2.22. Схема квазігоризонтального каналу пневмосепаратора

Початкові умови визначено так: $\dot{x}(0) = v_1$; $\dot{y}(0) = v_2$; $x(0) = y(0) = 0$ (v_1, v_2 – проєкції початкової швидкості на OX та OY). Сила опору прийнята: $R = k \cdot m(V - \dot{X})^2$.

Для отримання аналітичного розв'язку задачі Коші систему рівнянь спростили; припустили, що $(V - \dot{x}) \gg \dot{y}$, й отримали спрощений вигляд диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \ddot{X} = -k(V - \dot{X})^2 - g \cdot \sin \lambda, \\ \ddot{Y} = -k(V - \dot{X})^2 - g \cdot \cos \lambda. \end{cases} \quad (2.90)$$

За прийнятих початкових умов інтегруванням першого рівня системи (2.90) визначено зміну проекції швидкості $\dot{x}(t)$ і переміщення частинки $x(t)$ у часі:

$$\dot{x}(t) = V - V^* \cdot \frac{\exp(2kv^*t) + c}{\exp(2kv^*t) - c}, \quad (2.91)$$

$$x(t) = (V + V^*)t - \frac{1}{k} \ln \frac{\exp(2kv^*t) - c}{1 - c}, \quad (2.92)$$

де $V^* = \sqrt{g \sin \lambda \cdot k^{-1}}$; $c = \frac{V - v_1 - V^*}{V - v_1 + V^*}$.

Для спрощення другого рівняння системи використано апроксимувальний вираз [139]:

$$\dot{x}(t) = V - \frac{V - v_1}{1 + k(V - v_1)t} \quad (2.93)$$

Після інтегрування другого рівняння системи (2.90) з урахуванням початкових умов отримано залежності для визначення швидкості переміщення $\dot{y}(t)$ і переміщення частинки за висотою каналу:

$$\dot{y}(t) = \frac{1}{1 + k(V - v_1)t} \left\{ v_2 + gt \cos \lambda \left[1 + \frac{k}{2} (V - v_1)t \right] \right\}, \quad (2.94)$$

$$y(t) = \frac{1}{k(V - v_1)} \left[v_2 - \frac{g \cos \lambda}{2k(V - v_1)} \right] \ln(1 + k(V - v_1)t) + \frac{g}{2} \cos \lambda \cdot t \left[\frac{1}{k(V - v_1)} + \frac{t}{2} \right] \quad (2.95)$$

З рівняння переміщення частинки в часі за координатами $x(t)$ і $y(t)$ є можливість розрахувати і побудувати траєкторії руху частинок, які відрізняються аеродинамічними властивостями (значенням величини $k = g/V_{\text{внт}}^2$).

Для виконання інженерних розрахунків траєкторій руху частинок у нахиленому повітряному каналі в роботах [133, 139] використано лінійну модель.

Використовуючи спрощувальну апроксимацію нелінійної складової, обґрунтовану в роботах [117, 133, 139]:

$$\sqrt{(V - \dot{x})^2 + \dot{y}^2} = \Psi \cdot V = \text{const} (\Psi = 1,05 - 1,06) \quad (2.96)$$

і враховуючи, що за переміщення частинки не в зустрічному, а в супутньому потоці $\Psi < 1$, система рівнянь (2.89) приводиться до вигляду:

$$\begin{cases} \ddot{x} - \beta(V - \dot{x}) = -g \sin \lambda \\ \ddot{y} - \beta\dot{y} = g \cos \lambda \end{cases}, \quad (2.97)$$

де $\beta = k\Psi V$.

За початкових умов: $t = 0; x = 0; y = 0; \dot{x} = v_1; \dot{y} = v_2; v_1 = -v_0 \sin \lambda; v_2 = v_0 \cos \lambda$ (v_0 – швидкість подачі насіння в каналі).

Задача Коші, записана рівняннями (2.97) за визначених початкових умов, отримала розв'язок [117, 133, 143, 203] у вигляді:

$$x(t) = \frac{1}{\beta} \left\{ \left(v_1 - \frac{\beta V - g_1}{\beta} \right) [1 - \exp(-\beta t)] + (\beta V - g_1)t \right\}; \quad (2.98)$$

$$y(t) = \frac{1}{\beta} \left\{ \left(v_2 - \frac{g_2}{\beta} \right) [1 - \exp(-\beta t)] + g_2 t \right\}, \quad (2.99)$$

де $g_1 = g \cdot \sin \lambda; g_2 = g \cdot \cos \lambda$.

Виключивши з отриманих розв'язків параметр часу t , отримано явну залежність x від y на траєкторії руху частинки:

$$x(t) = \frac{1}{\beta} \left\{ \left(v_1 - V + \frac{g_1}{\beta} \right) \left[1 + \frac{w(\eta)}{1-\lambda} \right] - \left(V - \frac{g_1}{\beta} \right) \ln \left[\frac{w(\eta)}{\lambda-1} \right] \right\}, \quad (2.100)$$

де $w(\eta)$ – спеціальна функція Ламберта [117];

$$\eta = \eta(y) = -\exp \left[\ln(1 - \lambda) + \lambda - 1 - \frac{\beta^2}{g_2} y \right]; \quad \lambda = \frac{\beta v_2}{g_2}$$

Визначити траєкторії руху частинки в нахиленому повітряному потоці за дії на частинки сил опору R_i тяжіння G також можна за методикою Е. Ф. Нелюбова, розглянутою в роботі [135] в загальному випадку: під час сепарації частинки масою m із початковою швидкістю ω вводяться під кутом λ у повітряний потік під кутом β до горизонту. Сила опору пропорційна квадрату відносної швидкості: $R = kv^2$.

Відносний рух частинки (рухомі координати) описано системою рівнянь у вигляді [133]:

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} = g \sin \theta - kv^2, \\ \frac{v^2}{r} = g \cos \theta, \end{cases} \quad (1.101)$$

де θ – кут між віссю x_6 і дотичною до відносної траєкторії;

r – радіус кривизни траєкторії.

Упускаючи проміжні перетворення, покажемо кінцевий результат розв'язку системи (2.92):

проекції переміщення частинки у відносному русі на осі координат.

$$x_6 = \int v \cdot \cos \theta dt = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{d\theta}{g \cdot \cos^2 \theta \left\{ \frac{k}{g} \left[\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} + \ln \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] - c_2 \right\}}; \quad (2.102)$$

$$y_6 = \int v \cdot \sin \theta dt = \int_{\theta_0}^{\theta} \frac{\operatorname{tg} \theta d\theta}{g \cdot \cos^2 \theta \left\{ \frac{k}{g} \left[\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} + \ln \cdot \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] - c_2 \right\}}; \quad (2.103)$$

$$c_2 = \frac{k}{g} \left[\frac{\sin \theta}{\cos^2 \theta} + \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right] - \frac{1}{v_0^2 \cos^2 \theta_0},$$

де θ_0 , v_0 – кут та швидкість вводу частинки в повітряний потік.

$$\theta_0 = \beta - \arcsin \left[\frac{\omega}{v_0} \sin(\alpha - \beta) \right] = \sqrt{u^2 + \omega^2 - 2u\omega \cos(\alpha - \beta)}, \quad (2.104)$$

де u – швидкість повітря;

ω – швидкість частинки;

$$\bar{v} = \bar{u} - \bar{\omega}.$$

Для побудови траєкторій відносного руху частинок отримані визначені інтеграли можна обчислити одним із методів наближеного інтегрування.

2.5 Моделювання руху твердої частинки в пневмоінерційних сепараторах

Процеси в пневмоінерційних сепараторах із нахиленим каналом розглянуто в роботах В. В. Півня [88, 89, 136, 149], де використано математичний опис у вигляді систем диференціальних рівнянь (2.89) та (2.90), розглянутих вище.

Але слід зупинитися на математичному описі процесу переміщення частинки в нахилених потоках пневмоінерційних сепараторів, які використані в роботах В. П. Нилова [136] і Н. Г. Бармаша [42]. Для теоретичного аналізу руху компонентів дрібного зернового вороху в пневмоінерційному сепараторі, де подача вороху в повітряний потік (швидкість якого перевищує швидкість витання зерна в 1,5–2,5 рази) здійснюється протитечієво, прийняте таке спрощення: оскільки процес пневмоінерційної сепарації короткочасний, а сила тяжіння солом'ястих компонентів практично на порядок менше сили аеродинамічного опору (при $u_v = 16\text{--}25$ м/с), впливом сили тяжіння можна знехтувати. У цьому разі абсолютний рух частинки залежно від аеродинамічного опору ($R = mk_n V^2$) виражений рівняннями [42]:

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = -R \cdot \cos \delta ; \quad (2.105)$$

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = -R \cdot \sin \delta , \quad (2.106)$$

де δ – кут між віссю абсцис і напрямком відносної швидкості.

Схема швидкостей і сил, що діють на частинку в повітряному потоці показана на рисунку 2.23.

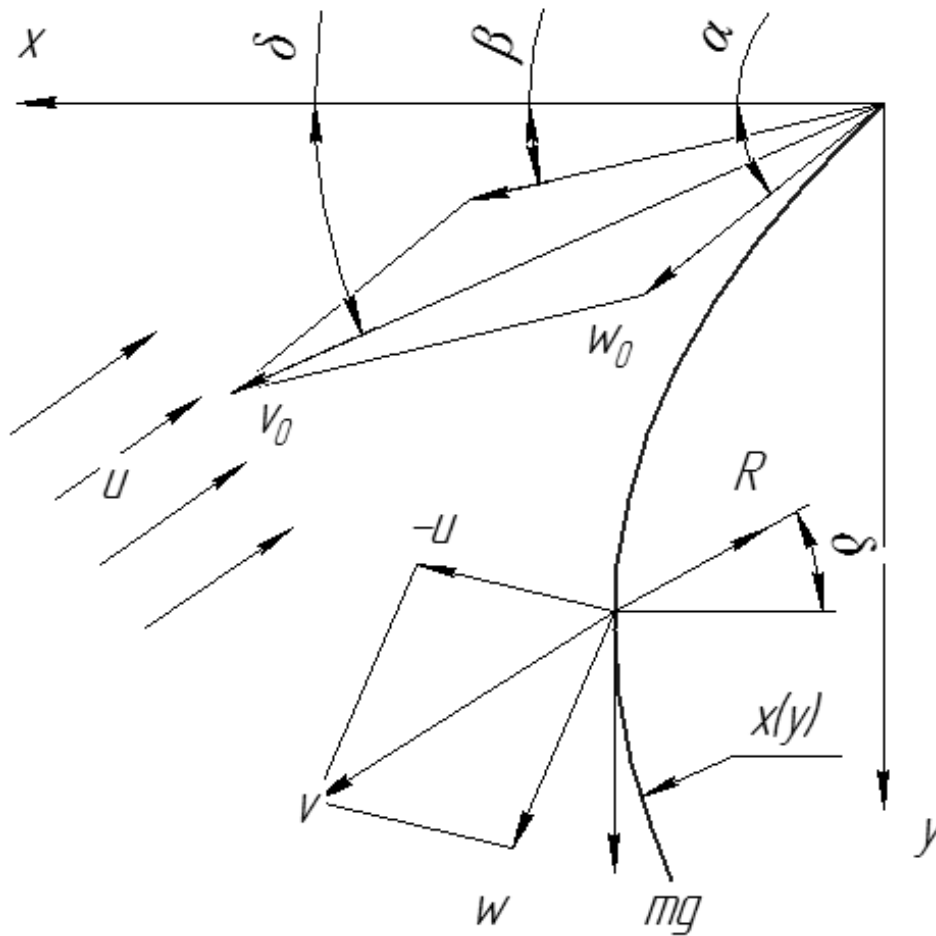


Рис. 2.23. Схема швидкостей і сил, що діють на частинку в повітряному потоці

Абсолютний рух частинки в проєкціях на осі координат відповідно до рисунка 2.23:

$$\frac{dx}{dt} = -u \cdot \cos\beta + v \cdot \cos\delta; \quad (2.107)$$

$$\frac{dy}{dt} = -u \cdot \sin\beta + v \cdot \sin\delta \quad (2.108)$$

Виразивши силу опору R через коефіцієнт вітрильності k_n , а відносну швидкість визначено з рівнянь (2.105), (2.106), і підставивши їхні значення в рівняння (2.107), (2.108), отримано рівняння:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + k_n v \frac{dx}{dt} + k_n v \cdot u \cdot \cos\beta = 0; \quad (2.109)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + k_n v \frac{dy}{dt} + k_n v \cdot u \cdot \sin\beta = 0, \quad (2.110)$$

де k_n – коефіцієнт вітрильності;

v – відносна швидкість потоку;

u – швидкість повітряного потоку;

β – кут нахилу вектору швидкості повітряного потоку.

Унаслідок розв'язку рівнянь (2.109), (2.110) визначено швидкість і переміщення частинки в проєкціях на осі координат:

$$W_x = \frac{W_0 \cdot \cos\alpha - v_0 \cdot u \cdot k_n \cdot t \cdot \cos\beta}{v_0 \cdot k_n \cdot t + 1}; \quad (2.111)$$

$$W_y = \frac{W_0 \cdot \sin\alpha - v_0 \cdot u \cdot k_n \cdot t \cdot \sin\beta}{v_0 \cdot k_n \cdot t + 1}; \quad (2.112)$$

$$x(t) = \frac{(W_0 \cdot \cos\alpha - u \cdot \cos\beta) \cdot \ln(v_0 \cdot k_n \cdot t + 1) - k_n \cdot v_0 \cdot u \cdot t \cdot \cos\beta}{v_0 \cdot k_n}; \quad (2.113)$$

$$y(t) = \frac{(W_0 \cdot \sin\alpha - u \cdot \sin\beta) \cdot \ln(v_0 \cdot k_n \cdot t + 1) - k_n \cdot v_0 \cdot u \cdot t \cdot \sin\beta}{v_0 \cdot k_n}; \quad (2.114)$$

де W_x, W_y – проєкції абсолютної швидкості частинки на осі XOY;

W_0, v_0 – початкові значення абсолютної та відносної швидкостей.

Виключаючи з рівнянь (2.113) та (2.114) час t , отримано рівняння траєкторії руху частинки в нахиленому повітряному потоці:

$$y(x) = \frac{(\sin\alpha - \varepsilon \cdot \sin\beta) \ln A - \varepsilon \cdot \sin\beta \cdot A + 1}{k_n \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 - 4 \cdot \varepsilon \cdot \cos^2(\alpha - \beta) \cdot 0,5}};$$

$$A = \exp \left[\frac{y \cdot \cos\beta - x \cdot \sin\beta}{\sin(\alpha - \beta)} k_n \sqrt{(1 + \varepsilon)^2 - 4 \cdot \varepsilon \cdot \cos^2(\alpha - \beta) \cdot 0,5} \right];$$

$$\varepsilon = \frac{u}{w_0}.$$

Але отримані в роботах [42, 89, 149] рівняння доцільно використовувати тільки для визначення параметрів руху дрібносом'ястих і пиловидних компонентів зернового матеріалу, швидкість витання яких не перевищує 2 м/с. Зазвичай ця методика використовується для визначення довжини каналу пневмосепаратора.

2.6 Моделювання процесів переміщення та поділу компонентів зернового матеріалу в горизонтальних повітряних пневматичних каналах

Математичну модель процесу переміщення насіннєвого матеріалу в горизонтальному потоці аеродинамічного сепаратора найбільш повно (детально) висвітлено в роботах Е. Б. Алієва [11, 12]. Геометрична форма насінини, прийнятої як еліпсоїд обертання, визначена в роботі [12] її об'ємом Ω_p у функції еквівалентного діаметра D_p :

$$\Omega_p = \frac{\pi D_p^3}{6},$$

де $D_p = 2(a \cdot b \cdot c)^{\frac{1}{3}}$; a, b, c – півосі еліпсоїда.

Для опису руху однієї насінини в заданій області швидкостей горизонтального повітряного потоку використано диференціальні рівняння, які (в позначеннях автора) мають вигляд:

$$\Omega_p \rho_p \frac{d_p \bar{V}_p}{dt} = \bar{F}; \quad \frac{d_p \bar{S}_p}{dt} = \bar{V}_p; \quad \frac{dp}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} + \bar{V}_p \cdot \Delta, \quad (2.115)$$

де ρ_p – щільність насінини;

$\bar{V}_p$ – вектор швидкості насінини;

$\bar{F}$ – вектор підсумкової сили, що діє на насінину;

$\bar{S}_p$ – вектор переміщення насінини.

Сили, які діють на насінину в її переміщенні в турбулентному повітряному потоці, на підставі причин, що зумовлюють їхній прояв, визначені такими виразами:

1) сила тяжіння

$$\bar{F}_g = \Omega_p \rho_p \bar{g};$$

2) сила Архімеда

$$\bar{F}_a = \Omega_p \rho_a \bar{g};$$

3) зусилля, яке зумовлене зміною тиску повітря в напрямку руху носійного повітряного потоку внаслідок його прискорення

$$\bar{F}_{ac} = \Omega_p \rho_p \frac{d_p \bar{V}_p}{dt}; \quad \frac{dp}{dt} = \frac{\partial p}{\partial t} + \bar{V}_p \cdot \Delta;$$

4) сила в'язкого опору, яка виникає під час руху насінини з певною відносною швидкістю в потоці повітря

$$\bar{F}_D = \frac{1}{2} \pi D_p^3 \rho_a C_m(Re) (\bar{V}_a - \bar{V}_p) |\bar{V}_a - \bar{V}_p|;$$

5) сила впливу приєднаної маси, яка виражає зростаючу інерційність насінини під час її нестационарного руху

$$\bar{F}_m = \frac{1}{2} \Omega_p \rho_a \frac{d}{dt} (\bar{V}_a - \bar{V}_p);$$

6) сила контактної взаємодії між насінинами і стінками каналу, що базується на пружно-демпферній контактній моделі Герца-Мідліна [11]

$$\bar{F}_{\text{cont}} = \bar{F}_n + \bar{F}_t,$$

де $\bar{F}_n = -k_n \bar{d}_n - N_n \bar{V}_n$ – нормальна складова зусилля;

$\bar{F}_t = k_t \bar{d}_t - N_t \bar{V}_t$ – тангенціальна складова сили, якщо $|k_t \bar{d}_t| < |k_n \bar{d}_n|$; $\bar{F}_t = |k_n \bar{d}_n| \frac{c_f d_t}{|d_t|}$, якщо $|k_t \bar{d}_t| > |k_n \bar{d}_n|$;

$k_n = \frac{4}{3} E \sqrt{d_n R_{eg}}$ – нормальний коефіцієнт жорсткості пружної складової;

$N_n = \sqrt{(5K_n M_{eg})} N_{n \text{ damp}}$ – нормальний коефіцієнт згасання демпферної складової;

$k_t = 8G_{teg} \sqrt{d_t R_{ef}}$ – тангенціальний коефіцієнт жорсткості пружної складової;

$N_t = \sqrt{(5K_n M_{eg})} N_{t \text{ damp}}$ – тангенціальний коефіцієнт згасання демпферної складової;

$N_{damp} = \frac{-\ln(C_{a \text{ rest}})}{\sqrt{\pi^2 + \ln(C_{a \text{ rest}})^2}}$ – коефіцієнт загасання;

$R_{eg} = \left(\frac{2}{D_A} + \frac{2}{D_B} \right)^{-1}$ – еквівалентний радіус двох насінин А і В;

$M_{eg} = \left(\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right)^{-1}$ – еквівалентна маса двох насінин А і В;

$E_{eg} = \left(\frac{1-V_A^2}{E_A} + \frac{1-V_B^2}{E_B} \right)^{-1}$ – еквівалентний модуль Юнга двох насінин А і В;

$G_{teg} = \left[\frac{2(2-V_A)(1+V_A)}{E_A} + \frac{2(2-V_B)(1+V_B)}{E_B} \right]^{-1}$ – еквівалентний модуль зсуву двох насінин А і В.

Позначення у формулах наведених вище:

M_A, M_B – маси двох насінин А і В, відповідно;

d_n, d_t – віртуальне перекриття насінин А і В у нормальному та тангенціальному напрямках;

D_A, D_B – ефективні діаметри насінин А і В, відповідно;

E_A, E_B – модуль Юнга насінин А і В, відповідно;

ρ_a – густина повітря;

$C(Re)$ – коефіцієнт опору;

$\bar{V}_a, \bar{V}_p$ – вектори швидкості руху частинки і повітря, відповідно;

V_A, V_B – коефіцієнти Пуассона насінин А і В, відповідно.

Підставивши значення визначених сил у рівняння (2.115), отримано [11] систему диференціальних рівнянь (у векторній формі запису), що визначають рух насінин у повітряному горизонтальному каналі:

$$\begin{aligned} \frac{d_p V_p}{dt} = g + \frac{P_a}{P_p} g + \frac{P_a d_a V_a}{P_p dt} + \frac{P_a}{2P_a} \frac{d}{dt} (V_a - V_p) + \\ + \pi D_p^2 \frac{P_a f_m(Re)(V_a - V_p)|V_a - V_p|}{(2\Omega_3 P_p)} + \frac{\bar{F}_{const.}}{(\Omega_3 P_p)}; \end{aligned} \quad (2.116)$$

$$\frac{d_p \bar{S}_p}{dt} = \bar{V}_p; \quad \frac{dp}{dt} = \frac{\partial}{\partial x} + \bar{V}_p \cdot \Delta; \quad \bar{F}_{cont} = (-k_n \bar{d}_n - N_n \bar{V}_n) + (k_t \bar{d}_t - N_t \bar{V}_t);$$

$$\bar{S}_{pa} = \bar{S}_{pb}; \quad t = 0; \quad \text{та} \quad \bar{S}_{pa} \neq \bar{S}_{pb}; \quad t \rightarrow \infty.$$

Рішенням системи диференціальних рівнянь (2.116) має бути траєкторія польоту, яка дає можливість визначити місце падіння насінини залежно від її фізико-механічних і логічних властивостей. Але для отримання числового розв'язку системи рівнянь необхідно записати векторні рівняння в проєкціях на осі координат, які визначають контури повітряного каналу і задають початкові умови.

У роботі Л. Г. Гросула та співавторів [53] для визначення параметрів руху твердої частинки в повітряно-гравітаційному сепараторі математична модель представлена спрощеним описом процесу переміщення частинки.

Рівняння руху частинки, викинутої бітером у горизонтальному напрямку і одночасно спадної в гравітаційному полі, в роботі [53] записано у вигляді:

$$X = V_{r\Gamma} t; \quad Y = V_{rB} t, \quad (2.117)$$

де $V_{r\Gamma}$, V_{rB} – горизонтальна і вертикальна швидкості частинки, відповідно.

З урахуванням впливу потоків повітря, які (у загальному випадку) рухаються зі швидкістю V_n під кутом α до горизонту, отримано:

$$V_{r\Gamma} = V_B + V'_{n\Gamma}; \quad V_{rB} = V_{rp} + V'_{nB}, \quad (2.118)$$

де $V_{r\Gamma} = gt$ – швидкість вільного падіння частинки в безповітряному просторі;

$V'_{n\Gamma}$, V'_{nB} – горизонтальна та вертикальна швидкості, набуті частинкою під впливом горизонтального ($V_{n\Gamma} = V_n \cos \alpha$) та вертикального ($V_{nB} = V_n \sin \alpha$) складових потоку повітря, відповідно.

Величини цих складових прямо пропорційні швидкостям частинки в безповітряному просторі й обернено пропорційні доповненню до максимальної швидкості витання частинки. Останнє визначається як різниця між максимальною швидкістю витання аеродинамічно важких частинок суміші та поточним значенням швидкості витання конкретних частинок ($V_m - V_B$). Отже, отримано:

$$V'_{n\Gamma} = V_n \frac{V_6}{V_m - V_B} \cos \alpha; \quad V'_{nB} = V_n \frac{V_{rp}}{V_m - V_B} \sin \alpha = V_n \frac{gt}{V_m - V_B} \sin \alpha. \quad (2.119)$$

Зважаючи на останнє, фактичні горизонтальна $V_{r\Gamma}$ та вертикальна V_{rB} швидкості частинки складатимуть:

$$V_{r\Gamma} = V_6 \left(1 + \frac{V_n}{V_m - V_B} \cos \alpha \right), \quad V_{rB} = gt \left(1 - \frac{V_n}{V_m - V_B} \sin \alpha \right). \quad (2.120)$$

Отримані рівняння, на думку авторів, дають можливість розрахунку поточних координат траєкторії руху частинок у польоті для будь-якого періоду t :

$$x = \int_0^t V_{r_r} dt = V_6 t \left(1 + \frac{V_n}{V_m - V_B} \right); \quad (2.121)$$

$$y = \int_0^t V_{r_B} dt = \frac{gt^2}{2} \left(1 - \frac{V_n}{V_m - V_B} \right). \quad (2.122)$$

У результаті отримано рівняння руху частинки в польоті в такому вигляді:

$$y = \frac{(V_m - V_B)gX^2}{2V_6^2} \cdot \frac{(V_m - V_B - V_n \sin \alpha)}{(V_m - V_B + V_n \cos \alpha)^2}. \quad (2.123)$$

У роботі [43] математичний опис процесів переміщення компонентів зернового вороху в горизонтальному повітряному (каналі) потоці представлено системою диференціальних рівнянь у вигляді:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = k_n \frac{dx}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} + k_n \left(V_B - \frac{dx}{dt}\right)^2 \frac{d^2y}{dt^2} = -k_n \frac{dy}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} - g, \quad (2.124)$$

де k_n – коефіцієнт вітрильності компонентів вороху.

Перше рівняння включає (у правій частині) суму двох величин проєкцій опору середовища (повітря): перша складова – проєкції сили опору за відсутності руху повітря, а друга складова – сила опору під час руху частинки в повітряному потоці при його швидкості V_n . У другому рівнянні величина швидкості повітря (у горизонтальному напрямку) ніяк не впливає на рух частинки у вертикальному напрямку. Тому, який саме процес переміщення частинки (тобто за яких умов дії потоку), потребує уточнення.

Відповідно до роботи П. М. Василенка [36] диференціальні рівняння руху частинки в разі дії на неї повітряного (горизонтального) потоку (у координатах роботи [43]) з урахуванням тільки двох сил опору ($R = k_n m u^2$) і тяжіння можна записати у вигляді:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -R_x(u) \frac{\dot{x} \pm V_n}{u} = m k_n \sqrt{(\dot{x} \pm V_n)^2 + \dot{y}^2} (\dot{x} \pm V_n); \\ m\ddot{y} &= -R_y(u) \frac{\dot{y}}{u} - mg = m k_n \dot{y} \sqrt{(\dot{x} \pm V_n)^2 + \dot{y}^2} + mg, \end{aligned} \quad (2.125)$$

де $u = v_n - v$; $R = k_n m u^2$ $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$; $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$.

Знак «+» записують для руху в протитечії, знак «-» – для супутнього руху.

Математична модель руху частинки в горизонтальному турбулентному потоці з врахуванням дії поперечних (бокових) сил типу Жуковського і Магнуса сформульована Ф. Г. Зуєвим у роботі [77] у вигляді системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} m \frac{du_x}{dt} &= \frac{1}{2} \pi r^2 C_x(v_{\text{від}}) |v_{\text{від}}| + \frac{4}{21} \pi r^3 \frac{v_{\text{max}}}{R^{\frac{1}{7}} y^{\frac{6}{7}}} |u_y| + \frac{8}{3} \pi r^3 \rho \omega u_y; \quad (2.126) \\ m \frac{du_y}{dt} &= \frac{4}{21} \pi r^3 \frac{v_{\text{max}}}{R^{\frac{1}{7}} y^{\frac{6}{7}}} v_{\text{від}} + \frac{8}{3} \pi r^2 \rho \omega v_{\text{від}} - \frac{1}{2} \pi r^3 C_x(u_y) |u_y| + mg; \\ J \frac{d\omega}{dt} &= 0,0625 \pi r^3 \frac{R-y}{R-r} C_x(v_{\text{від}}) |v_{\text{від}}|; \end{aligned}$$

$$\frac{dx}{dt} = u_x; \quad \frac{dy}{dt} = u_y; \quad \frac{d\alpha}{dt} = \omega; \quad v_{\text{від}} = \left[v_{\text{max}} \left(\frac{y}{R} \right)^{\frac{1}{7}} - u_x \right]; \quad v_{\text{пов}} = v_{\text{max}} \left(\frac{y}{R} \right)^{\frac{1}{7}}.$$

Схема процесу переміщення частинки в горизонтальному повітряному потоці припускає, що частинки зернового матеріалу (в умовах пневмотранспорту) поміщені в канал, маючи початкову швидкість, що

дорівнює нулю, а їхні траєкторії є прямі лінії, спрямовані у верхню або нижню частину каналу від точок їхнього початкового положення.

У дійсності частинки подаються в канал із живильного пристрою з певною початковою швидкістю, що характеризується величиною та напрямком.

Закінчуючи огляд математичних моделей, які описують переміщення частинок у повітряних потоках вертикальних і горизонтальних пневмоканалів сепараторів зернових матеріалів, слід зазначити, що за наявності дії тільки двох сил тяжіння та аеродинамічного опору для площинного потоку диференціальні рівняння руху частинки, визначені П. М. Василенком і відповідно до [36], мають вигляд:

$$m\ddot{x} = -k_v(\dot{x}_r - \dot{x}_c)\sqrt{(\dot{x}_r - \dot{x}_c)^2 + (\dot{y}_r - \dot{y}_c)^2}; \quad (2.127)$$

$$m\ddot{y} = +k_v(\dot{y}_r - \dot{y}_c)\sqrt{(\dot{x}_r - \dot{x}_c)^2 + (\dot{y}_r - \dot{y}_c)^2} - mg, \quad (2.128)$$

де $\dot{x}_c, \dot{y}_c$ – проєкції швидкості повітряного потоку;

$\dot{x}_r, \dot{y}_r$ – проєкції швидкості частинки.

Рівняння складено за умови транспортування частинок повітряним потоком, коли потік повітря розповсюджується у двох координатах. У разі одного напрямку виключаються величини $\dot{x}_c$ та $\dot{y}_c$.

3. МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РОЗДІЛЕННЯ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ В НЕРІВНОМІРНИХ ПОВІТРЯНИХ ПОТОКАХ

Для визначення впливу основних факторів, що діють на процеси поділу складових зернового матеріалу за аеродинамічними властивостями, враховуючи короткочасність цього процесу та дію випадкових факторів, доцільно проводити (попереднє) теоретичне дослідження на основі математичного моделювання.

Основним завданням математичного моделювання процесів повітряної сепарації зернового матеріалу є розрахунок і побудова траєкторій руху частинок, що не взаємодіють, які різняться своїми аеродинамічними властивостями, залежно від аеродинамічної схеми повітряного каналу, умов вводу матеріалу в канал і режиму носійного повітряного потоку.

Основу детермінованих математичних моделей складають представлення процесу як руху твердої недеформованої частинки сферичної форми в повітряному середовищі, яке характеризується густиною, в'язкістю, швидкістю переміщення та просторовим полем швидкостей. При цьому частинка не взаємодіє зі стінками каналу та іншими частинками. Наявність інших частинок не спотворює швидкісне поле, а впливає на середню (максимальну) швидкість потоку через величину порозності, або концентрації. Сила опору повітряному середовищу має квадратичну залежність від швидкості обтікання частинки повітрям (відносної швидкості руху).

Аеродинамічні властивості компонентів зернового матеріалу враховуються коефіцієнтом вітрильності, величина якої визначається за експериментально визначеною швидкістю витання. Але в теоретичних дослідженнях коефіцієнт вітрильності використовують зазвичай тільки для вертикальних каналів, у дослідженнях нахилених і горизонтальних каналів використовують коефіцієнт опору, точніше залежність коефіцієнта

опору від числа Рейнольдса, яке характеризує режим обтікання рухомого тіла повітряним потоком.

3.1 Моделювання процесу розділення компонентів зернового вороху вкиданням у повітряне середовище

Як перший прототип процесу пневмоінерційної сепарації зернового матеріалу можна навести кидання зернового вороху в повітряне середовище. Подібний процес здійснюється за допомогою пристрою, відомого під назвою зернопульт. Пристрій являє собою інерційну кидалку, в якій частинки набувають певного запасу кінетичної енергії завдяки взаємодії нескінченного паса (стрічки), що швидко рухається з притиснутим до нього барабаном або іншою нескінченною стрічкою. Під час роботи зернопюльта частинки вилітають з нього під кутом α_0 до горизонту. У польоті струмінь зерна розшаровується під дією сил інерції та аеродинамічного опору, також сили тяжіння. Частинки з малою вітрильністю рухаються по пологих траєкторіях і випадають далі від точки викидання, ніж частинки з великою вітрильністю (рис. 3.1, а).

Розглянемо випадок руху частинки масою m , вкинутої в нерухоме повітряне середовище зі швидкістю V_0 , під кутом α_0 і під дією сили тяжіння $G = mg$, спрямованої паралельно вертикальній осі OY , і сили опору R , напрямком якої протилежний миттєвій швидкості частинки V (рис. 3.1, б).

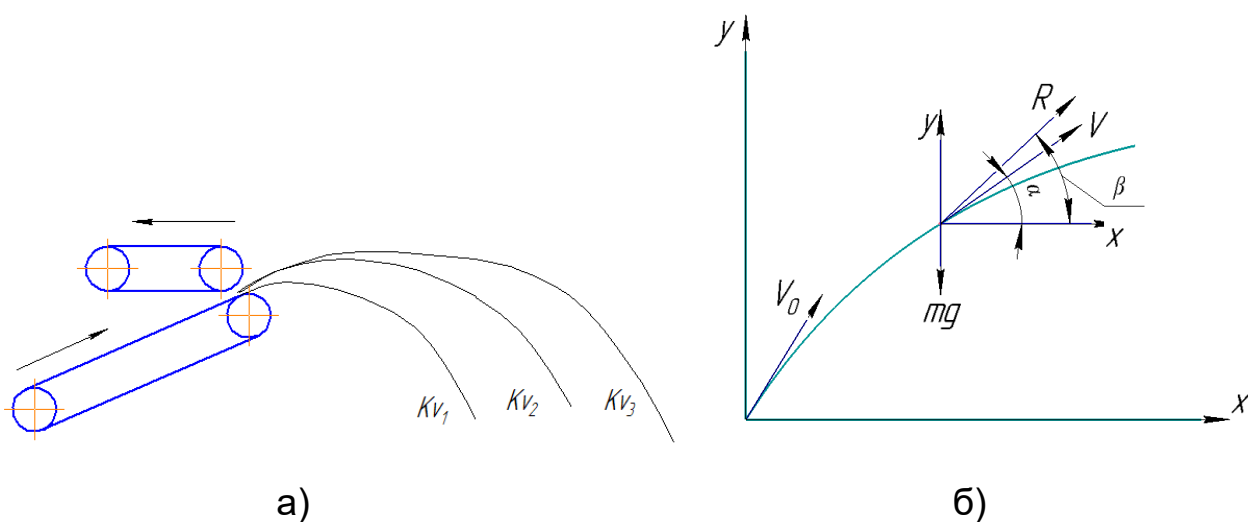


Рис. 3.1. Схема руху частинок із різною вітрильністю k_{Vi} (а) та схема сил, що діють на частинку в повітряному середовищі, (б)

Опір середовища пропорційний квадрату швидкості: $R = mk_V V^2$. Тоді диференціальні рівняння руху частинки у вертикальній площині YOX у проекціях на осі декартових координат отримаємо у вигляді:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= R \cdot \cos\beta = m \cdot k_V V^2 \cos\alpha; \\ m\ddot{y} &= R \cdot \sin\beta - mg = m \cdot k_V V^2 \sin\alpha - mg. \end{aligned} \quad (3.1)$$

Оскільки $\frac{dx}{dt} = \dot{x}$; $\frac{dy}{dt} = \dot{y}$; $\dot{x} = V \cos\alpha$; $\dot{y} = V \sin\alpha$; $V = \sqrt{(\dot{x})^2 + (\dot{y})^2}$, то рівняння (3.1) можна представити у вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{x} &= k_V \frac{dx}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} \\ \ddot{y} &= k_V \frac{dy}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} - g \end{aligned}, \quad (3.2)$$

де $k_V = \frac{g}{V_{\text{вит}}^2}$.

Початкові умови визначимо у такому вигляді:

$$t = 0; x = 0; y = 0; V_{x0} = \frac{dx}{dt} = V_0 \cos \alpha_0; V_{y0} = \frac{dy}{dt} = V_0 \sin \alpha_0. \quad (3.3)$$

Система рівнянь (3.2) із початковими умовами є визначеною й її розв'язок можна отримати чисельно з використанням програмних середовищ (MathCad, MathLab).

На рисунку 3.2 наведено траєкторії руху частинок із різними коефіцієнтами вітрильності, отримані розв'язком рівнянь (3.2) у середовищі MathCad.

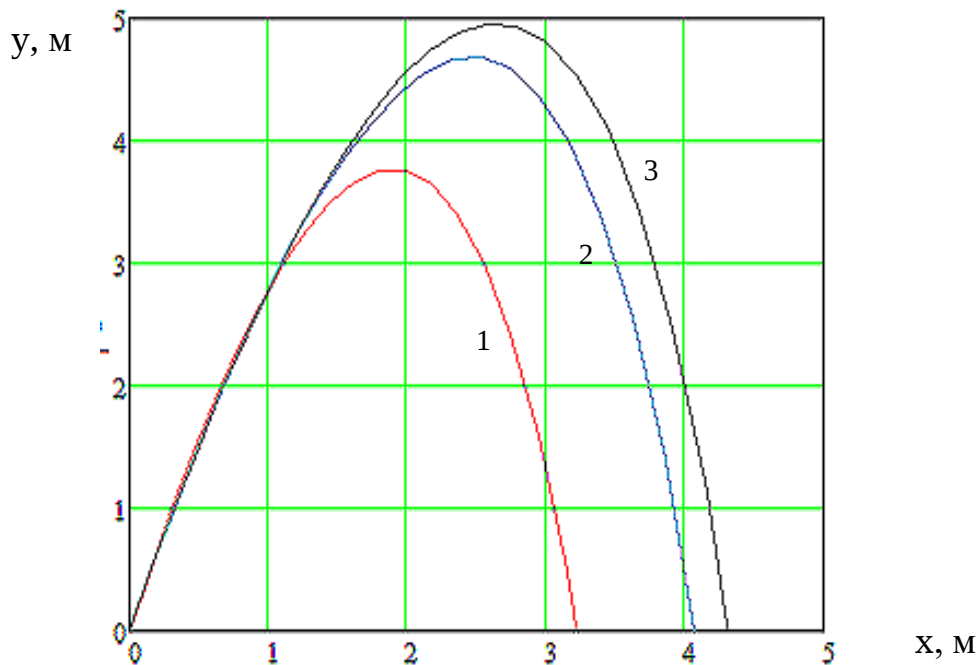


Рис. 3.2. Траєкторії руху зернівок після сходження із зернопульту:

1–3 – $k_V = 0,137$; $k_V = 0,2$; $k_V = 0,5$, відповідно

Орієнтуючись на отримання замкненого наближеного розв'язку системи (3.2), в роботі [139], обмежившись значенням кута вкидання зернового матеріалу $\lambda_0 < 30^\circ$ і прийнявши, що $\dot{x}^2 \gg \dot{y}^2$, а $(\dot{x}^2 + \dot{y}^2)^{\frac{1}{2}} = \dot{x}$, систему рівнянь (3.2) спрощено до такого вигляду:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} + k_V \dot{x}^2 = 0, \\ \frac{d^2y}{dt^2} + k_V \dot{x}\dot{y} - g = 0. \end{cases} \quad (3.4)$$

Інтегрування системи (3.4) з початковими умовами (3.3) приводить до залежностей:

$$x(t) = \frac{1}{k_V} \ln(1 + k_V v_{x_0} t); \quad (3.5)$$

$$y(t) = a \ln(1 + k_V v_{ox} t)^2 - \frac{g}{4(k_V v_{ox})} [(1 + k_V v_{ox} t)^2 - 1], \quad (3.6)$$

$$\text{де } a = \frac{1}{2k_V v_{ox}} \left(v_{oy} + \frac{1}{2k_V v_{ox}} \right).$$

Визначивши з рівняння (3.5) значення $t(x)$:

$$t(x) = \frac{g}{k_V v_{ox}} (e^{k_V x} - 1) \quad (3.7)$$

і підставивши отримане значення в рівняння (3.6), отримаємо рівняння $y(x)$, що описує траєкторію руху частинки в спокійному повітряному середовищі:

$$y(x) = a \ln e^{2k_V x} - \frac{g}{4k_V v_{ox}} (e^{2k_V x} - 1). \quad (3.8)$$

На рисунку 3.2 нанесені траєкторії руху частинок, визначені за спрощеним рівнянням (3.4).

3.2 Математична модель руху твердої частинки в повітряному середовищі з врахуванням зміни аеродинамічного опору середовища (за координатами руху)

У загальному випадку переміщення частинки в спокійному (нерухомому) середовищі швидкості її руху в горизонтальному і вертикальному напрямках (проекції швидкості) будуть мати різні значення.

Запишемо силу опору повітряного середовища переміщенню частинки в загальноприйнятому вигляді:

$$R = \frac{1}{2} C(Re) S \rho V^2. \quad (3.9)$$

Залежність коефіцієнта опору $C(Re)$ від критерію Рейнольдса можна апроксимувати за даними роботи [18]:

$$C(Re) = A e^{-b(Re)} = A e^{-b \frac{d_3}{V}}, \quad (3.10)$$

де $A = 250$; $b = 0,028$ при $Re = 0,1 \dots 10^3$.

Тоді рівняння системи (3.1) запишемо у вигляді:

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -B e^{-aV} \cdot V^2 \cdot \cos \alpha; \\ m\ddot{y} &= -mg - B e^{-aV} \cdot \sin \alpha, \end{aligned} \quad (3.12)$$

де $B = \frac{\rho}{2} SA$; $a = b \frac{d_3}{V}$; $\cos \alpha = \frac{dx}{dt}(V)$; $\sin \alpha = \frac{dy}{dt}(V)$; $V = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}$;

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -\frac{1}{m} B e^{-a\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \frac{dx}{dt} \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -g - \frac{B}{m} e^{-a\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \frac{dy}{dt} \end{cases} \quad (3.13)$$

Розглянемо, для прикладу, окремо рух частинки в горизонтальному і вертикальному напрямках за різних за напрямками руху значень сили опору:

$$R_e = \frac{1}{2} C(R_e \rho_c S_M V^2); \quad R_e = 270 \cdot V; \quad R_{e(10M/c)} = 2700;$$

$$m \frac{dV_x}{dt} = -K_x V_x^2; \quad \frac{dV}{V^2} = -\frac{K_x}{m} dt;$$

$$m \frac{dV_y}{dt} = mq - K_y V^2; \quad \frac{dV_y}{\frac{mq}{K_y} - V^2} = \frac{-K_y}{m} dt.$$

$$\int \frac{dV}{V^2} = -\frac{K_x}{m} t + c; \quad \frac{V^{-2+1}}{-2+1} = -\frac{1}{V} = -\frac{K_x}{m} t + c.$$

$$\left(\sqrt{\frac{mg}{K_y}} \right)^2 = a^2; \quad a = \sqrt{\frac{mg}{K_y}}.$$

$$\int \frac{dV}{a^2 - V^2} = -\frac{K_y}{m} t + c. \quad c = -\frac{1}{V_0}.$$

$$-\frac{1}{V} + \frac{1}{V_0} = -\frac{K_x}{m} t; \quad \frac{1}{V_0} + \frac{K_x}{m} t = \frac{1}{V}; \quad V = \frac{1}{\frac{1}{V_0} + \frac{K_x}{m} t}.$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -R_x \cos \lambda = -R_x \frac{\dot{x}}{V} \\ m\ddot{y} = -mg - R_y \sin \lambda = -R_y \frac{\dot{y}}{V} \end{cases}.$$

$$R_x = C_x(R_e) \frac{\rho}{2} S_M V^2 = K_x V^2. \quad R_y = C_y(R_e) \frac{\rho}{2} S_M V^2 = K_y V^2. \quad V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}.$$

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -K_x V^2 \frac{\dot{x}}{V} - K_x \dot{x} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} \\ m\ddot{y} = -K_y V^2 \frac{\dot{y}}{V} - mg = -K_y \dot{y} \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} - mg \end{cases};$$

$$K = C_0 e^{-k\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}.$$

$$C(R_e) = C_0 e^{-kR_e}; \quad C(R_e) = C_0 e^{-k\frac{d}{V}V}; \quad C(R_e) = C_0 e^{-k_1 V}.$$

3.2.1 Розділення зернового матеріалу на компоненти під час його подачі в об'єм повітряного середовища турбулентним повітряно-дисперсним струменем

Для завантаження амбарних зерносклади зерновим матеріалом, крім зернопультів і зернозавантажувачів останнім часом частіше використовують пневматичні завантажувачі, які подають і поділяють зерно в струмені пневмотранспорту (рис. 3.3.) У цьому разі маємо потік зерна, зваженого в турбулентному повітряному струмені; аеродинамічна схема струменя показана на рисунку 3.4.

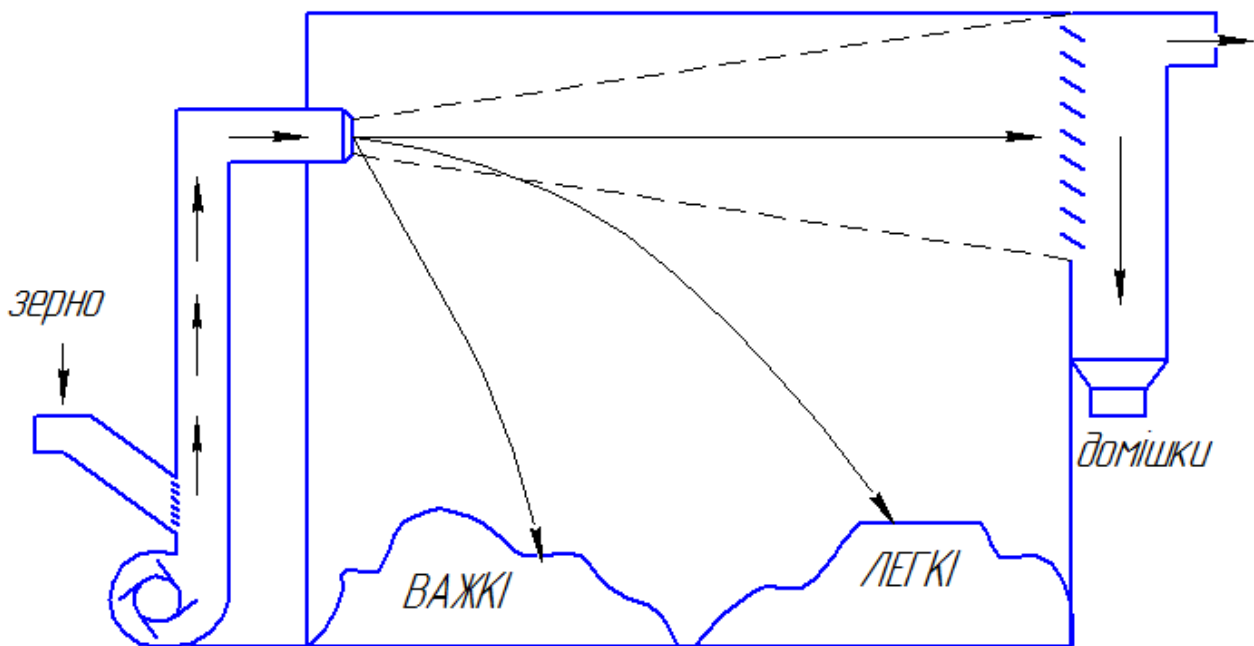


Рис. 3.3. Схема подачі зерна в режимі пневмотранспорту з його природнім поділом на фракції

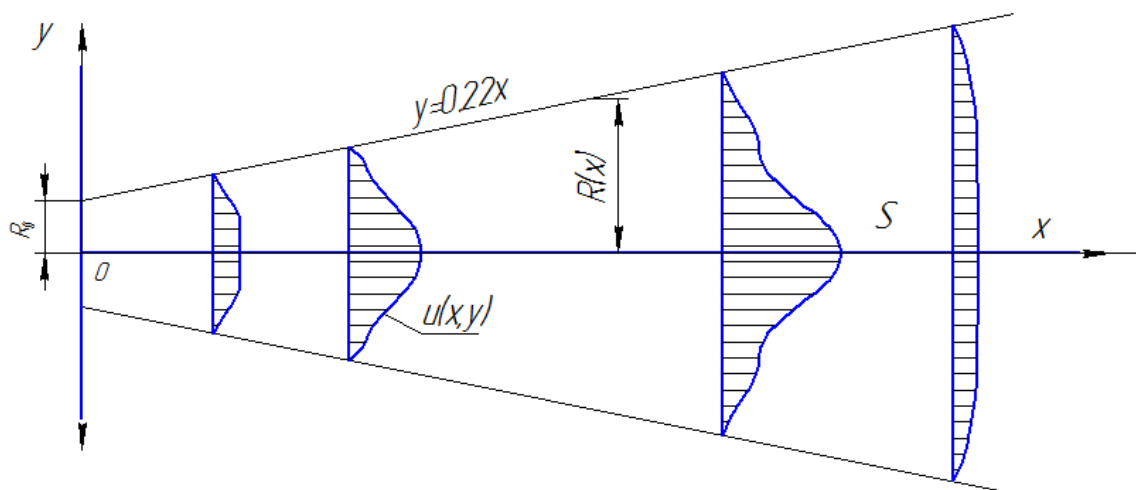


Рис. 3.4. Схема розширення двофазного струменя

Знайдемо наближені траєкторії руху компонентів зернового матеріалу та оцінімо ступінь розділення фракцій за величиною розбіжностей траєкторії.

Розглянемо рух частинки (ізолюваної) в горизонтальному струмені повітря (колового перетину). Швидкість руху повітря (в основній ділянці) має профіль кривої з точкою перегинання. Профіль швидкостей струменя колового або плоского перетину може бути визначений за формулою з теорії турбулентних струменів [79, 81]:

$$V_2(x, y) = V_{\max} \left[1 - \left(\frac{y}{R} \right)^{1,5} \right]^2, \quad (3.13)$$

де y – відстань уздовж осі струменя до точки виміру;

R – напівширина струменя на зовнішній границі ($u = 0$), $R = 0,22x^*$ [79].

Швидкість струменя колового або плоского перетину також може бути визначена за напівемпіричною формулою [*]:

$$V_c(x, y) = \frac{12,4R_0V_0}{x} \left[1 - \left(\frac{y}{0,22x} \right)^{1,5} \right]^2, \quad (3.14)$$

де R_0, V_0 – радіус сопла та швидкість повітря в ньому.

Наявність градієнта потоку, який обтікає рухом частинку, зумовлює появу бокової сили типу Жуковського, що відхиляє частинку (у бік вищої сили) до середини струменя. Ця величина бокової сили $F_{\text{ж}}$ визначається відомою формулою:

$$\bar{F}_{\text{ж}} = \pi \cdot \rho \cdot r_{\text{ц}}^2 \cdot \bar{V}_{\text{від}}(y) \cdot \text{grad} \bar{V}_{\text{від}}(y), \quad (3.15)$$

де $\bar{V}_{\text{від}}(y) = \bar{V}_c(y) - \bar{V}$; $\bar{V}_c(y)$ – швидкість частинки;

$\text{grad} \bar{V}_{\text{від}}(x) = \frac{d\bar{V}_{\text{від}}(y)}{dy}$ – градієнт швидкості повітря в поперечному перетині струменя.

Для уточнення механізму руху частинки (зернівки) в струмені скористуємося моделлю силової взаємодії частинки з потоком струменя. Обмежимося випадком руху частинки в коловому струмені в площині uOx , яка проходить через вісь струменя. Рівняння руху частинки у векторній формі можна записати у вигляді:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = m\bar{g} + \bar{R} + \bar{F}_{\text{ж}}, \quad (3.16)$$

де $\bar{R}, \bar{F}_{\text{ж}}$ – сила опору потоку та бокова сила.

Силу опору потоку приймаємо пропорційною квадрату швидкості обтікання частинки:

$$\bar{R} = m \cdot k_V (V(y) - V)^2. \quad (3.17)$$

Визначити величини бокової сили можна за формулами, наведеними в роботі [77], але для скорочення подальших розрахунків можна знехтувати дією бокових сил на частинки різного розміру.

Враховуючи, що за наявності в струмені твердих включень профіль епюри швидкостей повітря в поперечному перетині змінюється в бік зменшення нерівномірності, то можемо, як перше наближення, використати одномірну модель струменя, яка враховує зміну середньої (середньо витратної) швидкості струменя за координатою в напрямку руху.

Для повітряного струменя колового перетину зміна середньої швидкості струменя за координатою описується рівнянням [81]:

$$V_c(x) = \frac{3,2}{x} R_0 \cdot V_0 = \frac{A_0}{x} V_0, \quad (3.18)$$

де $A_0 = 3,2R_0$.

Проектуючи рівняння (3.16) на осі ОХ і ОУ (рис. 3.5) з урахуванням (3.17) і (3.18), матимемо:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -k_V \left(\frac{A_0 V_0}{x} \right) \sqrt{\left(\frac{A_0 V_0}{x} - \frac{dx}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} \\ \frac{d^2y}{dt^2} = mg - k_V \sqrt{\left(\frac{A_0 V_0}{x} - \frac{dx}{dt} \right)^2 - \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} \end{cases} \quad (3.19)$$

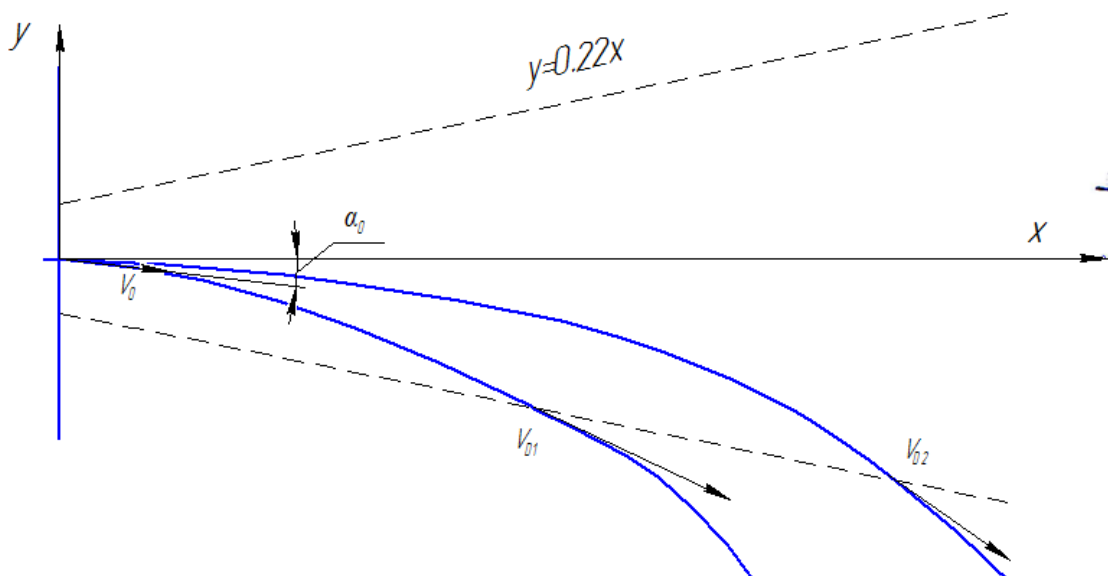


Рис. 3.5. Траєкторії руху частинок у струмені та поза ним

Початкові та граничні умови: $t = 0$; $x = 0$; $y = 0$; $\frac{dx}{dt} = V_0 \cdot \cos \alpha_0$; $\frac{dy}{dt} = V_0 \cdot \sin \alpha_0$ ($\alpha_0 = 0$); $y = 0,22x$.

За перетину межі струменя, де $V_c = 0$, рівняння (3.19) набуває нових початкових умов $t = t_1$; $x = x_1$; $y = y_1$; $\alpha_0 = \alpha_{01}$; $\frac{dx}{dt} = V_{x1}$, $\frac{dy}{dt} = V_{y1}$, за якими визначають розв'язок цього рівняння.

Більш детальний аналіз руху твердої частинки в повітряному струмені наведено в роботі В. В. Братішка.

3.3 Моделювання процесу поділу компонентів зернового матеріалу у вертикальних повітряних каналах

Вертикальні повітряні потоки застосовують в аспіраційних повітряних очистках, повітряно-решітних зерноочисних і зерносортувальних машинах, в різного типу повітряних класифікаторах та інших сільськогосподарських машинах.

Для обґрунтованого вибору раціональних розмірів і форми повітряного каналу та визначення найбільш ефективних режимів їхнього функціонування за відомих вихідних параметрів (продуктивність, ступінь очищення, вид зернового матеріалу, його фракційний склад та ін.) необхідно вивчити детермінований рух окремих компонентів зернового матеріалу у висхідному повітряному потоці. Характер і ступінь розділення зернового матеріалу в повітряному потоці краще всього визначати в спосіб побудови та аналізу траєкторій руху окремих ізольованих частинок зернового матеріалу.

Враховуючи складність механізму взаємодії частинки (зазвичай неправильної форми) з реальним повітряним потоком, який обмежено стінками каналу, змінність сили аеродинамічного опору внаслідок варіабельності міделевого перетину частинки та структури потоку, яка відрізняється від рівномірного, та інші відмінності, для використання

аналітичних методів досліджень необхідно спростити реальну схему силової взаємодії частинки з потоком повітря.

Більшість математичних моделей взаємодії твердої частинки з повітряним потоком враховують тільки дві сили: тяжіння й опору повітряному потоку [51, 85, 124] як у рівномірному, так і в нерівномірному повітряному потоках, що призводить до неточних розрахунків траєкторій і гальмує використання додаткових альтернативних (позитивних) впливів з боку дії неврахованих сил.

Для оцінювання можливості та ефективності поділу компонентів зернового матеріалу за аеродинамічними властивостями необхідно вивчити взаємодію повітряного потоку, обмеженого стінками вертикального каналу, із зернівками, які відрізняються аеродинамічними характеристиками.

Визначення траєкторій руху зернівок, їхньої швидкості та прискорення (траєкторний аналіз) дозволяють отримати більш чітке уявлення про процесу поділу КЗМ і факторів, які впливають на ефективність процесу, що досліджується.

Характер та закономірності руху матеріалу у вертикальному повітряному каналі насамперед визначаються взаємодією сил тяжіння та аеродинамічного опору під час обтікання зернівок газовим потоком. За наявності градієнта швидкості повітряного потоку в каналі виникають додаткові рушійні сили типу Жуковського – Магнуса [100], які теж треба враховувати й оцінювати в розрахунках траєкторій руху частинки. Залежно від режиму обтікання частинки і руху самого повітряного потоку (ламінальний, турбулентний, перехідний) виникають певні зусилля, зумовлені зміною тиску в напрямку руху потоку внаслідок його прискорення, силами впливу приєднаної маси, силами контактної взаємодії зернівок між собою та стінками каналів та інші [77,177].

Загальну кількість сил (дифузійні, електростатичні, термодинамічні тощо) і моментів, що діють на частинку в повітряному потоці, як показав

аналіз літературних джерел, на сьогодні не визначено, оскільки немає опису явищ, які визначають поведінку частинки в повітряному рухомому середовищі [11]. Тому математичний опис руху частинки можна скласти тільки для найбільш простих або спрощених умов (випадків). До таких умов відносяться такі вихідні припущення, що використовуються в більшості робіт, присвячених процесам переміщення моно- і полідисперсного матеріалу під дією повітряного потоку:

- 1) носійний потік є однорідним нестискаємим середовищем з нормованими параметрами (тиск, температура, густина);
- 2) в'язкі сили між повітрям потоком і стінами каналу, а також внутрішнє тертя відсутні;
- 3) рух потоку – стаціонарний;
- 4) частинки мають сферичну форму;
- 5) електричні та термодифузійні сили не враховуються.

Розглянемо носійний повітряний потік, обмежений стінками каналу (швидкість повітря в площині нормальній до напрямку його руху розподілена $v_n(x, y)$). Рух зернівки відбувається на площині в декартовій прямокутній системі координат XOY . Прийmemo, що канал має найбільш поширену прямокутну схему пневмосепаратора і розміщений вертикально. Рух повітря прийmemo висхідний, рух зернинок – спадний, тобто завантаження каналу зверху. Сили, що діють на частинку, розглядаємо відповідно до схеми (рис. 3.6).

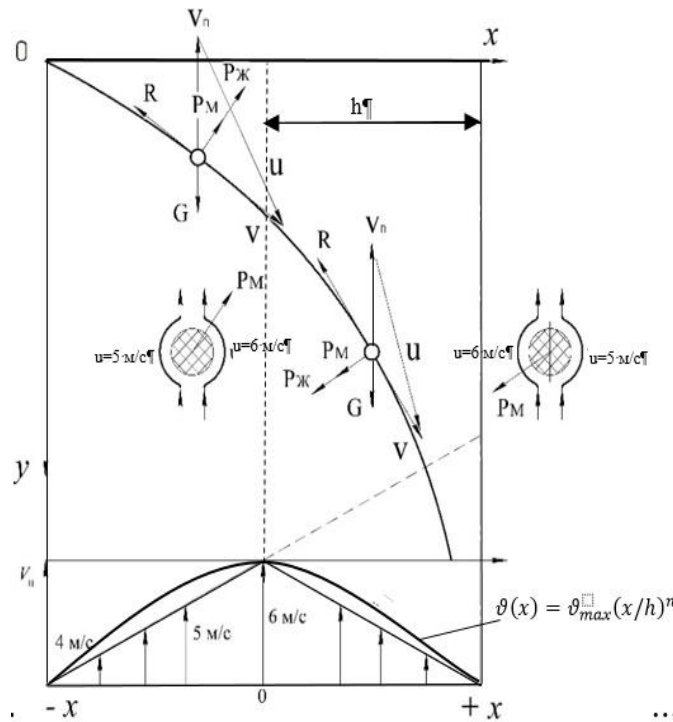


Рис. 3.6. Схема силової взаємодії зернівки з нерівномірним повітряним потоком і виникнення бокових сил

Для формулювання математичної моделі динаміки руху частинки у вертикальному каналі та уточнення механізму дії розглянутих сил скористаємося моделлю силової взаємодії зернівки з нерівномірним потоком, сформульованою за даними робіт [17, 23, 75, 77]:

$$\begin{cases} m \frac{d\bar{v}}{d\tau} = \bar{R} + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 + \bar{G} + \bar{F}_a + \bar{F}_p + \bar{P}_m + \bar{P}_{ж}, \\ \bar{J} \frac{d\omega}{dt} = \bar{M}; \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt}. \end{cases} \quad (3.20)$$

Розглянемо сили, що діють.

1. Сила опору. На сьогодні відсутня точна теорія, яка дозволяє визначити дійсну силу аеродинамічного опору R , тому будемо використовувати квадратичну залежність від швидкості обтікання частинки [11,19,51]:

$$\bar{R} = 0,5 \xi(Re) \rho_{\Pi} S_M (\bar{v}_{\Pi} - \bar{v}_q) |\vartheta_{\Pi} - \vartheta_q|, \quad (3.21)$$

де $\xi(Re)$ – коефіцієнт опору, що є функцією числа Рейнольдса;

ρ_{Π} – густина повітря;

$S_M = \frac{\pi d_e}{4}$ – площа міделєвого перетину зернівки;

d_e – еквівалентний діаметр ($d_e = \sqrt{\frac{6 V_q}{\pi}}$);

V_q – об'єм частинки;

v_{Π} – швидкість повітряного потоку;

v_q – швидкість зернівки.

Оскільки величина коефіцієнта аеродинамічного опору зернівки $\xi(Re)$ залежить від форми, режиму обтікання повітряним потоком $f(Re)$, її орієнтації в повітряному потоці, в подальших розрахунках будемо використовувати (для визначення величини аеродинамічного опору) коефіцієнт вітрильності (або «вітрильності») K_V , який визначається [52, 133] із співвідношення:

$$K_V = \frac{\xi(Re) \cdot S_M \cdot S_r}{m} = \frac{q}{V_{\text{ВІТ}}^2}, \quad (3.22)$$

де m – маса зернівки;

$V_{\text{ВІТ}}$ – швидкість витання зернівки;

q – прискорення вільного падіння.

Коефіцієнт вітрильності визначається фізико-механічними властивостями зернівки, коефіцієнтом аеродинамічного опору, який залежить від режиму повітряного потоку в каналі та форми зернівки. Під час експериментального визначення швидкості витання (певного класу зернівок) розраховані значення $K_V = q/V_{\text{ВІТ}}^2$ будуть враховувати форму зернівки (досліджуваної культури) та її орієнтацію (змінною в часі).

Отже, сила аеродинамічного опору зернівки визначатиметься спрощеним виразом [51]:

$$\bar{R} = k_v \cdot U^2 \cdot m = k_v (V_{\pi} - V)^2 \cdot m, \quad (3.23)$$

де U – відносна швидкість зернівки в повітряному потоці й спрямована в напрямку (вектора) протилежному відносній швидкості частинки.

2. Сила інерції $\bar{F}_1$. Зміна в часі швидкості частинки приводить до виникнення сили інерції зернівки з масою m , вектор якої спрямовано протилежно вектору швидкості переміщення:

$$\bar{F}_1 = m \frac{d\bar{v}}{dt}. \quad (3.24)$$

3. Зміна в часі швидкості потоку повітря зумовлює появу сили інерції $\bar{F}_2$:

$$\bar{F}_2 = m \frac{dv_{\pi}}{dt}. \quad (3.25)$$

Вектор сили інерції спрямовано нормально до траєкторії потоку, що проходить через центр тяжіння частинки.

4. Сила тяжіння $\bar{G}$, спрямована в напрямку прискорення вільного падіння:

$$\bar{G} = m \cdot \bar{q}$$

5. Виштовхувальна сила (Архімеда) $\bar{F}_a$, спрямована протилежно силі тяжіння:

$$\bar{F}_a = V_{\text{ч}} \cdot \rho_{\pi} \cdot q. \quad (3.26)$$

6. Зусилля, що зумовлено зміною тиску в напрямку переміщення носійного потоку внаслідок його прискорення, зумовлює силу $\bar{F}_p$ [177]:

$$\bar{F}_p = V_q \cdot \rho_v \cdot \frac{d\bar{V}_n}{dt}. \quad (3.27)$$

7. Як результат нерівномірного розподілу швидкості повітряного потоку, зернівка може отримати обертальний рух навколо своєї осі; при цьому виникає сила типу Магнуса, яка діє в напрямку нормального вектору відносної швидкості та в бік збільшення швидкості повітря в поперечному перетині каналу $v_n(x)$ [77]:

$$\bar{P}_m = S_r \cdot \bar{U} \cdot \Gamma_m, \quad (3.28)$$

де Γ_m – циркуляція швидкості під час обертання циліндра, еквівалентного кулі, визначається за формулою [77]:

$$\Gamma_m = 2\pi r_y u = 2\pi r_y^2 \omega = \frac{8}{3}\pi r^3 \omega, \quad (3.29)$$

де ω – кутова швидкість обертання зернівки.

$$\bar{P}_m = \frac{8}{3}\pi S_n \left(\frac{d_e}{2}\right)^3 \bar{\omega} [v_n(x) \bar{i} - \bar{u}], \quad (3.30)$$

де d_e – еквівалентний діаметр зернівки;

$v_n(x)$ – розподіл швидкості потоку повітря в поперечному перетині каналу;

$\bar{i}$ – одиничний вектор осі y , ($d_e = 2 r_e$).

8. Наявність градієнта швидкості повітряного потоку і відповідно градієнта відносної швидкості $\text{grad} \bar{u}$ викликає виникнення другої «бокової» сили типу М. Жуковського:

$$\bar{P}_ж = S U \Gamma_2, \quad (3.31)$$

де $\Gamma_2 = \oint u \, dl$ – циркуляція швидкісного поля повітряного потоку [77]:

$$\Gamma_2 = \pi r_y^2 \text{grad } u_y = \pi r_y^2 \frac{du}{dx}. \quad (3.32)$$

Якщо відома початкова кутова швидкість обертання ω_0 частинки у вигляді кулі, то змінну (поточну) величину $\omega(t)$ можна визначити з рівняння [137]:

$$\frac{d\omega(t)}{dt} = k_\omega \cdot \omega(t), \quad (3.33)$$

$$k_\omega = \frac{18 \mu}{S_r r^2}. \quad (3.34)$$

До сил, які не враховані в рівнянні (3.20), належать сили аеродинамічної взаємодії між частинками, під час зштовхування, електричні сили внаслідок тертя, сила термофорезу, яка виникає під час руху в потоці з нерівномірною температурою. З огляду на наведені в літературі [23, 75, 177] порівняльні оцінки, за незначністю наведених сил, порівнюючи із силами, що входять до рівняння (3.20), ними можна знехтувати.

З кількісного аналізу сил, що увійшли до рівняння (3.20) при реальних (робочих) параметрах твердої та газової фаз, можна не брати до уваги сили F_2, F_a і F_p , бо їхні величини набагато менші за сили G і R .

Для кінцевого формулювання математичної моделі динаміки руху зернівок у вертикальному каналі пневмогравітаційного сепаратора зробимо ще декілька спрощувальних припущень:

- зернівки є твердими частинками сферичної форми, які відрізняються величинами маси і розміру;
- за ознаку поділу прийнято коефіцієнт вітрильності $k_V = q/V_{\text{вит}}^2$ ($V_{\text{вит}}$ – швидкість витання визначена з експериментів);
- повітряний потік стаціонарний, швидкість якого розподілена в поперечному перетині за степеневим законом $v(x) = v_{\text{max}} \left(\frac{x}{b}\right)^n$ або за логарифмічним $v(x) = v_{\text{max}} \left(1 - k \ln \frac{b}{x}\right)$;
- зернівки між собою й стінкою не взаємодіють.

Основним рівнянням руху зернівки в повітряному потоці є рівняння руху її центру маси у вигляді:

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{R} + \bar{G} + \bar{P}_{\text{ж}} + \bar{P}_{\text{м}} \quad (3.35)$$

і, враховуючи наявність обертального руху:

$$J \frac{d\omega}{dt} = M; \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt}. \quad (3.36)$$

Напрямок вектора сили аеродинамічного опору вважається спрямованим у протилежний бік від відносної швидкості і тому проєкції вектора сили $\bar{R}$ визначаються через напрямні косинуси та синуси:

$$R_y = R \cdot \cos \beta, \quad R_x = -R \cdot \sin \beta, \quad (3.37)$$

$$\text{де } \cos \beta = \frac{v_{\text{п}}(x) + \dot{y}}{u}; \quad \sin \beta = \frac{\dot{x}}{u}; \quad u = \sqrt{(\dot{x})^2 + (v_{\text{п}}(x) + \dot{y})^2};$$

u – відносна швидкість;

$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$, $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$ – проєкції швидкості руху частинки ($\vartheta(x), \vartheta(y)$).

Вектор сили типу Жуковського вважається спрямованим нормально до вектора відносної швидкості частинки u в бік збільшення швидкості повітряного потоку (у поперечному перетині). Вектор сили від ефекту Магнуса спрямований нормально до вектора відносної швидкості в бік, де напрямок обертання частинки співпадає з напрямком повітряного потоку.

Допускаючи, що рух повітряного потоку у вертикальному пневмоканалі для опису розподілу швидкості повітря в перетині каналу, прийнято логарифмічний закон за формулою А. Альтшуля [20, 21]:

$$\frac{\vartheta(x)}{\vartheta_{max}} = 1 - k_\lambda \cdot \ln \frac{h}{x(t)+r}, \quad (3.38)$$

де $k_\lambda = 0,87 \left(\frac{0,975}{\sqrt{\lambda}} + 1,35 \right)^{-1}$;

λ – коефіцієнт опору повітря в трубопроводі;

h – відстань зовнішньої поверхні каналу до центру.

Проєкції бокових сил визначено у вигляді:

$$P_{Ж(x)} = \frac{4}{3} \pi \cdot r_{ц}^3 \cdot \rho \frac{dx}{dt} \cdot \vartheta_{max}^* \frac{k_V}{x(t)+r}; \quad (3.39)$$

$$P_{M(x)} = \frac{8}{3} \pi r_{ц}^3 \rho \omega(t) \frac{dx}{dt}; \quad (3.40)$$

$$P_{Ж(y)} = \frac{4}{3} \pi \cdot r_{ц}^3 \cdot \rho \left[\vartheta_{max}^* \left(1 - k_V \cdot \ln \frac{R}{x(t)+r} \right) + \frac{dy}{dt} \right] \vartheta_{max}^* \frac{k_V}{x(t)+r}; \quad (3.41)$$

$$P_{M(y)} = \frac{8}{3} \pi \cdot r_{ц}^3 \rho \cdot \omega(t) \left[\frac{dy}{dt} + \vartheta_{max}^* \left(1 - k_V \cdot \ln \frac{R}{x(t)+r} \right) \right], \quad (3.42)$$

де $r_{ц}$ – радіус еквівалентного циліндра;

$$\vartheta(x) = \vartheta_{max}^* \left(1 - k_V \cdot \ln \frac{R}{x(t)+r} \right); \quad (3.43)$$

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot e^{-kt}; \quad (3.44)$$

R – відстань від осі до стінки каналу.

Проектуючи вектори обох частин рівняння (3.20) на осі прямокутної системи координат XOY (рис. 3.7.), отримаємо систему рівнянь у координатній формі:

$$m \frac{dv_x}{dt} = -R_x \cdot \sin \beta \pm P_{M(x)} \cos \beta \pm P_{Ж(x)} \cos \beta ; \quad (3.45)$$

$$m \frac{dv_y}{dt} = mg - R_y \cdot \cos \beta \pm P_{M(y)} \sin \beta \pm P_{Ж(y)} \sin \beta, \quad (3.46)$$

де $\vartheta(x) = \frac{dx}{dt}$; $\vartheta(y) = \frac{dy}{dt}$.

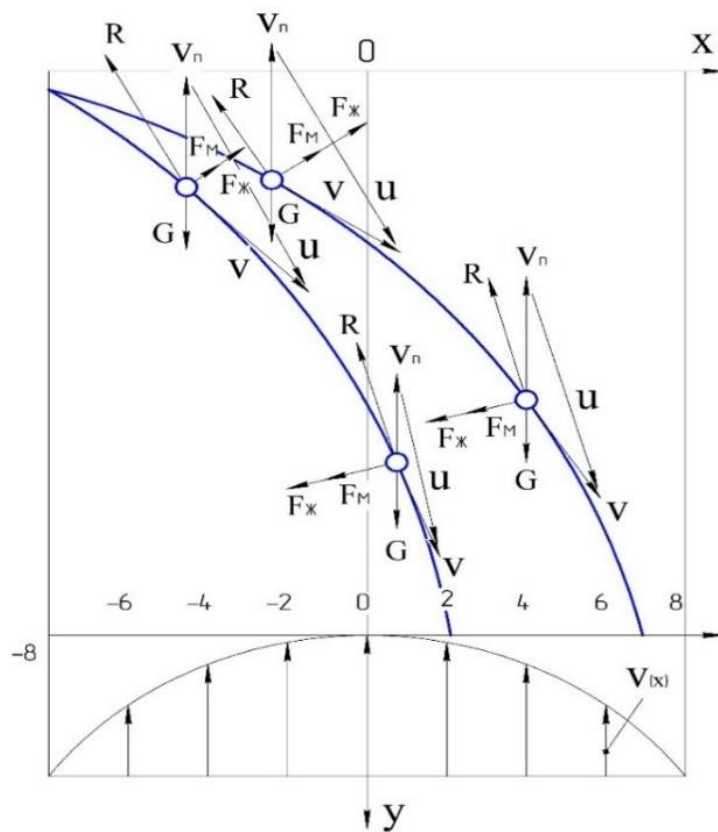


Рис. 3.7. Схема силової взаємодії частинки і нерівномірного повітряного потоку у вертикальному повітряному каналі

Підставляючи значення проєкцій визначених сил в рівняння (3.45) і (3.46), отримаємо систему диференціальних рівнянь площинного руху частинки у вертикальному повітряному каналі:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2x(t)}{dt^2} = -k_V \frac{dx(t)}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + \vartheta(x)\right)^2} + \\ + (P_{Ж(x)} + P_{M(x)}) m^{-1} \frac{\frac{dx(t)}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + \vartheta(x)\right)^2}}, \\ \frac{d^2y(t)}{dt^2} = g - k_V \left(\frac{dy(t)}{dt} + \vartheta(x)\right) \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + \vartheta(x)\right)^2} + \\ + (P_{Ж(y)} + P_{M(y)}) m^{-1} \frac{\frac{dy(t)}{dt} + \vartheta(x)}{\sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + \vartheta(x)\right)^2}}. \end{array} \right. \quad (3.47)$$

Початкові умови:

$$x_{t=0} = -(x + r_{ц}); x(0) = 0; y(0) = 0; \quad (3.48)$$

$$\dot{x}(0) = \frac{dx}{dt}_{(t=0)} = \vartheta_o \cos \theta_o; \dot{y}(0) = \frac{dy}{dt}_{(t=0)} = \vartheta_o \sin \theta_o, \quad (3.49)$$

де ϑ_o, θ_o – початкова швидкість і кут подачі матеріалу в канал.

Граничні умови: $x < 0; P_{Ж} > 0; P_M > 0; x > 0; P_{Ж} < 0; P_M < 0;$

$$-(x - r) \leq x \leq (x - r). \quad (3.50)$$

Обертання частинки відбувається зі змінною в часі кутовою швидкістю $\omega(t)$, її значення визначається інтегруванням рівняння обертання кулі у в'язкому середовищі [137]:

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot e^{-k_{\omega} t}, \quad (3.51)$$

Ураховуючи, що у двофазному протитечієвому потоці певної концентрації зменшується площа вільного перетину для руху повітря,

відповідно збільшується швидкість обтікання частинки. Швидкість руху повітря V_{Π} в міжзерновому просторі можна враховувати через порозність двофазного шару ε за очевидною формулою:

$$V_{\Pi} = v_f / \varepsilon, \quad (3.52)$$

де v_f – швидкість повітря в каналі без матеріалу.

Тоді максимальну швидкість матеріалу визначатимемо так:

$$v_{\max}^* = \frac{v_{\max}}{\varepsilon}; \quad \varepsilon = \frac{1}{1+\chi}; \quad \chi = \frac{V_t \cdot \rho_t}{V_{\Pi} \cdot \rho_{\Pi}}; \quad v_{\max}^* = v_{\max} \cdot [1 + \chi], \quad (3.53)$$

де χ – концентрація матеріалу.

Удосконалена математична модель відрізняється від відомих тим, що відтворює дію раніше не врахованих факторів (нерівномірність поля швидкості, дію поперечних сил типу Жуковського і Магнуса, густину частинки). Розв'язок вихідних рівнянь із початковими умовами виконаний у програмному середовищі MathCad.

Аналіз траєкторій зернівок (рис. 3.8, 3.9) дозволив у першому наближенні оцінити можливість поділу компонентів під час спадного – протитечієвого руху зернівок у вертикальному каналі, а також встановити вплив дії окремих сил і режиму сепарування на величину розгалуження траєкторій (величина якої визначає ефективність поділу).

Аналіз траєкторій показує, що дія поперечних сил, викликана нерівномірною епюрою швидкості повітря, негативно впливає на величину розгалуження траєкторій, оскільки зменшується ефективність розсіювання траєкторій, тобто відстань між траєкторіями звужується.

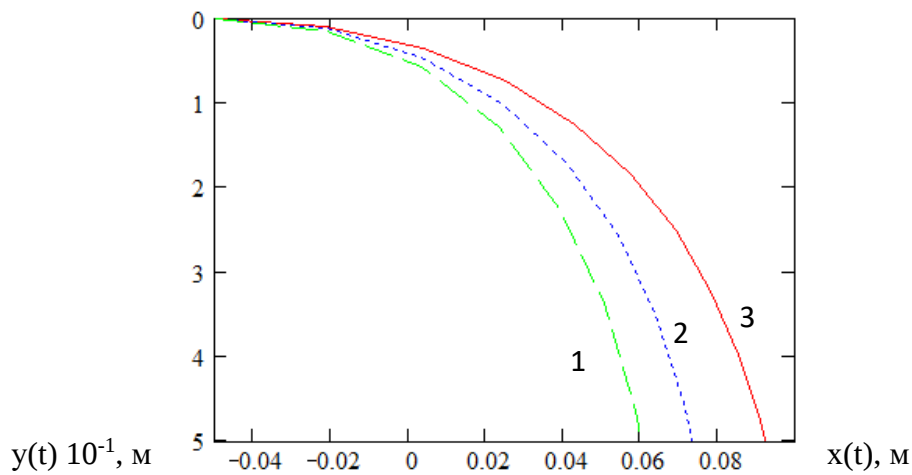


Рис. 3.8. Траєкторії руху зернівок у пневмосепарувальному вертикальному каналі:

1–3 – $\omega = 100; 150; 200 \text{ с}^{-1}$, відповідно

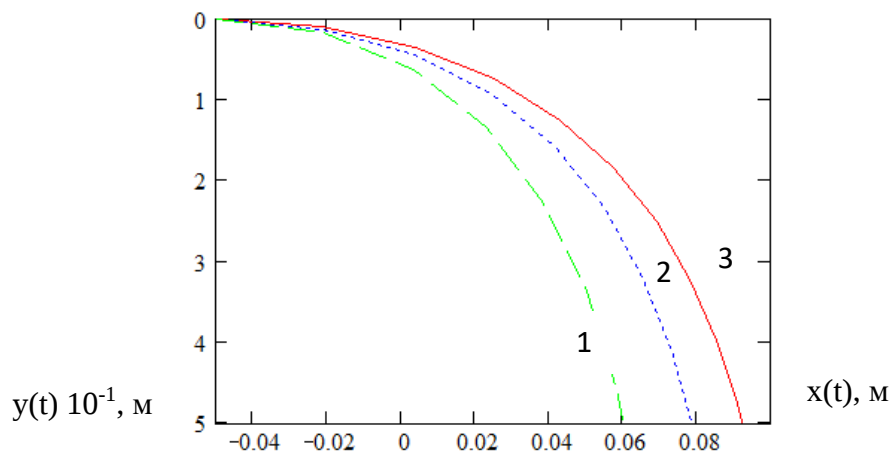


Рис. 3.9. Траєкторії руху зернівок у пневмосепарувальному вертикальному каналі:

1–3 – $k_V = 0,174; 0,153; 0,121$, відповідно

Степеневий або логарифмічний закон природного розподілу швидкості в каналах призводить до виникнення градієнта швидкості потоку, дії додаткових бокових сил (нормальних до вектора відносної швидкості зернівки), що призводить до зменшення ефекту «розсіювання»

зернівок КЗМ і розщеплення траєкторій. У вертикальному каналі – це звуження траєкторій до осі симетрії кривої розподілу.

За забезпечення рівномірного поля швидкостей ефективність поділу в спадному русі частинок КЗМ підвищується (рис. 3.10, 3.11).

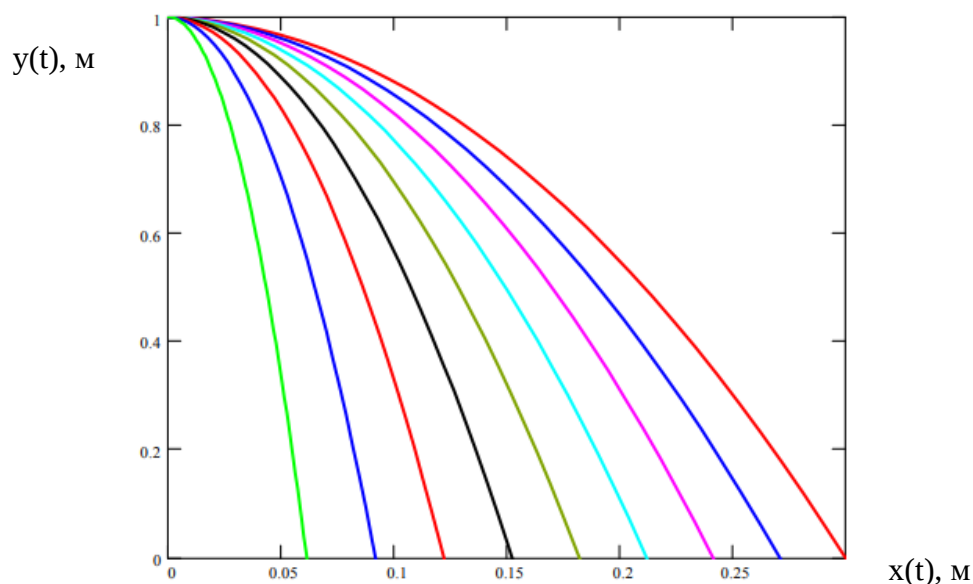


Рис. 3.10. Розрахункові траєкторії частинок зернового матеріалу, які подаються в пневмоканал за початкових умов: швидкість повітряного потоку – 9 м/с, кут введення – 9° , початкова швидкість – від 0,1 до 0,5 м/с із кроком 0,05 м/с, від різних значень коефіцієнта вітрильності за рівномірного повітряного потоку

Отже, виявлено, що для компенсації або унеможливлення негативного впливу поперечних сил необхідно забезпечити рівномірний повітряний потік у перетині каналу або штучно змінювати епюру швидкостей повітря.

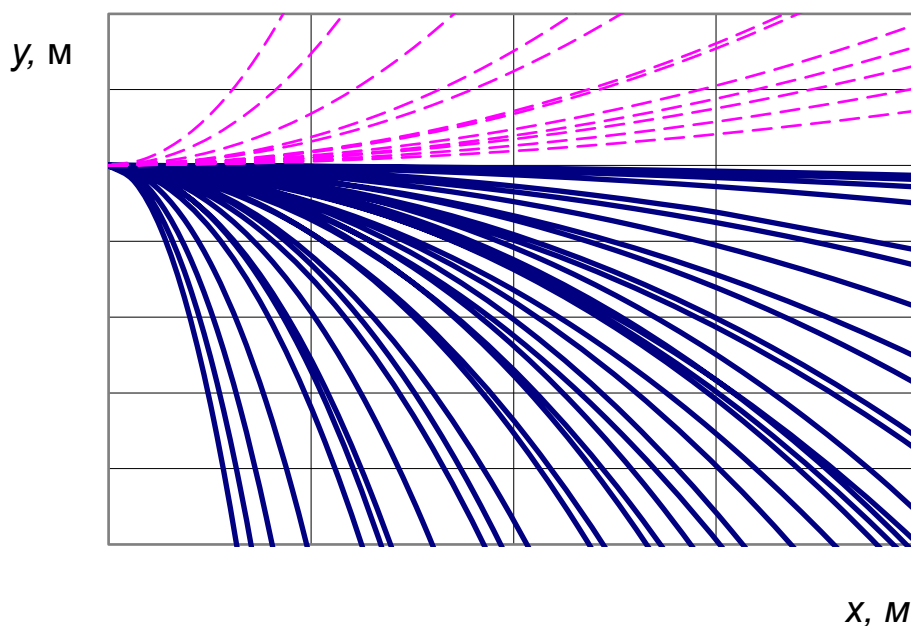


Рис. 3.11. Траєкторії руху масиву зернівок за початкових швидкостей введення 0,1–0,6 м/с

3.4 Теоретичне визначення закономірностей плоского руху компонентів різного матеріалу в нерівномірному повітряному потоці аеродинамічного сепаратора

Поділ зернового матеріалу на фракції за аеродинамічними властивостями окремих компонентів у горизонтальних повітряних потоках отримав назву аеродинамічної сепарації. Реалізований поділ зерна в такий спосіб у зерноочисних машинах типу «віялка» відомий давно, але аеродинамічні сепаратори в практиці сільськогосподарського виробництва використовуються недостатньо ефективно.

Постійне вдосконалення конструкційного виконання повітряних машин пов'язано з розробкою більш точного математичного опису динамічних закономірностей руху частинок різних фракцій у повітряних потоках, оскільки в теоретичних дослідженнях ефективності поділу значне

місце займають побудова та аналіз траєкторії руху частинок зернового матеріалу, які відрізняються аеродинамічними властивостями.

Розглянемо плоский повітряний канал (який виконує функцію подільної камери) у спрощеній схемі аеродинамічного сепаратора (рис. 3.12).

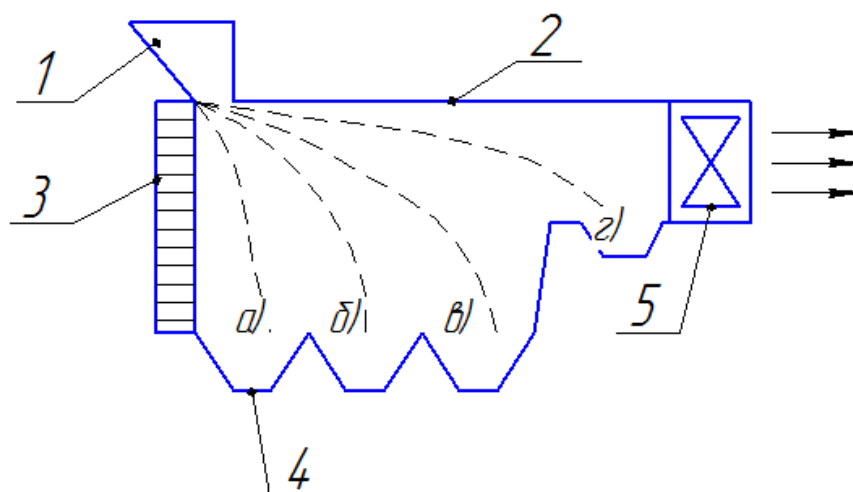


Рис. 3.12. Конструкційно-технологічна схема аеродинамічного сепаратора:

1 – бункер; 2 – повітряний канал; 3 – повітрозбірник;
4 – збірники фракцій; 5 – вентилятор

Матеріал із бункера 1 під кутом λ_0 до горизонту (рис. 3.12) подається в канал у напрямку повітряного потоку зі швидкістю v_0 .

Під час взаємодії з потоком повітря найбільш крупні (важкі) зернівки, намагаючись зберегти свій початковий напрямок, отримують мінімальне відхилення α , частинки «середньої» ваги матимуть більше відхилення δ , а легкі частинки – найбільше відхилення θ .

Для формування математичного опису динаміки руху компонентів зернового матеріалу приймемо спрощувальні припущення, які не змінюють фізичної сутності досліджуваного процесу:

- частинки не деформуються і не взаємодіють між собою;

- властивості частинки визначаються масою m , еквівалентним діаметром $d_e = 2r_r$, густиною речовини зернівки ρ_r ; форма частинки – куля;

- потік повітря розподілений за висотою каналу, зміна швидкості повітря за висотою каналу має степеневий характер і описується залежністю $v(y) = v_{\max} \left(\frac{y}{b}\right)^n$, де $b = 0,5H$, b – відстань від осі симетрії до стінок каналу;

- рух частинок не змінює розподіл швидкості повітря;
- розподіл швидкості повітря не змінюється за довжиною каналу;
- обертальний рух частинок – в одному напрямку.

Рух частинок зернового матеріалу, які відрізняються масою, розміром, густиною і швидкістю виконання, відбувається під дією сил тяжіння $G = q \cdot m$, аеродинамічного опору R , а також бокових сил $P_{\text{Ж}}$ – типу Жуковського та $P_{\text{М}}$ – типу Магнуса.

Схема силової взаємодії частинки з нерівномірним повітряним потоком наведена на рисунку 3.13.

За умов прийнятих припущень і визначених сил, що діють, диференціальне рівняння руху частинки в нерівномірному повітряному потоці можна записати у векторній формі:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{G} + \vec{R} + \vec{P}_{\text{М}} + \vec{P}_{\text{Ж}}. \quad (3.54)$$

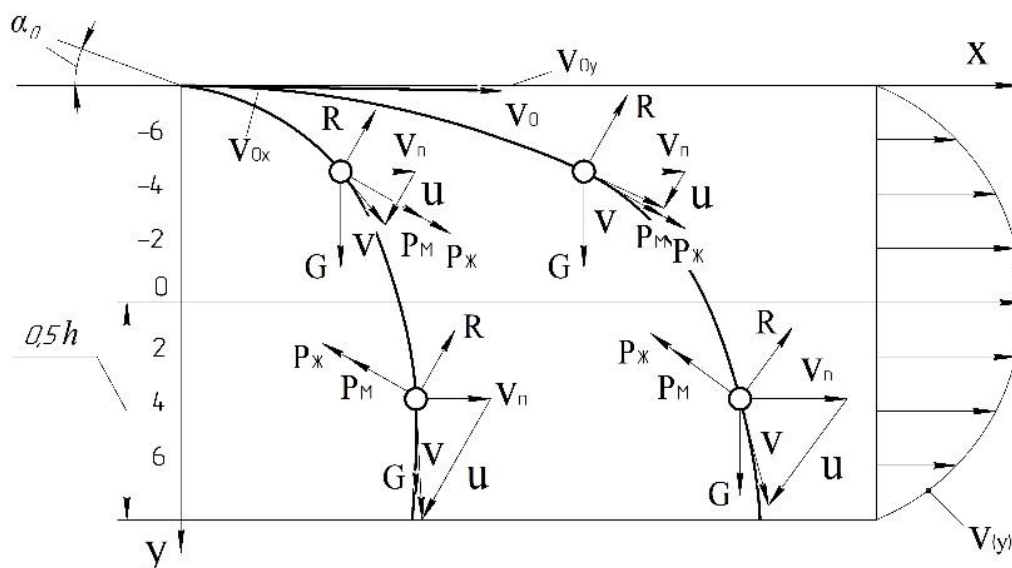


Рис. 3.13. Схема силової взаємодії частинки з горизонтальним потоком повітря аеродинамічного сепаратора з прямотечієвою подачею матеріалу

Проектуючи рівняння (3.54) на осі прямолінійної системи координат XOY , отримаємо координатну систему диференціальних рівнянь динаміки руху зернівки в нерівномірному горизонтальному повітряному потоці:

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = -R \cos \alpha \pm P_{M_x} \sin \alpha \pm P_{Ж_x} \sin \alpha \\ m \frac{dv_y}{dt} = mg - R \sin \alpha \pm P_{M_y} \cos \alpha \pm P_{Ж_y} \cos \alpha \end{cases}, \quad (3.55)$$

$$\text{де } v_x = \frac{dx}{dt}; \quad v_y = \frac{dy}{dt}; \quad \cos \lambda = \frac{v_n(y) - v_x}{U}; \quad \sin \lambda = \frac{v_y}{U};$$

$$U = \sqrt{(v(y) - V_x)^2 + V_y^2}; \quad m = \frac{\pi d^3}{6} \rho_r = \frac{4\pi r^3}{3} \rho_r.$$

За аналогією із [77, 100, 177] запишемо рівняння для визначення величини сил, що діють:

$$\begin{aligned}
\bar{R} &= mk_V V \bar{V}_{x,y} = mk_V U^2; \\
P_{Ж_y} &= \frac{4}{3} \pi \rho_{\Pi} r^3 \frac{v_{\max}}{10 b^{0,1} y^{0,9}} v_y; \\
P_{M_y} &= \frac{8}{3} \pi \rho_{\Pi} r^3 \omega(t) v_y; \\
P_{Ж_x} &= \frac{4}{3} \pi \rho_{\Pi} r^3 \frac{v_{\max}}{10 b^{0,1} y^{0,9}} \left(v_{\max} \left(\frac{y}{b} \right)^{0,1} - v_x \right); \\
P_{M_x} &= \frac{8}{3} \pi \rho_{\Pi} r^3 \omega(t) \left(v_{\max} \left(\frac{y}{b} \right)^{0,1} - v_x \right);
\end{aligned} \tag{3.56}$$

Підставляючи значення сил, що діють, і розкриваючи складові, що входять до рівнянь системи (3.55), остаточно матимемо:

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 x}{dt^2} &= k_V \left(v(y) - \frac{dx}{dy} \right) \sqrt{\left(v(y) - \frac{dx}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} \pm \\
&\pm \frac{3(P_{Ж_x} + P_{M_x})}{4\pi r^3 \rho} \frac{\frac{dy}{dt}}{\sqrt{\left(v(y) - \frac{dx}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}};
\end{aligned} \tag{3.57}$$

$$\begin{aligned}
\frac{d^2 y}{dt^2} &= g - k_V \frac{dy}{dy} \sqrt{\left(v(y) - \frac{dx}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} \pm \\
&\pm \frac{3(P_{Ж_y} + P_{M_y})}{4\pi r^3 \rho} \frac{\left(v(y) - \frac{dx}{dy} \right)}{\sqrt{\left(v(y) - \frac{dx}{dy} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}}
\end{aligned} \tag{3.58}$$

Початкові умови:

$$t = 0; \quad x = 0; \quad y = 0; \quad \frac{dx}{dt} = v_0 \cos \alpha_0; \quad \frac{dy}{dt} = v_0 \sin \alpha_0. \tag{3.59}$$

Граничні умови:

$$\begin{aligned}
y &< 0; \quad (P_{Ж} + P_{М}) > 0; \\
y &> 0; \quad (P_{Ж} + P_{М}) < 0; \\
-(y + d_3) &\leq y \leq (y + d_3).
\end{aligned} \tag{3.60}$$

Розв'язок системи диференціальних рівнянь (3.57), (3.58) із початковими і граничними умовами отримано в комп'ютерному

середовищі MathCad-10 у вигляді залежностей $y = f(x)$, тобто траєкторій руху зернівок із різними значеннями фізико-механічних властивостей (k_v, d_e, ρ_r).

На графіках (рис. 3.14) представлені траєкторії руху зернівок у горизонтальному нерівномірному потоці повітря.

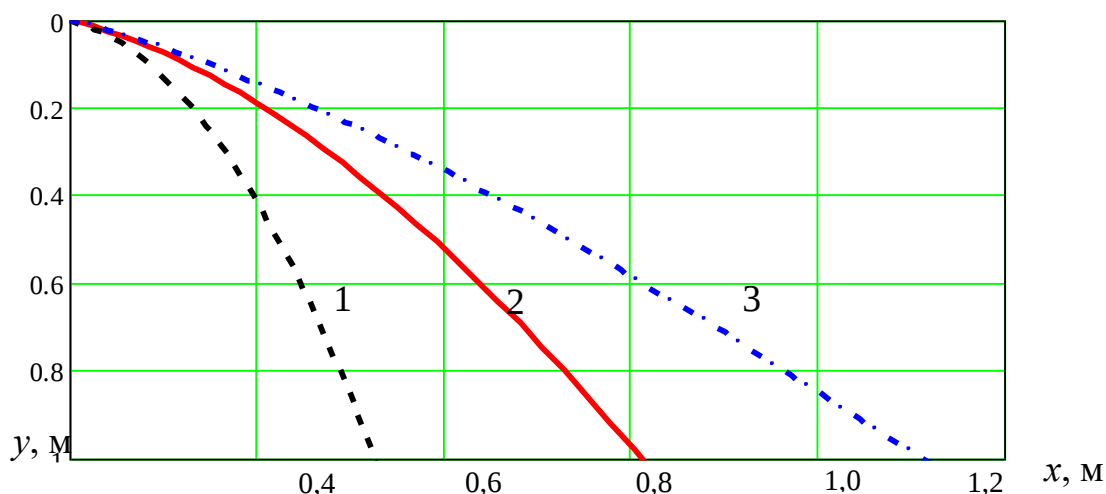


Рис. 3.14. Траєкторії руху зернівок із проточією подачею зернового матеріалу в нерівномірний повітряний потік:

1–3 – $k_v = 0,139; 0,184; 0,392$, відповідно

3.5 Математична модель динаміки руху компонентів зернового матеріалу в каналах пневмоінерційних сепараторів (класифікаторів)

Одним із перспективних напрямів інтенсифікації процесу поділу зернового матеріалу на фракції за аеродинамічними властивостями є застосування пневмоінерційної сепарації, в основу якої покладено ввід зернового (тонкошарового) потоку зерна під певним кутом на зустріч повітряному потоку, швидкість якого перебільшує швидкість витання основних (найбільш крупних і важких) фракцій. При цьому швидкість обтікання частинки повітрям (відносна швидкість руху частинки) значно більша, ніж в аеродинамічному сепараторі, що збільшує силу опору і

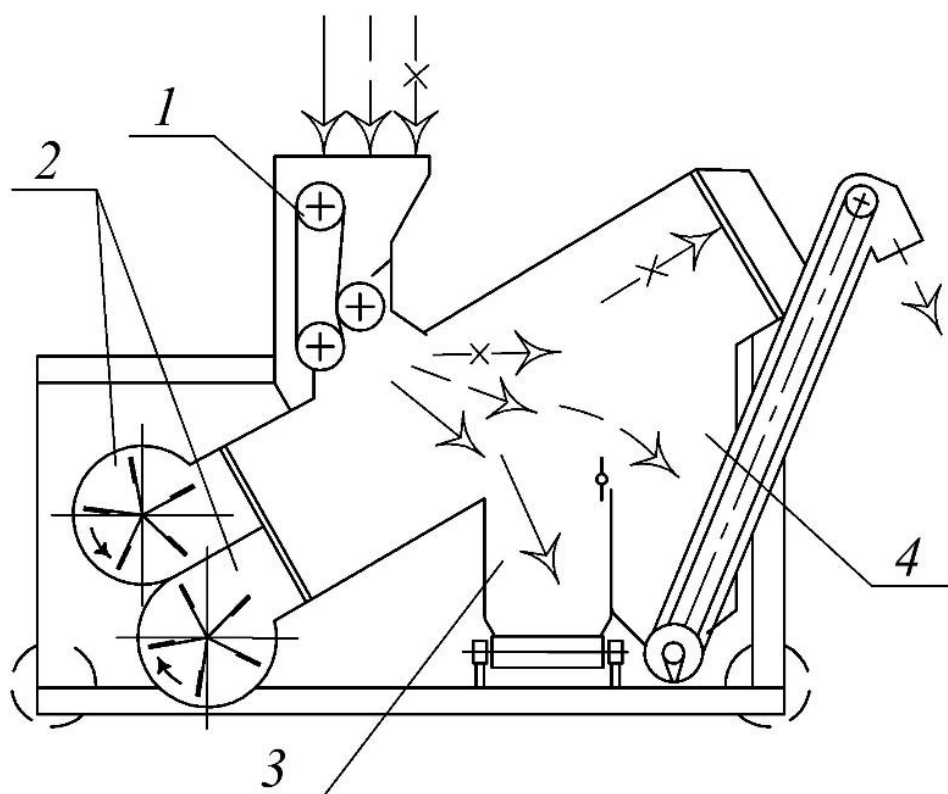
відповідно ефект розділення траєкторії руху частинок із різним опором потоку повітря. А початкова швидкість вводу зерна в потік повітря повинна забезпечити на початку процесу протитечієвий рух частинки і повітря.

Процес поділу називають пневмоінерційним, тому що процес розділення відбувається під дією інерційних та аеродинамічних сил, які перебільшують сили тяжіння частинок.

Незважаючи на певні переваги, пневмоінерційне сепарування (поділ на фракції) впроваджується не досить широко, що пояснюється відсутністю загальних технологічних основ, що дозволяють правильно вибрати конструкцію сепаратора та обґрунтувати технологічні параметри і режими функціонування.

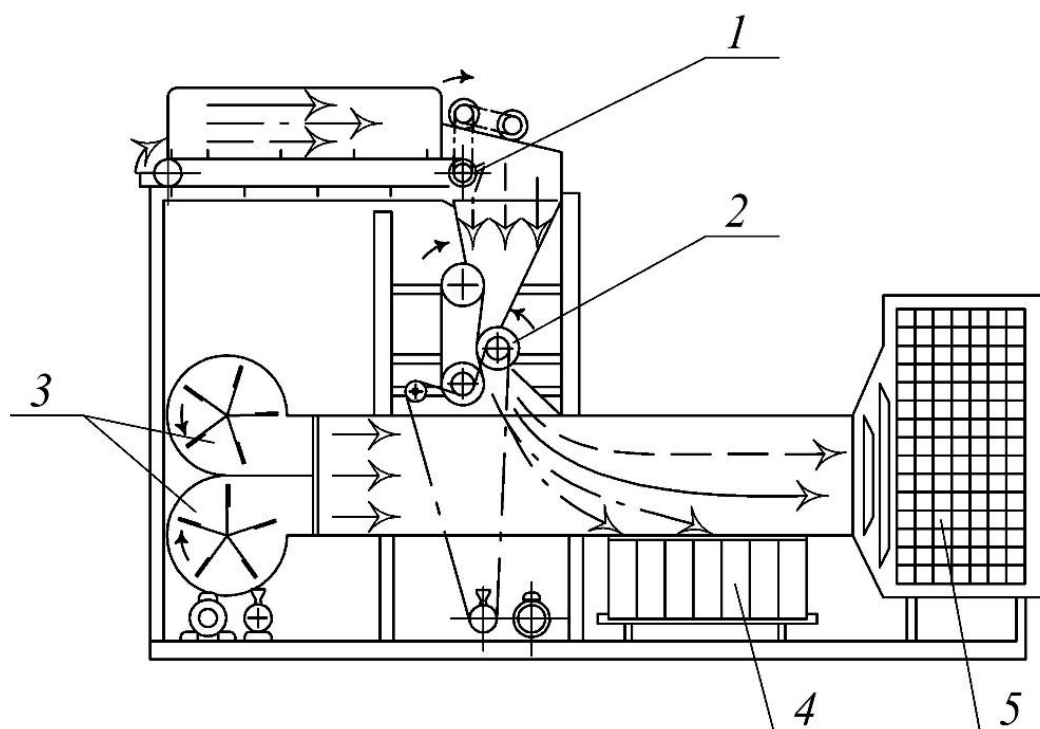
Для визначення напрямів вдосконалення конструкцій і підвищення ефективності пневмоінерційного поділу зернового матеріалу на фракції необхідно більш детальний математичний опис динаміки руху частинок з урахуванням таких суттєвих факторів, як нерівномірність епюр швидкості повітряного потоку і альтернативних сил, що виникають при цьому.

Практична реалізація пневмоінерційного поділу зернового матеріалу на товарні фракції та сміттєві домішки здійснюється в пневмоінерційних сепараторах, які за конструкційною схемою можуть бути виконані у вигляді горизонтального та нахилоного каналів або прямокутної поділеної камери з різними живильними пристроями: обертальні валики, двострічковий живильник із гіперболічним зазором, барабан із змінними шинами та інші. Спрощені технологічні схеми наведені на рисунку 3.15.



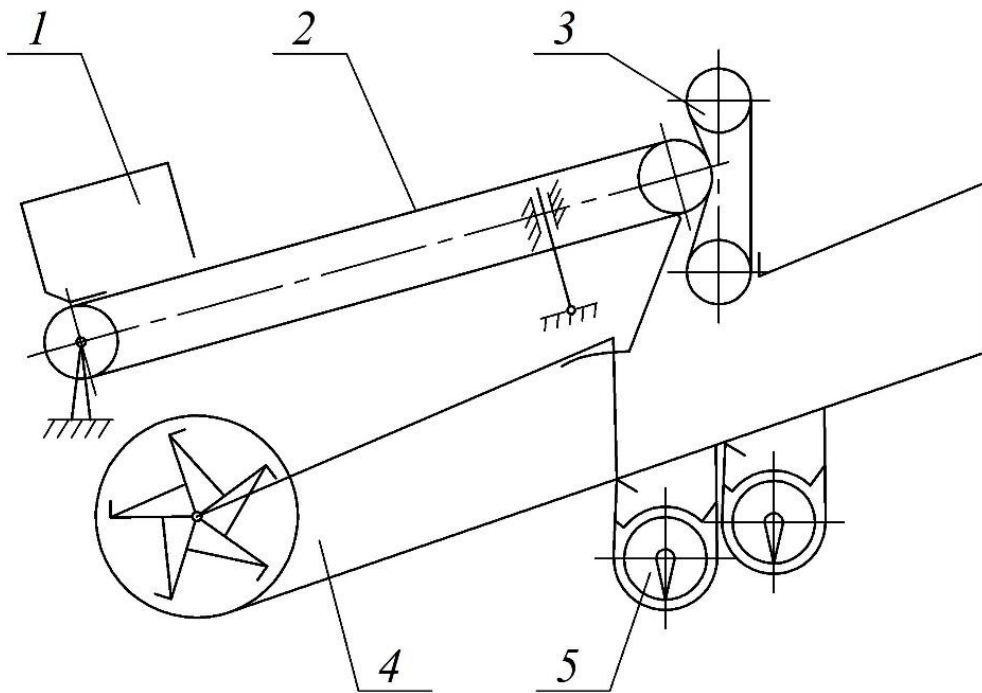
а) схема пневмоінерційного сепаратора:

1 – живильник; 2 – вентилятор; 3 – приймач основної фракції;
4 – приймач фуражної фракції



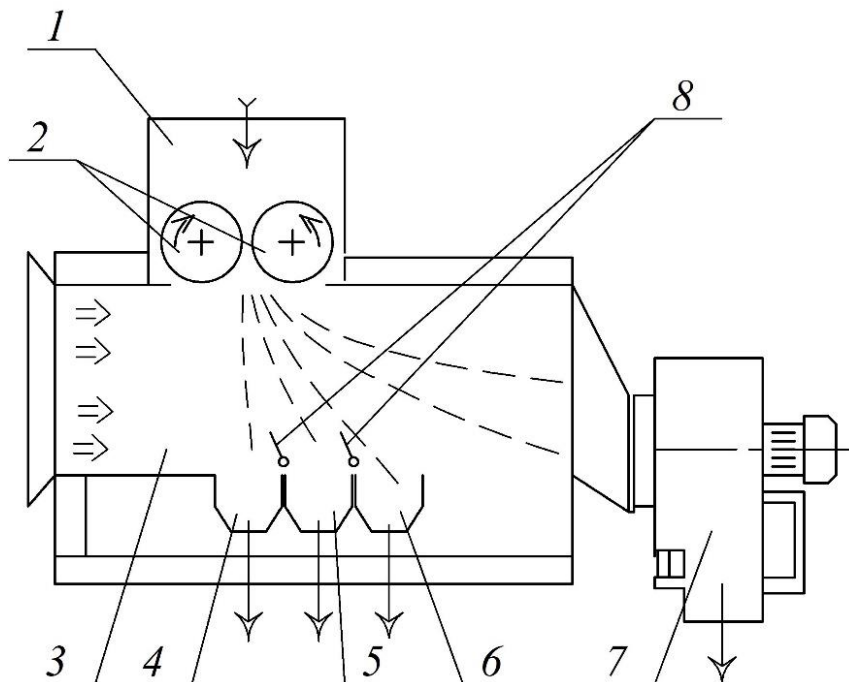
б) схема пневмоінерційного сепаратора В. В. Півня:

1 – живильний транспортер; 2 – живильник вальцьовий; 3 – вентилятор;
4 – відбірник фракцій; 5 – приймач легкої фракції



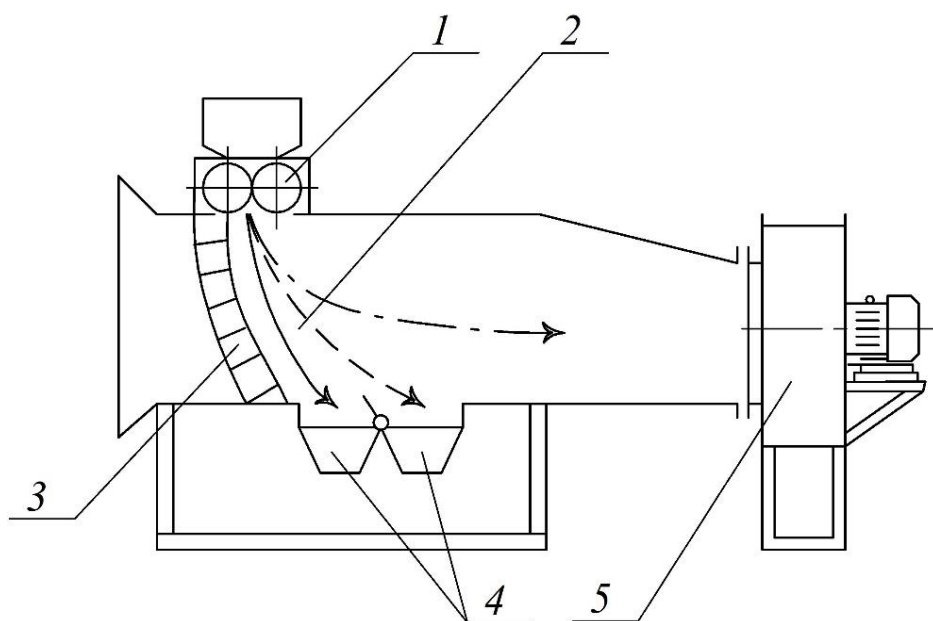
в) схема пневмоінерційного сепаратора М. Г. Стенічева:

1 – завантажувальний пристрій; 2 – живильник; 3 – вкидач матеріалу;
4 – вентилятор; 5 – пробовідбірник для зерна



г) принципова технологічна схема пневмоінерційного сепаратора ПВО-30А:

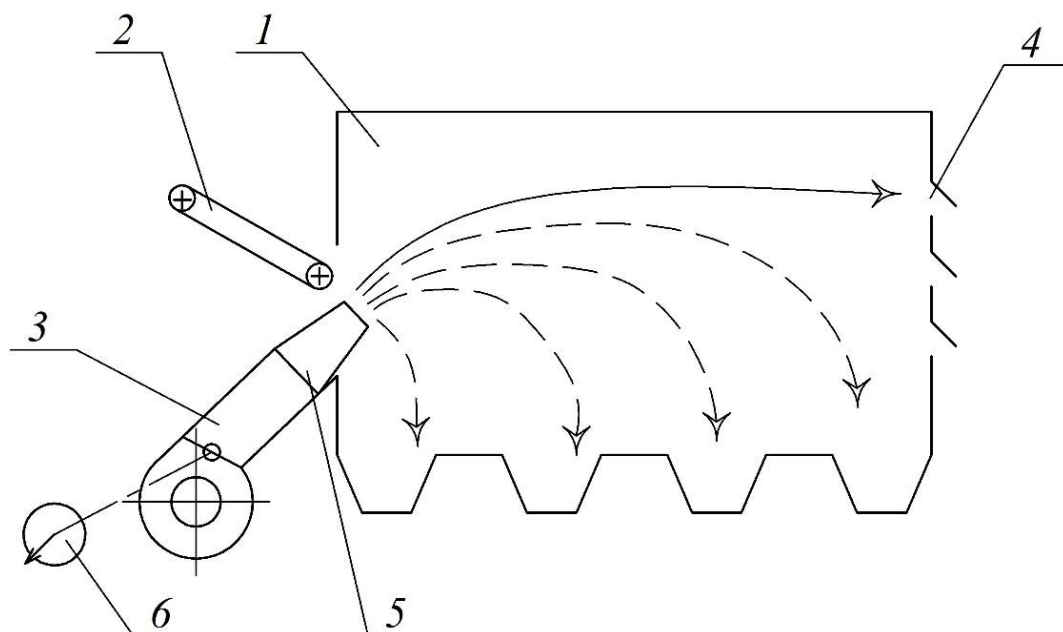
1 – бункер; 2 – завантажувальні барабани; 3 – повітряний канал;
4 – приймач 1-ї фракції; 5 – приймач 2-ї фракції; 6 – приймач 3-ї фракції;
7 – вентилятор; 8 – регулювальні заслінки



д) принципова технологічна схема пневмоінерційного сепаратора

А. В. Миронова:

1 – живильник; 2 – розділова камера; 3 – решітка для повертання повітряних струменів; 4 – приймач фракцій; 5 – вентилятор



е) технологічна схема пневмоінерційного сепаратора [45]:

1 – повітряна камера; 2 – живильний транспортер; 3 – вентилятор;
4 – жалюзі; 5 – направляльне сопло; 6 – обертальна заслінка
з приводом; 7 – приймачі фракцій

Рис. 3.15., (а – е). Схеми пневмоінерційних сепараторів

Оскільки в пневмоінерційних сепараторах із зустрічною (відносно повітря) подачею матеріалу використовують високі швидкості повітря (8–16 м/с), то поперечний периметр каналу (подільної камери) має мати «найменшу» площу.

Під час побудови математичної моделі руху частинки вона представлялася матеріальною точкою масою m , еквівалентним діаметром $\frac{d}{d} = 2r$, r – радіус ефективності руху зернової частинки, який відбувається на площині в прямокутних декартових системах координат XOY у каналі з паралельними стінками, розміщеними горизонтально. Введення (вкидання) зерна в повітряний канал відбувається з початку координат під кутом λ_0 до осі OX при початковій швидкості v_0 за схемою на рисунку 3.15. (а, б).

У моделі прийнято напрямок подачі зерна в канал протилежний напрямку руху повітря.

Прийнято, що розподіл швидкості повітря за висотою каналу розподілений за степеневим законом [81] $v(y) = f(y) = v_{\max} \left(\frac{y(t)}{0,5h} \right)^{1/n}$, h – висота каналу, і на кожну частинку, крім сили тяжіння $G = mg$ та сили аеродинамічного опору R (сила реакцій повітряного потоку, яка спрямована протилежно швидкості частинки відносно повітря), діють бокові сили типу Жуковського і Магнуса, зумовлені наявністю градієнта швидкості за висотою каналу. Вектор швидкості потоку повітря, що набігає, спрямований уздовж повітряного каналу і його величина визначається рівнянням $v_n = f(y) = v_n(y)$.

Схема пневмоінерційного сепаратора та схема силової взаємодії частинки і потоку повітря, розподіленого за висотою каналу, наведена на рисунках 3.15.1, 3.16, а.

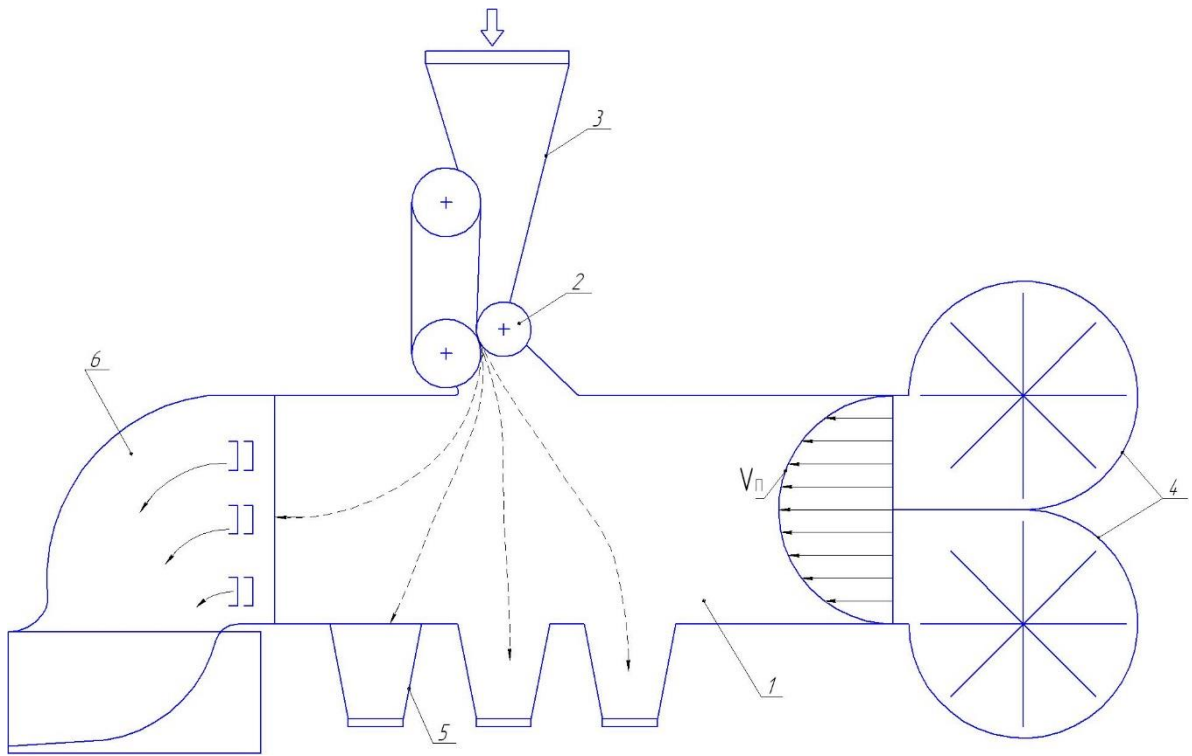


Рис. 3.15.1. Схема пневмоінерційного сепаратора ПВО-30:
 1 – пневмоканали (подільна камера); 2 – стрічковий живильник;
 3 – бункер зерна; 4 – вентилятори; 5 – відбірник фракцій;
 6 – збірник смітєвих домішок

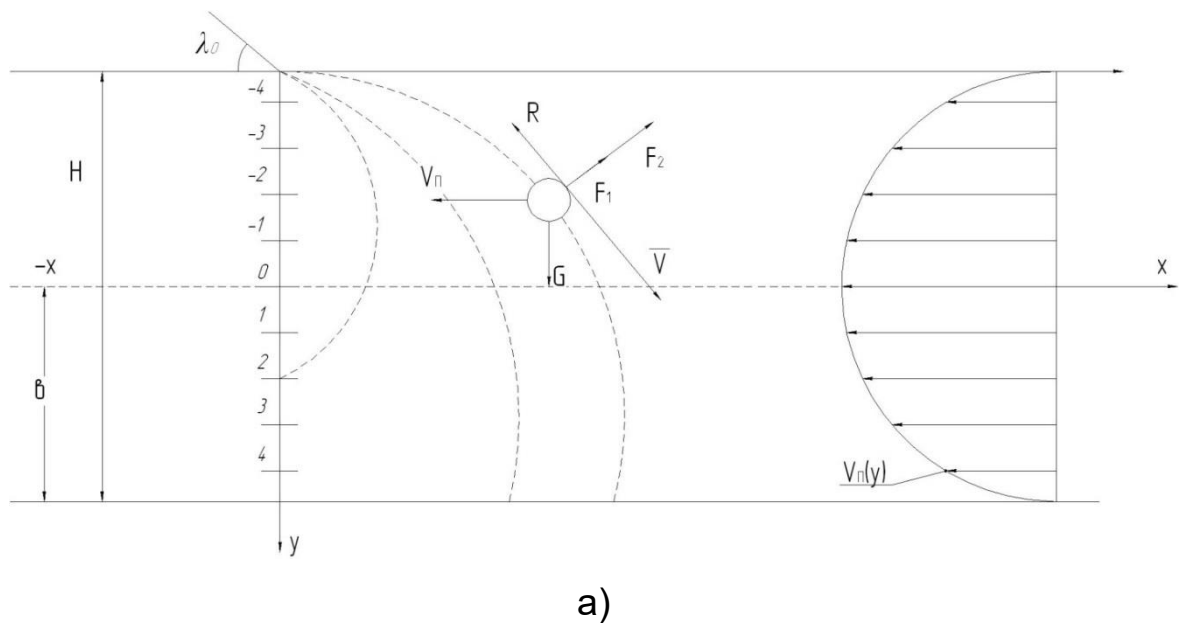


Рис. 3.16, а. Схема силової взаємодії частинки з повітряним потоком

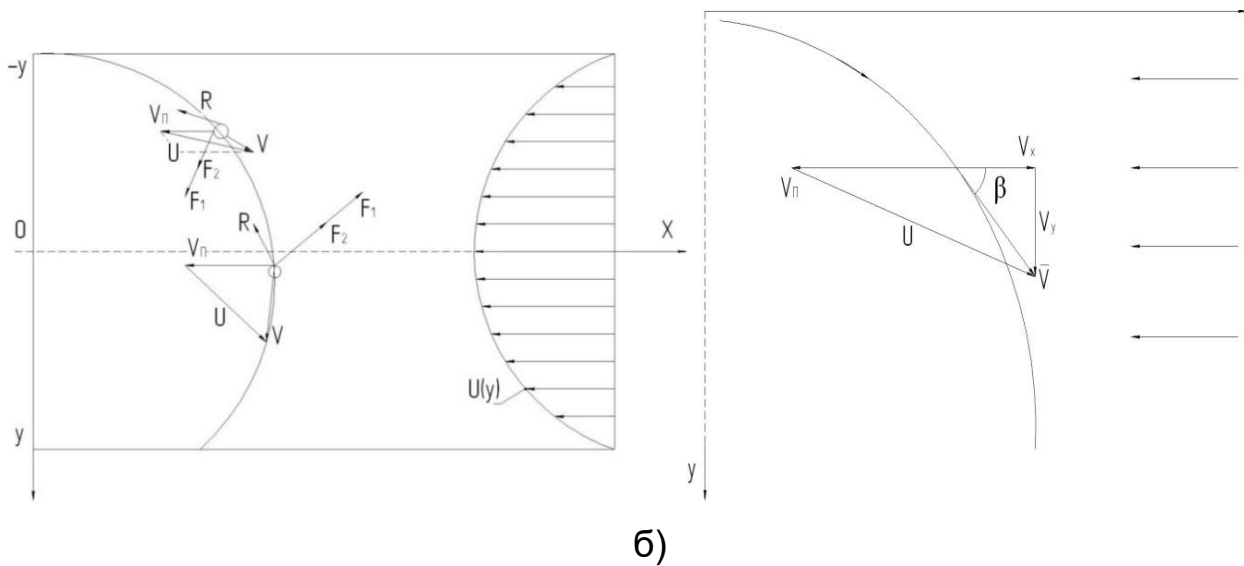


Рис. 3.16, б. Розрахункова схема взаємодії частинки з повітряним потоком та схема швидкостей

Диференціальне рівняння руху центру мас частинки (зернівки) у векторній формі матиме вигляд:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{G} + \bar{R} + \bar{F}_1 + \bar{F}_2 .$$

Оскільки сила $F_2 = F_2(\omega)$ залежить від кутової швидкості обертання частинки, треба мати додаткове рівняння, що визначає зміну кутової швидкості в часі:

$$I \frac{d\bar{\omega}}{dt} = \bar{M}, \quad \omega = \frac{d\varphi}{dt} .$$

Сила аеродинамічного опору визначається, як прийнято в [19, 75, 77]:

$$\bar{R} = -C_x(Re) \cdot \rho \cdot S_m \cdot V^2 \frac{\bar{V}}{V} = -C(Re) \cdot \rho \cdot S_m \cdot V \cdot \bar{V} ,$$

де $S_M = \pi d^2 / 4$;

$\bar{V} = \bar{v} - \bar{V}_n(y)$ – вектор відносної швидкості зернівки відносно швидкості потоку повітря, $\bar{v}$ – вектор абсолютної швидкості центру мас зернівки, $\bar{V}_n(y)$ – вектор швидкості повітряного потоку.

Коефіцієнт аеродинамічного опору знаходиться в нелінійній залежності від режиму обтікання зернівки повітряним потоком, який визначається критерієм Рейнольдса і за даними [149] може бути апроксимований залежністю $C_x = \rho \cdot Re^{-g}$ (де $\rho = 0,765$; $g = 0,2$ – коефіцієнт апроксимації).

За швидкостей обтікання частинок зернового матеріалу наближених до величини швидкостей витання $v_{\text{вит}}$ коефіцієнт лобового опору визначається із залежності:

$$C_x(Re) = \frac{2k_v \cdot m}{\rho_n \cdot S_M} = \frac{4}{3} k_v \cdot d_e \cdot \frac{\rho_r}{\rho_n}, \quad (3.62)$$

де $k_v = \frac{q}{v_{\text{вит}}^2}$ – коефіцієнт вітрильності, який визначається експериментально для кожної групи компонентів зернового матеріалу;
 ρ_r – густина речовини зернівки;
 ρ_n – густина повітря.

Але, як показано в роботі [149], під час сепарації зернового матеріалу в повітряних потоках унаслідок взаємодії частинок у зерновому потоці компоненти потоку потрапляють в аеродинамічний слід сусідніх частинок, що призводить до зменшення їхнього аеродинамічного опору. Для використання формули (3.61) з урахуванням (3.62) та впливу аеродинамічного сліду пропонується множити коефіцієнт опору (3.61) на коефіцієнти впливу C_1 , C_2 , C_3 , які визначають за формулами:

$$\begin{aligned}
C_1 &= \sqrt[3]{\left(\frac{m_i}{\mu}\right)^2} \frac{8 \cdot B \cdot H}{(3di)^2 \pi (B+H)} \approx 6,6; \\
C_2 &= \frac{V_n}{\sqrt{V_n^2 + V_0^2 - 2V_n \cdot V_0 \cdot \cos \lambda_0}} \approx 1,38; \\
C_3 &= \left[\frac{k_n}{g} (V_n^2 + V_0^2 - 2V_n \cdot V_0 \cdot \cos \lambda_0) \right]^{-0.5q} \approx 0,76,
\end{aligned} \tag{3.63}$$

де μ – концентрація матеріалу кг/м³;

m_i, d_i – маса і розмір частинок;

B, H – ширина і висота каналу.

Наведені формули додаткових коефіцієнтів доцільно враховувати в розрахунках схем конкретних пневмосепараторів, але для порівняння впливу режимних параметрів і впливу сил, що діють, на формування траєкторій руху компонентів зернового матеріалу в повітряних каналах із різними епюрами швидкості можна користуватися коефіцієнтом вітрильності, який є комплексним показником аеродинамічних властивостей окремих компонентів; при цьому величина коефіцієнта вітрильності, який входить до співвідношення (3.61) визначається за швидкістю витання, що отримана з експериментів. Крім того, в роботі [21] показано, якщо швидкість витання визначена експериментально для певної групи частинок одного класу, то сила опору, визначена за формулою (3.61), враховує всі особливості переміщення частинок (зміна орієнтації обертання, системність і взаємодія між частинками), які відрізняються від ідеалізованої схеми. Тому надалі силу опору (аеродинамічного) частинок будемо визначати за загальноприйнятою формулою [51]:

$$\bar{R} = -K_0 \bar{U}^2 m, \tag{3.64}$$

де K_0 – коефіцієнт опору, $K_0 = C(Re) \rho \frac{S_M}{2} = \frac{4}{3} k_V d_e \frac{\rho_r}{\rho_n}$;

$\overline{U}^2$ – швидкість обтікання (відносна швидкість), $\overline{U} = \overline{v}_{\max} \left(\frac{y}{0,5H} \right)^{0,1} + \overline{v}$,

j – одиничний вектор осі OY .

Бокові сили (F_1 – типу Жуковського та F_2 – типу Магнуса) визначаються вже відомими співвідношеннями [77]:

$$F_1 = \rho U \Gamma_1, \quad F_2 = \rho U \Gamma_2.$$

Величина циркуляції для циліндра r_y , еквівалентного кулі:

$$\Gamma_1 = \text{grad}(U)_y \pi r_y^2, \quad (3.65)$$

$$\Gamma_2 = 2\pi\omega r_y^2, \quad (3.66)$$

де $\text{grad}(U)_y = \frac{du(y)}{dy} = \frac{v_{\max}}{10 \cdot B^{\frac{1}{10}} \cdot y^{\frac{9}{10}}}$; $B = 0,5H$.

Бокові сили визначаються співвідношеннями

$$\overline{F}_1 = \frac{4}{3} \pi r_y^3 \rho \frac{v_{\max}}{10 \cdot B^{\frac{1}{10}} \cdot y^{\frac{9}{10}}} \left[v_{\max} \left(\frac{y}{b} \right)^{0,1} + \overline{v} \right]; \quad 3.67$$

$$\overline{F}_2 = \frac{8}{3} \pi r_y^3 \rho \omega(t) \left[v_{\max} \left(\frac{y}{b} \right)^{0,1} + \overline{v} \right]. \quad 3.68$$

Проектуючи визначені сили на осі координат, запишемо диференціальні рівняння руху частинки в горизонтальному потоці у вигляді:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \pm k_v \left(\frac{dx}{dt} + v(y) \right) \cdot \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} + v(y) \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} \pm$$

$$\pm \frac{3(P_{1(x)} + P_{2(x)})}{4\pi r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho} \cdot \frac{\frac{dy}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt} + v(y)\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}} ; \quad (3.69)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 y}{dt^2} = & \pm g \pm k_v \cdot \frac{dy}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} + v(y)\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2} \pm \\ & \pm \frac{3(P_{1(y)} + P_{2(y)})}{4\pi r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho} \cdot \frac{\left(\frac{dx}{dt} + v(y)\right)}{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt} + v(y)\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2}} . \end{aligned} \quad (3.70)$$

Проекції бокових сил $P_{1(x,y)}, P_{2(x,y)}$ записуються у вигляді:

$$v(y) = v_{\max} \cdot \left[\frac{y}{H}\right]^{0,1} ; \quad (3.71)$$

$$P_{1(x)} = \frac{4}{3} \pi \cdot r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho \cdot \frac{v_{\max}}{10 \cdot H^{0,1} \cdot y^{0,1}} \cdot \left[\frac{dx}{dt} + v_{\max} \cdot \left[\frac{y}{H}\right]^{0,1}\right] ; \quad (3.72)$$

$$P_{2(x)} = \frac{8}{3} \pi \cdot r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho \cdot \omega(t) \left[\frac{dx}{dt} + v_{\max} \cdot \left[\frac{y}{H}\right]^{0,1}\right] ; \quad (3.73)$$

$$P_{1(y)} = \frac{4}{3} \pi \cdot r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho \cdot \left[\frac{dy}{dt}\right] ; \quad (3.74)$$

$$P_{2(y)} = \frac{8}{3} \pi \cdot r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho \cdot \omega(t) \left[\frac{dy}{dt}\right] . \quad (3.75)$$

Початкові і граничні умови:

$$\begin{aligned} x(0) = 0; y(0) = 0; t(0) = 0; \frac{dx}{dt_{t=0}} = V_0 \cos \lambda_0; \frac{dy}{dt_{t=0}} = V_0 \sin \lambda_0; \\ y < 0; P_{\text{ж}} > 0; P_{\text{м}} > 0; y > 0; P_{\text{ж}} < 0; P_{\text{м}} < 0; -(y + r_{\text{ц}}) \leq y \leq (y + r_{\text{ц}}) \end{aligned} \quad (3.76)$$

Розв'язок отриманої системи рівнянь із визначеними крайовими умовами отримано в комп'ютерному середовищі (MathCad-10) у вигляді залежностей $y = f(x)$, а саме траєкторій руху частинок зернового

матеріалу, які відрізняються швидкістю витання і відповідно коефіцієнтом вітрильності $v_{\text{ВИТ}}^2$, $v_{\text{ВИТ}} \left(k_V = \frac{9,81}{v_{\text{ВИТ}}^2} \right)$.

На рисунках 3.16.1, 3.16.2 наведено траєкторії руху частинок різних фракцій.

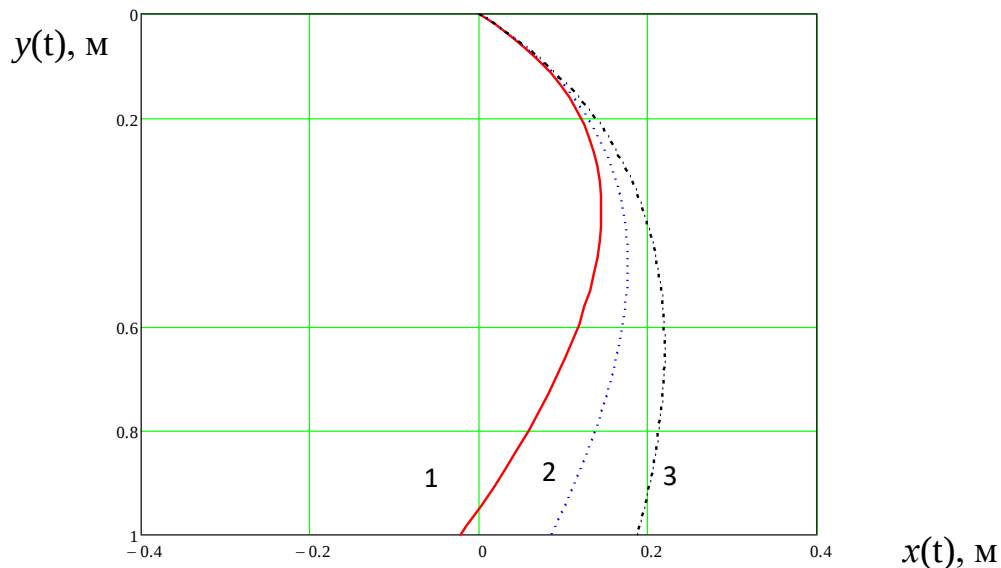


Рис. 3.16.1 Траєкторії руху фракцій за незмінної швидкості повітряного потоку:

$$1 - k_V = 0,212; 2 - k_V = 0,174; 3 - k_V = 0,136$$

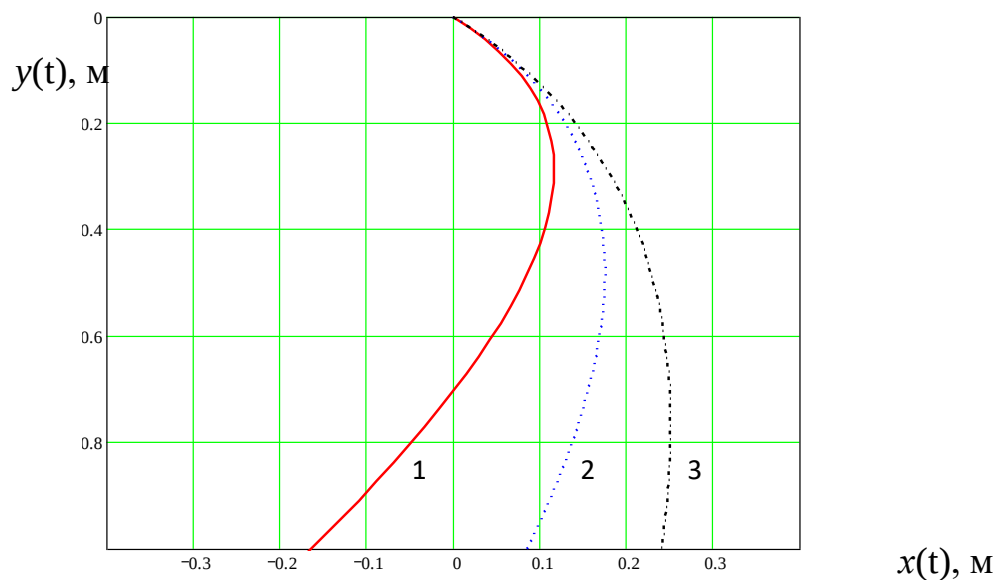


Рис. 3.16.2. Траєкторії руху фракцій за лінійного змінення швидкості повітряного потоку по висоті:

$$1 - k_v = 0,212; 2 - k_v = 0,174; 3 - k_v = 0,136$$

3.6 Визначення траєкторії руху компонентів зернового матеріалу в нахилому повітряному каналі

Розділення зернового матеріалу на фракції в нахилому повітряному каналі має певні переваги, порівнюючи з вертикальним каналом: є можливість підвищення продуктивності процесу завдяки збільшенню швидкості потоку повітря; можливість розділення зернового матеріалу на більшу кількість фракцій. Але значного розповсюдження для пневматичного фракціювання в практиці сільськогосподарського і переробного виробництва воно поки не знайшло. Нахилені повітряні канали використовувалися в пневмоінерційних сепараторах дрібного зерносором'яного вороху [14, 88, 136, 150, 180] (рис. 3.17).

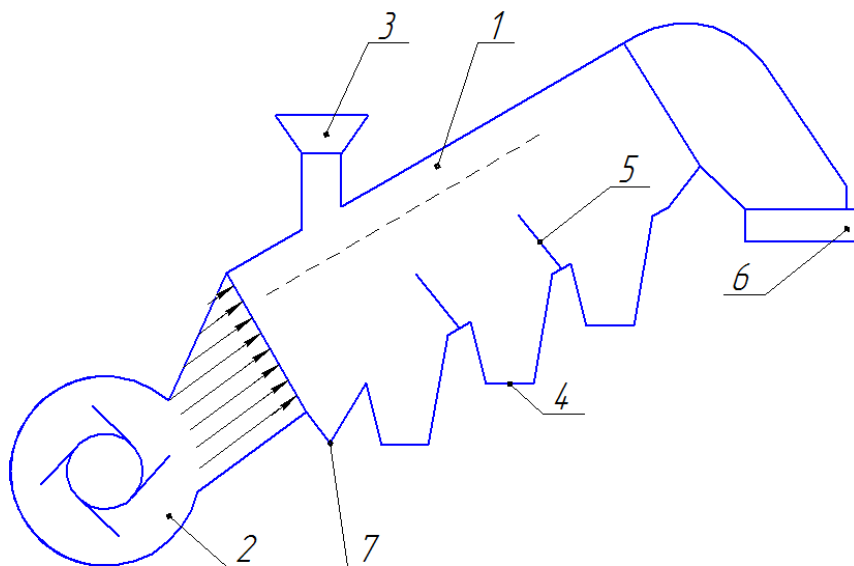


Рис.3.17. Схема пневмосепаратора з нахиленим каналом

Обґрунтуванню параметрів пневмосепараторів із нахиленим каналом для поділу зернового і насінневого матеріалу на фракції присвячені роботи [2, 115], а питання математичного моделювання руху частинок розглянуто в роботі [17]. У згаданих роботах, хоча і вказується на наявність розподілу швидкості повітря за висотою каналу, але в

математичному описі використовують параметри рівномірного потоку із середньою швидкістю $v_{\text{ср.}}$.

Тому для загального уявлення про способи поділу зерна на фракції коротко розглянемо рух частинок у нахиленому каналі.

Найбільш просто визначити траєкторії частинок у нахиленому каналі можна, використовуючи модель квазігоризонтального плоского каналу [17, 115], як наведено на рисунку 3.18.

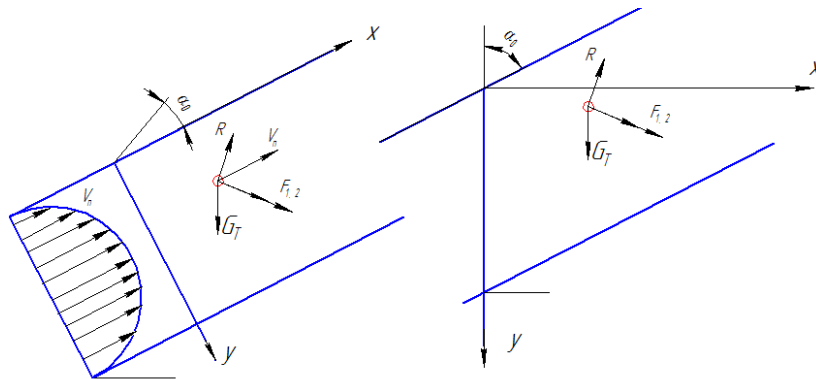


Рис. 3.18. Розрахункові схеми квазігоризонтального каналу

У прямокутній системі координат, повернутій на кут α до горизонту, рух частинки як матеріальної точки описується системою диференціальних рівнянь

$$\begin{cases} m \frac{dv_x}{dt} = -m \cdot g \cdot \sin \alpha - m \cdot k_v \cdot \sin \beta \cdot u^2 \pm F_1(x) \cos \beta \pm F_2(x) \sin \beta \\ m \frac{dv_y}{dt} = +m \cdot g \cdot \cos \alpha - m \cdot k_v \cdot \cos \beta \cdot u^2 \mp F_1(x) \sin \beta \mp F_2(y) \sin \beta \end{cases}, \quad (3.76)$$

$$\text{де } \sin \beta = \frac{v_y}{u}; \quad \sin \beta = \frac{v_x + v_n}{u}; \quad u^2 = (v_n + v_x)^2 + v_y^2;$$

$$V_x = \frac{dx}{dt}; \quad V_y = \frac{dy}{dt}. \quad (3.77)$$

Модулі бокових сил $F_{1(x;y)}, F_{2(x;y)}$ визначаються виразами (3.71)–(3.74).

Вихідними умовами до рівнянь (3.76), (3.77) прийнято:

$$x(0) = y(0) = 0 ; V_x(0) = V_1 ; V_y(0) = V_2,$$

де V_1, V_2 – проєкції початкової швидкості частинки, з якими вона потрапляє в канал.

Проєкції відносної швидкості частинки в похилому повітряному каналі з нерівномірною епюрою швидкості повітря $v_n(y)$, описаною функцією $v_n(y) = v_{max} \left(\frac{y}{B}\right)^{0,1}$ в прямокутній системі координат, визначені через напрямні синусоїди вектора $\overline{V_n}$ за методикою Абадуєва у вигляді

$$\ddot{x} = -k_V \left[(\dot{x} + V_n(y)\cos\alpha)^2 + (\dot{y} - V_n(y)\sin\alpha)^2 \frac{\dot{y} + v_n(y)\sin\alpha}{\sqrt{(\dot{x} + v_n(y)\cos\alpha)^2 + (\dot{y} + v_n(y)\sin\alpha)^2}} \right] \pm \pm(-k_V) \left[\left(\frac{F_1 + F_2}{m} \right) \frac{\dot{y} + V_n(y)\sin\alpha}{\sqrt{(\dot{x} + v_n(y)\cos\alpha)^2 + (\dot{y} + v_n(y)\sin\alpha)^2}} \right] \quad (3.78)$$

$$\ddot{y} = g - V_n \left[(\dot{x} + V_n(y)\cos\alpha)^2 + (\dot{y} - V_n(y)\sin\alpha)^2 \frac{\dot{y} + v_n(y)\sin\alpha}{\sqrt{(\dot{x} + v_n(y)\cos\alpha)^2 + (\dot{y} + v_n(y)\sin\alpha)^2}} \right] \pm \pm(-k_V) \left(\frac{F_1 + F_2}{m} \right) \frac{\dot{x} + V_n(y)\cos\alpha}{\sqrt{(\dot{x} + v_n(y)\cos\alpha)^2 + (\dot{y} + v_n(y)\sin\alpha)^2}} \quad (3.79)$$

Початкові та граничні умови до системи рівнянь:

$$x(0) = 0; y(0) = 0; \dot{x}(0) = v_0 \cos\alpha_0; \dot{y}(0) = +v_0 \sin\alpha_0$$

де v_0, α_0 – швидкість входження частинки в канал і кут нахилу вектора швидкості.

Модулі бокових (поперечних) сил F_1, F_2 визначаються із співвідношень:

$$F_1 = \frac{8}{3} \pi \cdot r_y^3 \cdot \rho \frac{V_{\max}}{10b^{0,1}y^{0,9}} \left[V_{\max} \left(\frac{x}{b} \right)^{0,1} + V_{x,y} \right]; \quad (3.80)$$

$$F_2 = \frac{8}{3} \pi \cdot r_y^3 \cdot \omega(t) \left[V_{\max} \left(\frac{x}{b} \right)^{0,1} + V_{x,y} \right] \quad (3.81)$$

Для числового розв'язку системи рівнянь із визначеними вище початковими і граничними умовами використані такі вихідні дані з роботи [2]. Швидкість вводу зерна в канал – 0,5 м/с та швидкість (середня за об'ємом) повітря – 10м/с. Висота каналу – 0,6 м. Кут подачі $\alpha_0 = 30^\circ$ (щодо верхньої стінки каналу). Розв'язок рівнянь у комп'ютерному середовищі MathCad-10 подано на графіках залежностей $y(x)$.

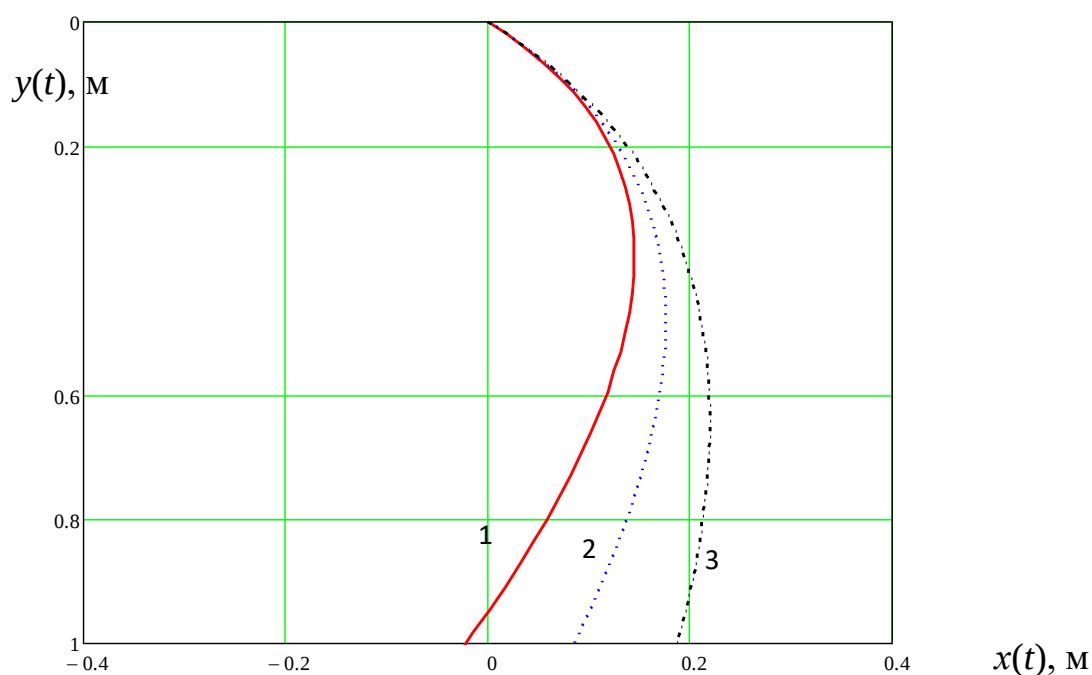


Рис. 3.19. Траєкторії руху частинок у нахиленому каналі:

$$1 - k_v = 0,212; \quad 2 - k_v = 0,174; \quad 3 - k_v = 0,136$$

3.7 Використання математичного моделювання процесу поділу КЗМ у вертикальному повітряному каналі на товарні фракції за аеродинамічними властивостями

Пневмогравітаційне фракціювання. Живильні пристрої вертикальних каналів повітряних сепараторів, забезпечуючи введення зерна в канал, зумовлюють наявне на сьогодні конструкційне і теоретичне розмежування висхідного повітряного потоку: одна частина (верхня) розташована вище місця вводу, а друга (нижня) – нижче. Конструкції пневмоканалів і експериментальні дослідження [51, 82, 122, 124] вказують на низьку ефективність зони потоків, розташованої під місцем вводу зерна. Саме розділення, тобто виділення легкого компонента, відбувається в шарі (струмені) повітряного потоку на вході в канал, а верхня зона виконує функції осадження важких зернівок, які випадково потрапили у верхні зони каналу. Отже, нижня зона є найбільш насиченою частиною каналу й основна маса зерна уходить у нижній схід.

У зв'язку з викладеним є реальна можливість використовувати нижню (під живильником) частину каналу для розділення зернового потоку на фракції за аеродинамічними властивостями. Такий спосіб та технічний пристрій запропоновано, реалізовано й досліджено в роботі [85]. Але експерименти проводилися без живильного подільника потоку зерна (осьовим струменем), а в теоретичних дослідженнях не враховано змінну епюру швидкості повітря в поперечному перетині й відповідно бокові сили, що діють. Для реалізації ефективного розділення матеріалу у висхідному повітряному потоці необхідно вводити його в канал тонким шаром (бажано в одне зерно), щоб уникнути або мінімізувати взаємодію частинок. Такий спосіб подачі матеріалу в повітряний потік можна розслідувати в каналі перетину [100, 176]. Переваги такого каналу очевидні: збільшується рівномірність потоку (унеможливленням застійних зон у кутах прямокутних каналів), збільшується питома ширина живильного пристрою, який

виконується конічним або у вигляді обертальної поверхні з утворювальною у вигляді чвертини кола.

Схема пневмогравітаційного сепаратора для поділу матеріалу на фракції наведена на рисунку 3.20, 3.21.

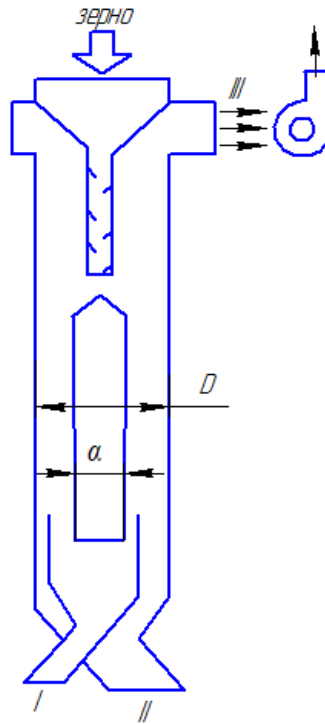


Рис. 3.20. Схема пневмогравітаційного сепаратора для поділу матеріалу на три фракції

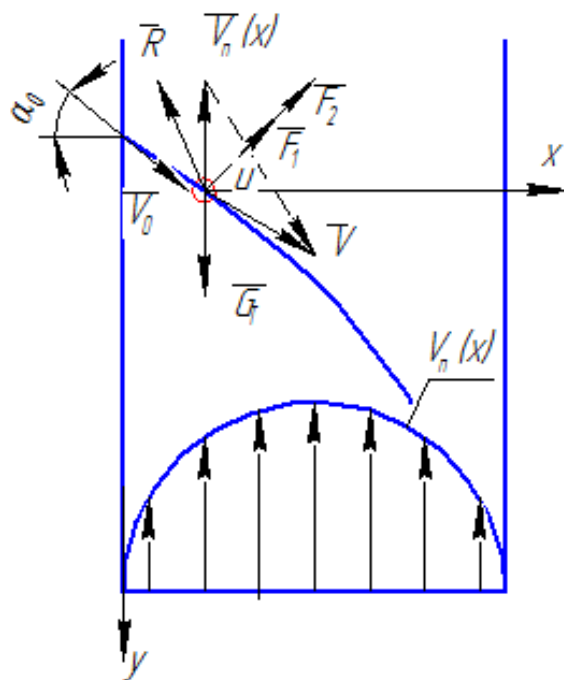


Рис. 3.21. Схема сил, що діють на частинку в кільцевому пневмоканалі

Перевага вертикального пневмоканалу кільцевого перетину насамперед полягає в можливості застосування як розподільника зернового матеріалу не плоского, а «об'ємного» живильника у вигляді конічної поверхні або у формі поверхні обертання з криволінійною твірною. Така поверхня розподільника – живильника забезпечує рівномірний розподіл зернового потоку у вигляді моношару (шар в одну зернівку), що значно зменшує можливість зіткнення зернівок на вході в канал.

Для побудови і дослідження траєкторії руху частинок у пневмоканалі використовуємо попередню модель взаємодії частинки з повітряним потоком під час його висхідного руху з нерівномірним полем швидкостей у поперечному перетині [100].

Розподіл швидкості повітря в поперечному перетині приймемо за степеневим законом [77, 121] для можливості використання даних попередніх досліджень [77]:

$$V_n(y) = V_{n(\max)} \left(\frac{y}{B} \right)^n, \quad (3.82)$$

де B – відстань від стінки до середини каналу, $B = \frac{D-d}{4}$ (D, d – діаметри циліндрів, які утворюють кільцевий канал); B

$n = \frac{1}{7} \dots \frac{1}{10}$ залежно від режиму, який визначається числом Re .

Схему силової взаємодії та розподілу швидкостей наведено на рисунку 3.22.

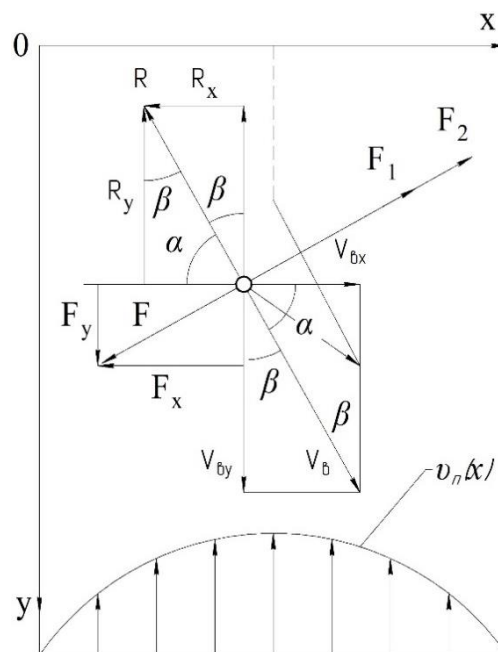


Рис. 3.22. Схема сил і швидкостей, що діють на зернівку в процесі її руху у вертикальному пневмосепарувальному каналі

Рух частинки відбувається на площині в декартовій прямокутній системі координат XOY , у вертикальному каналі.

Прийнято, що в повітряному потоці на кожну частинку діють такі сили: сила тяжіння G , сила аеродинамічного опору R , а також бокові сили

F_1 (типу Жуковського) та $F_2(\omega)$ – сила, що утворюється під час обертання частинки із частотою ω (сила Магнуса).

Тоді рівняння руху частинки в нерівномірному повітряному потоці можна записати у векторній формі [100]:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{G} + \bar{R} + \bar{F}_1 + \bar{F}_2(\omega), \quad (3.83)$$

де ω – кутова швидкість обертання частинки навколо її осі.

На сьогодні немає точної теорії, що дозволяє визначити реальну силу аеродинамічного опору $\bar{R}$. Тому використана спрощена напівемпірична залежність [51]:

$$\bar{R} = m \cdot k_B (\bar{V}_n - V) |\bar{V}_n - V| = k_B m U^2. \quad (3.84)$$

У цій залежності вектор сили опору спрямований у бік, що протилежний вектору відносної швидкості, а модуль – пропорційний квадрату відносної швидкості:

$$\bar{U} = \bar{V}_n(y) - \bar{V}, \quad (3.85)$$

де $|\bar{V}_n - V|$ – модуль швидкості частинки відносно системи координат x, y , що рухається в повітрі з переносною швидкістю V_n ;

$\bar{V}$ – абсолютна швидкість частинки.

Величина бокових сил $F_{1,2}$ для плоско-паралельного потоку, відповідно до теореми М. Е. Жуковського [77], пропорційна відносній швидкості потоку, що набігає на частинку, $\bar{U}$ і циркуляції Γ :

$$\bar{F}_{1,2} = \rho \cdot \bar{U} \cdot \Gamma, \quad (3.86)$$

Відносна швидкість з урахуванням (3.82)

$$\bar{U}(x) = V_{n \max} \lambda \left(\frac{x}{B}\right)^n \bar{t} - \bar{V}, \quad (3.87)$$

де $\bar{t}$ – одиничний вектор осі oy .

Циркуляція швидкісного поля для бокової сили типу М. Жуковського відносно до [77] визначається з виразу:

$$\Gamma_1 = \pi r_{\text{ц}}^2 \text{grad}_x U_y = \pi \cdot r_{\text{ц}}^2 \frac{dU(y)}{dy}. \quad (3.88)$$

Градiєнт відносної швидкості повітря C визначається з виразу:

$$C = \frac{dU(y)}{dy} = U_{n \max} \frac{n}{B^n} x^{n-1}, \quad (3.89)$$

а силу F_1 можна записати у вигляді:

$$\bar{F}_1 = \frac{V_{\max} n x^{n-1}}{B^n} \left[V_{n \max} \left(\frac{x}{B}\right)^n \bar{t} - \bar{V} \right] \pi r_{\text{ц}}^2 \cdot \rho, \quad (3.90)$$

де $r_{\text{ц}}$ – радіус циліндра, еквівалентного кулі, з радіусом r ;

$$r_{\text{ц}} \Rightarrow \frac{4}{3} r^3 = \frac{4}{3} \left(\frac{d}{2}\right)^3.$$

Величина циркуляції під час обертання циліндра, еквівалентного кулі, визначається за формулою [77]:

$$\Gamma_2 = 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}} \cdot U(X) = 2 \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^2 \cdot \omega = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \omega, \quad (3.91)$$

де ω – кутова швидкість обертання частинки.

Бокова сила F_2 (за ефектом Магнуса) визначається виразом:

$$\bar{F}_2 = \frac{8}{3} \pi \rho \left(\frac{d}{2}\right)^3 \omega \left[V_{n \max} \left(\frac{x}{B}\right)^n \bar{t} - \bar{V} \right]. \quad (3.92)$$

Швидкість обертання частинки в повітряному потоці під час переміщення змінюється, а її значення можна наближено визначити рівнянням [137]:

$$\omega(t) = \omega_0 \exp \left[-\frac{18\mu}{\rho_r r^2} t \right],$$

де ω_0 – початкове значення кутової швидкості;

μ – динамічна в'язкість повітря;

ρ_r – густина частинки;

r – радіус.

ω_0 – Напрямок вектора сили аеродинамічного опору вважається спрямованим у протилежний бік від відносної швидкості і тому проєкції вектора $\bar{R}$ дорівнюють:

$$R_x = -R \sin \beta, \quad R_y = -R \cos \beta,$$

$$\text{де } \sin \beta = \frac{\dot{x}}{U}; \quad \cos \beta = \frac{V_n(x) + \dot{y}}{U}; \quad U = \sqrt{\dot{x}^2 + (V_n(x) + \dot{y})^2}.$$

Оскільки напрямки векторів бокових сил F_1 , та F_2 вважаються спрямованими перпендикулярно [77] напрямку відносної швидкості в бік частинки, де швидкість обтікання більша, то проєкція бокових сил дорівнює:

$$F_{(1,2)x} = \pm F_{(1,2)} \cos \beta, \quad F_{(1,2)y} = \pm F_{(1,2)} \sin \beta.$$

Вектор $\bar{U}$ є дотичним до траєкторії руху частинки в системі координат XOY .

Для розрахунку траєкторії частинки треба визначити залежності $y(t)$ і $x(t)$. Для знаходження функцій $x(t)$ і $y(t)$ спроектуємо рівняння руху частинки на осі системи координат XOY .

$$\begin{aligned} m\ddot{x} &= -R \sin \beta \pm F_1^x \cos \beta \pm F_2^x \cos \beta ; \\ m\ddot{y} &= mg - R \cos \beta \pm F_1^y \sin \beta \pm F_2^y \sin \beta . \end{aligned} \quad (3.93)$$

Подвійні знаки перед силами F_1 , F_2 означають зміну напрямку вектора дії сили під час пересічення частинкою осі симетрії в точці $x = 0$, де $V_n = V_{n \max}$. Задаються граничними умовами. Напрямок вектора сили F_2 залежить від напрямку обертання частинки навколо її осі (у разі сферичної форми частинки).

Проекції сил $F_{1,2}^{x,y}$ (по модулю) дорівнюють:

$$\begin{cases} F_1^y = \frac{V_{\max} n x^{n-1}}{B^n} \left[V_{n \max} \left(\frac{x}{B} \right)^n - V_y \right] \frac{\pi}{2} r^3 \rho \\ F_1^x = \frac{V_{\max} n x^{n-1}}{B^n} V_x \frac{\pi}{2} r^3 \rho \\ F_2^x = \frac{8}{3} \pi \rho r^3 V_y \omega(t) \end{cases} ; \quad (3.94)$$

$$\begin{aligned} F_2^y &= \frac{8}{3} \pi \rho r^3 \left[V_{n \max} \left(\frac{x}{B} \right)^n - V_y \right] \omega(t) ; \\ V_y &= \frac{dy}{dt} = \dot{y}; y = \frac{d^2 y}{dt^2} ; V_x = \frac{dx}{dt} = \dot{x}; \ddot{x} = \frac{d^2 x}{dt^2}. \end{aligned} \quad (3.95)$$

Функція $\omega(t)$ визначається розв'язком диференціального рівняння:

$$I \frac{d\omega(t)}{dt} = \bar{M},$$

де I – момент інерції;

M – момент, що діє на частинку, величина якого визначається силою аеродинамічного опору і плечем щодо центру мас частинки I –.

Невдаючися до подробиць методики визначення величини плеча сили відносно центру мас частинки (наведеної в роботі [77] для прийнятого розподілу швидкості повітря в каналі $V(y)$, залежності (3.82) для значення $n = \frac{1}{7}$, отримано лінійний закон зміни величини плеча $a(x)$:

$$a(x) = 0,125 \frac{r}{B-r} (B - x), \quad (3.96)$$

де x – координата центру мас частинки.

Величина моменту $\bar{M} = \bar{R}a(x)$ при цьому набуває вигляду:

$$I \frac{d\omega}{dt} = 0,152 \cdot k_B \cdot m \cdot \left(V_{\max} \left(\frac{x}{B} \right)^{\frac{1}{7}} - V_y \right)^2. \quad (3.97)$$

З огляду на вищезгадане і враховуючи, що $m = \frac{4}{3} r^3 \rho_r$, ρ_r – густина речовини частинки, диференціальні рівняння руху сферичної частинки в проєкціях на осі координат XOY можна представити в такому вигляді:

$$\begin{aligned} \ddot{x} = & -k_n \dot{x} \sqrt{\dot{x}^2 + (\dot{y} + V_n(x))^2} + \\ & + \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + (\dot{y} + V_n(x))^2}} \left[2 \frac{\rho}{\rho_r} r^3 \omega(t) \cdot \dot{x} \pm \frac{\rho}{\rho_r} r^3 n \frac{V_{\max}}{B^n} \frac{x^{n-1}}{\dot{x}} \right]; \\ & (3.98) \\ \ddot{y} = & g - k_n (\dot{y} + V_n(x)) \sqrt{\dot{x}^2 + (\dot{y} + V_n(x))^2} + \\ & + \frac{\dot{y} + V_n(x)}{\sqrt{\dot{x}^2 + (\dot{y} + V_n(x))^2}} \left[2 \frac{\rho}{\rho_r} r^3 \omega(t) \cdot V_{\max} \left(\frac{x}{B} \right)^n - \dot{y} \right] \pm \\ & \pm \frac{\rho}{\rho_r} r^3 n \frac{V_{\max} x^{n-1}}{B^n} \left[V_{\max} \left(\frac{x}{B} \right)^n - \dot{y} \right] \end{aligned} \quad (3.99)$$

Система нелінійних диференціальних рівнянь визначає рух сферичної частинки радіусом r із густиною ρ_r в системі координат XOY у вертикальному повітряному потоці, обмеженому координатами $0,5r \leq x \leq B$. Під час входження частинки в другу половину потоку сила F_1 змінює напрямлення. Сила опору R в будь-якій точці потоку буде спрямована протилежно вектору відносної швидкості. За координати центру мас частинки $x > B$ напрямки складових F_{1x} і F_{1y} бокових сил змінюється, тому в рівняннях (3.98) і (3.89) перед виразами цих сил знак змінюється на протилежний. Проекція сили F_{2x} змінює знак у разі зміни напрямку кутової швидкості.

Направлення моменту M при значенні $x > B$ змінюється на протилежне.

Крім усього відміченого, треба враховувати, що залежність $V_n(x)$ зміни швидкості повітря $V_n(x)$ в поперечному перетині каналу справедлива тільки для значення $x = B$. Тому під час числового розв'язку координат на осі x визначають із негативного значення $(-B_0 + B)$, де B – величина половини каналу, на яку його перетин розділяє вісь симетрії та місце завантаження з негативного боку каналу.

Початкові умови для розв'язку системи рівнянь можуть бути записані у вигляді при $t = 0$; $y = 0$; $x = -B$; $\omega = \pm\omega_0$; $\dot{x}(0) = V_0 \cos \lambda_0$; $\dot{y}(0) = V_0 \sin \lambda_0$; $\bar{x}(0) = -(x + r)$.

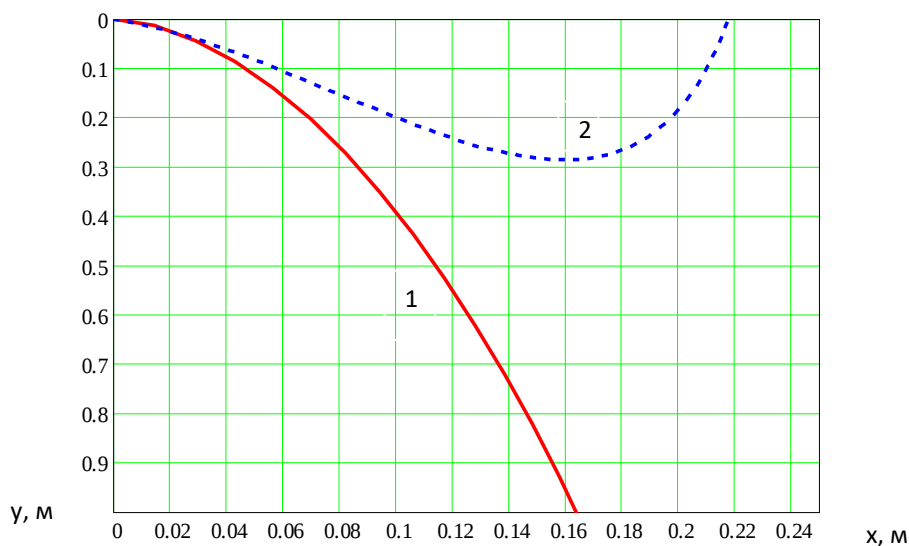
$$\begin{aligned} \text{- граничні умови: } & x < 0; F_1 > 0; F_2 > 0; \\ & x > 0; F_1 < 0; F_2 < 0; \\ & -(x - r) \leq x \leq (x - r). \end{aligned} \quad (3.100)$$

Швидкість повітряного потоку за наявності в каналі зернового матеріалу визначається за очевидною формулою:

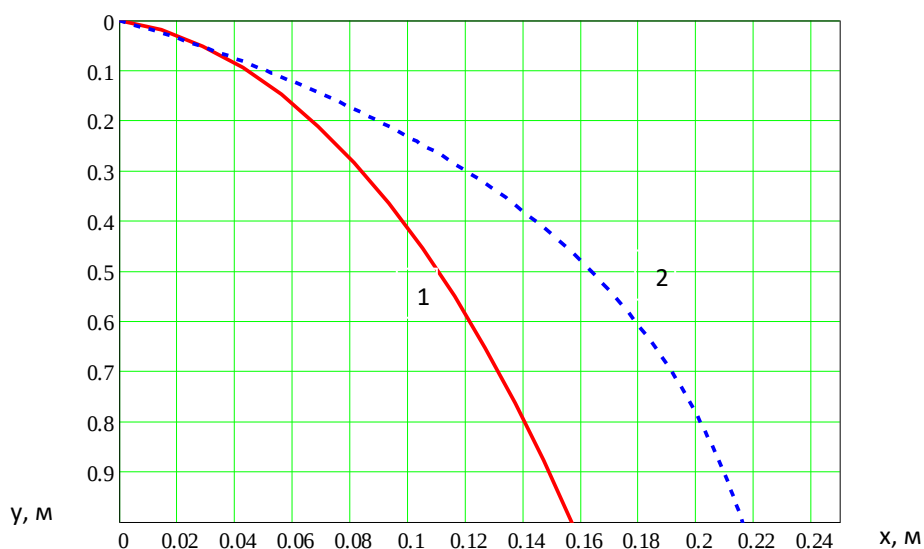
$$V_n|x| = \frac{V_n \cdot f}{\varepsilon}; V_{n \max} = \frac{V_{\max}}{\varepsilon}, \quad (3.101)$$

де $\varepsilon = \frac{1}{1+\mu}$, μ – масова концентрація матеріалу, $\mu = \frac{G_3}{G_{\Pi}}$, G_{Π}, G_3 – витрати повітря та зерна, кг/с.

Розв’язок системи рівнянь із визначеними початковими і граничними умовами виконано в програмному середовищі MathCad у вигляді траєкторії руху частинок з різними значеннями k_n і наведено на (рис. 3.23).



а)



б)

Рис. 3.23. Траєкторії руху зернівок у вертикальному каналі:

а) за рівномірної швидкості потоку повітря ;

б) за розподіленої швидкості потоку повітря;

1 – $k_n = 0.081$; 2 – $k_n = 0.153$

На рисунку 3.23, а) наведено траєкторії руху, розраховані без урахування дії бокових сил у нерівномірному повітряному потоці. На рисунку 3.23, б) показні траєкторії руху тих самих компонентів зернового матеріалу в рівномірному (невдаючися до деталей отримання нерівномірної епюри швидкості потоку в каналі) повітряному потоці в каналі. Як видно з графіків, усунення нерівномірності швидкості повітря в каналі дає можливість реалізувати поділ компонентів як мінімум на три фракції.

Подальше вдосконалення процесу пневмогравітаційного фракціювання зернових матеріалів пов'язане зі зміною структури повітряного потоку в каналах і застосуванням керування процесом зміни швидкості потоку як за координатами, так і в часі, що визначає необхідність вдосконалення конструкцій зерносепараторів.

4. ТЕОРЕТИЧНІ ПОЛОЖЕННЯ ЩОДО ПІДСИЛЕННЯ ДІЇ АЕРОДИНАМІЧНИХ ОЗНАК ПОДІЛУ КОМПОНЕНТІВ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ ТА ЇХ ЗАСТОСУВАННЯ ДЛЯ ПІДВИЩЕННЯ ЕФЕКТИВНОСТІ ФРАКЦІОНУВАННЯ В ПОВІТРЯНИХ КАНАЛАХ

У роботах В. Л. Злочевського [75], Ф. Г. Зуєва [77], та наших дослідженнях [100, 176] доведено, що наявність бокових сил, спричинених нерівномірністю швидкості повітряного потоку, суттєво змінює траєкторії руху компонентів зернового матеріалу і зменшує ефект розсіювання компонентів у площині їх переміщення. «Пучки» траєкторій звужуються. Для зменшення негативного впливу нерівномірності швидкості повітря в каналах рекомендується передусім [2, 11, 122] використання рівномірного повітряного потоку, який утворюється застосуванням аеродинамічних решіток [2, 11, 122], причому в ряді конструкцій повітряних сепараторів [2, 115, 122] використовуються жалюзійні решітки зі змінним кутом нахилу для регулювання розподілу повітряного потоку за поперечним його перетином.

Але, незважаючи на пропозиції керування структурою повітряного потоку, всі теоретичні дослідження продовжують виконуватися для рівномірного потоку повітря, незалежно від форми каналу та його орієнтування в просторі (вертикальний, горизонтальний, нахилений).

Основне завдання механіки сепараційного процесу полягає в керуванні рухом зернівок у повітряному середовищі [75], що передбачає забезпечення точності польотних траєкторій зернівок відповідно до їхніх фізико-механічних властивостей. Технологічне керування досягається внаслідок цілеспрямованої зміни швидкості потоку в просторі.

У роботах [2, 115] визначена доцільність зміни швидкості повітря за висотою нахиленого каналу так, щоб у верхній частині швидкість була вищою; в роботах [85, 110, 176] розглянуто рух частинок у вертикальних каналах зі збільшенням швидкості повітря за висотою каналу; в

роботах [100, 176] досліджено вплив зміни швидкості повітря за довжиною каналу, в роботі [85] – за довжиною та висотою горизонтального каналу.

Розподіл швидкості потоку в каналах можна змінювати як зміненням геометрії каналу, так і додатковим вдуванням або всмоктуванням повітря ззовні в канал решітками зі змінюваним кутом нахилу жалюзі.

4.1 Структура потоків повітря в каналах

Теоретично-експериментальні дослідження різних авторів узагальнені у фундаментальних працях [52, 122, 133] і наші дослідження виявили суттєвий вплив профілю швидкості повітря в каналах на ефективність розділення зернівок різних культур за аеродинамічними властивостями.

Під час переміщення повітряного потоку в пневматичному каналі можуть існувати два суттєво різні режими: ламінарний та турбулентний.

За ламінарного режиму течії повітря спостерігається пошаровий, без перемішування рух: За турбулентного режиму (за значних швидкостей потоку) спостерігається перемішування повітряних шарів у каналі. Для кількісної характеристики режиму руху потоку в каналі використовують критерії Рейнольдса $Re \frac{v}{\gamma} d_e$.

Еквівалентний діаметр каналу характеризує не тільки розмір, але й форму поперечного перетину каналу.

Для кола $d_e = d_k$, для кільцевого перетину $d_e = D - d$ (D, d – діаметри циліндрів, які утворюють канал), для прямокутного перетину $d_e = \frac{2S_k}{\Pi} = S$ (S – площа перетину, Π – периметр каналу), $d_e = \frac{2ab}{a+b}$, (a, b – ширина і товщина каналу). Для інженерних розрахунків умовно прийнято, що при $Re < 2300$ потік вважається ламінарним, а при $Re > 2300$ – турбулентним.

Узагальнені (спрощені) закономірності, які присутні потокам, можна описати так [79, 81, 121].

Унаслідок певної в'язкості повітря та його «прилипання» до стінок каналу відбувається різке падіння швидкості до нуля в безпосередній близькості до стінок, тобто утворюється тонкий пограничний (пристінковий) шар, товщина якого збільшується з віддаленням від вхідного перетину. Оскільки кількість повітря, що протікає, залишається незмінною, гальмування потоку в приграничному шарі зумовлює відповідне підвищення швидкості в ядрі, тобто в області, характеризуємій відсутністю градієнта швидкості в поперечному напрямку.

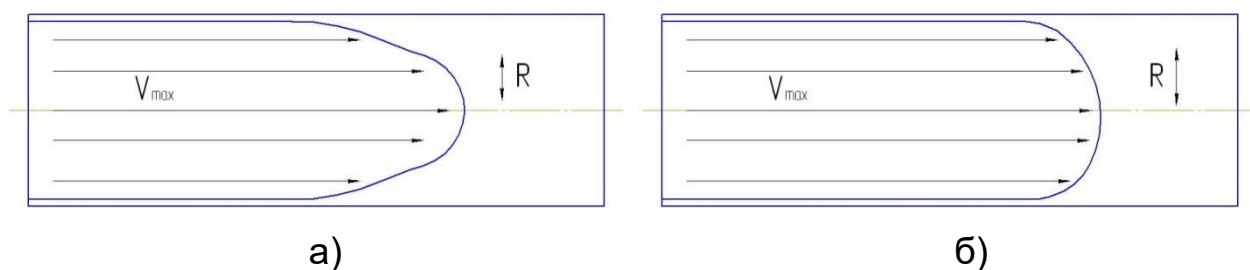


Рис. 4.1. Профілі швидкостей у ламінарному а) і турбулентному б) режимах

За умовами ламінарного режиму течії в прямому (рис. 4.1, а) повітропроводі колового перетину стабілізований профіль швидкості має форму параболи [81]:

$$\frac{V}{V_{max}} = 1 - \left(\frac{y}{R}\right)^2 \quad (4.1)$$

За турбулентного режиму стабілізований профіль швидкості (рис. 4.1, б) може бути наближено представлений степеневою функцією:

$$\frac{V}{V_{max}} = \left(1 - \frac{y}{R}\right)^{\frac{1}{n}} \quad (4.2)$$

Показник степеня $\frac{1}{n}$ безперервно зменшується зі збільшенням критерія Re (від значення $+\frac{1}{n}$ при $Re = 4 \cdot 10^3$ до значення $n = \frac{1}{10}$ при $Re = 32,4 \cdot 10^5$ [189]).

Більш універсальною для розподілу швидкості потоку в турбулентному режимі є логарифмічна залежність [21]:

$$\frac{v}{v_{max}} = 5,75 \lg \frac{v_{ny}}{\gamma} + 5,5 \quad (4.3)$$

4.1.2 Рівномірність повітряного потоку в пневмосепарувальних каналах

Дослідженнями процесу пневмогравітаційного сепарування [176] визначено, що ефективність цього процесу значною мірою залежить від рівномірності повітряного потоку.

Рівномірність (вирівняність) потоку повітря в каналі визначають як ступінь різниці швидкостей повітряного потоку в окремих точках поперечного перетину пневмосепарувального каналу. Зазвичай рівномірність потоку характеризують графічним полем швидкостей цього потоку, а кількісні характеристики визначають співвідношеннями (3.102)–(3.104).

На рівномірність повітряного потоку впливають такі фактори: режим потоку, форма і поперечний перетин каналу, шершавість його стінок, умови вводу повітря в канал (схема вводу, режим напірний або розряджений, залежність від схеми підключення вентилятора).

Суттєвий вплив на епюру швидкостей оказує також зерновий потік.

Аналітичне дослідження поля швидкостей турбулентного потоку пов'язане зі значними труднощами. Експериментальні дослідження [52, 54, 122] свідчать, що в турбулентному потоці поле швидкостей більш вирівняне, ніж у ламінарному, і за подальшого збільшення Re поле

швидкостей продовжує вирівнюватись. Крім того, епюра швидкостей повітряного потоку вирівнюється в разі віддалення від входу повітря в канал. Це свідчить про доцільність розміщення зони сепарування на достатній відстані від місця вводу повітря в канал.

Для вирівнювання поля швидкостей у поперечному перетині каналу найбільш частіше в практиці гравітаційної сепарації (очищення зерна від сміттєвих домішок) застосовують вирівнювальні решітки з гофрованих пластин, які встановлюють над зоною сепарування [122] (рис. 4.2). Але решітки збільшують опір пневмоканалу, а відповідно й енерговитрати на сепарацію. До того ж решітки затримують соломисті домішки й їх треба періодично очищати, тому такий дослід не набув поширення в конструкціях зерносепараторів. Крім того, експериментально встановлено, що за достатньо великої висоти нижньої частини каналу (прямокутного перетину) вирівнювальна решітка не вносить значних змін в епюру швидкості потоку повітря.

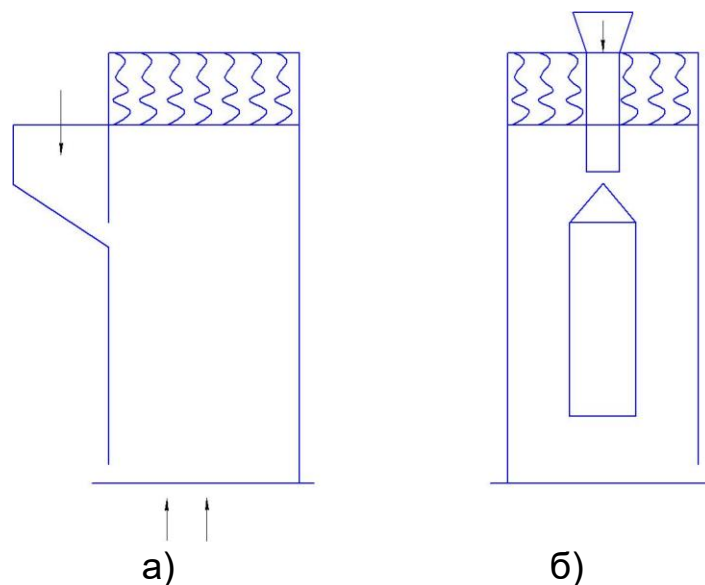


Рис. 4.2. Пневмоканали з решітками з гофрованих пластин:
а) прямокутна, б) кільцева

Значний вплив на поле швидкостей повітря в каналах оказує спосіб підведення повітря в пневмосепарувальний канал (через вікна в бокових

стінках, односторонні, двосторонні відводи, скошені патрубки тощо), як наведено на рисунку 4.3.

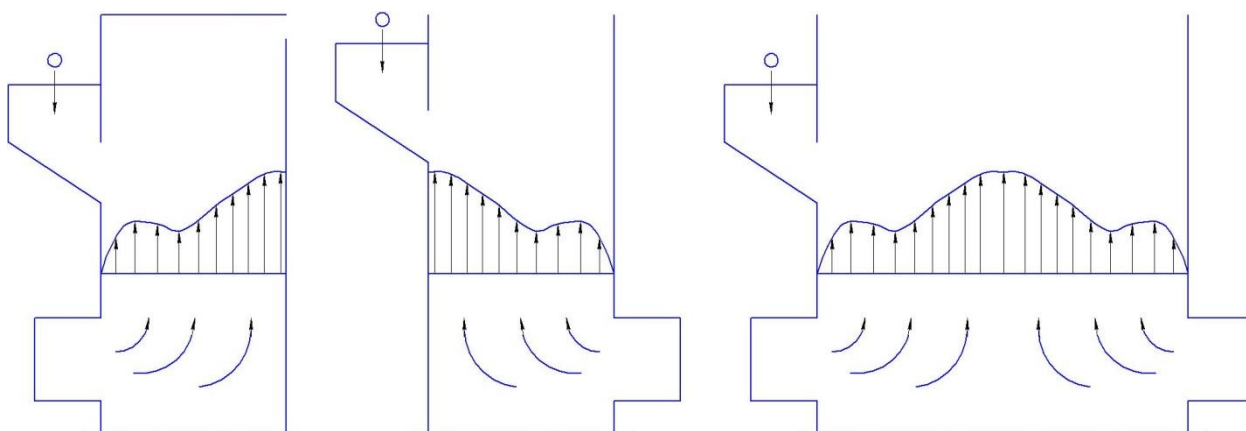


Рис. 4.3. Характеристики поля швидкостей за різних варіантів підведення повітря в канал

Епюра швидкостей повітря за таких схем змінюється так, що максимальна швидкість повітря зміщується по ширині каналу в бік, протилежний від місця вводу повітря.

У роботах [52, 122] для виявлення впливу схеми вводу повітря у вертикальний пневмоканал на ефективність сепарації (очищення зерна) проведено дослідження трьох схем, наведених на рисунку 4.3.

Виявлено, що ефективність очищення підвищується на 10–15 % у разі підведення повітря в канал із боку, протилежного вводу зерна в канал. Двосторонній ввід повітря трохи збільшує ефективність очищення.

Для зміни швидкості повітря за висотою каналу використовують зміну площі поперечного перетину вертикального каналу за висотою (рис. 4.4).

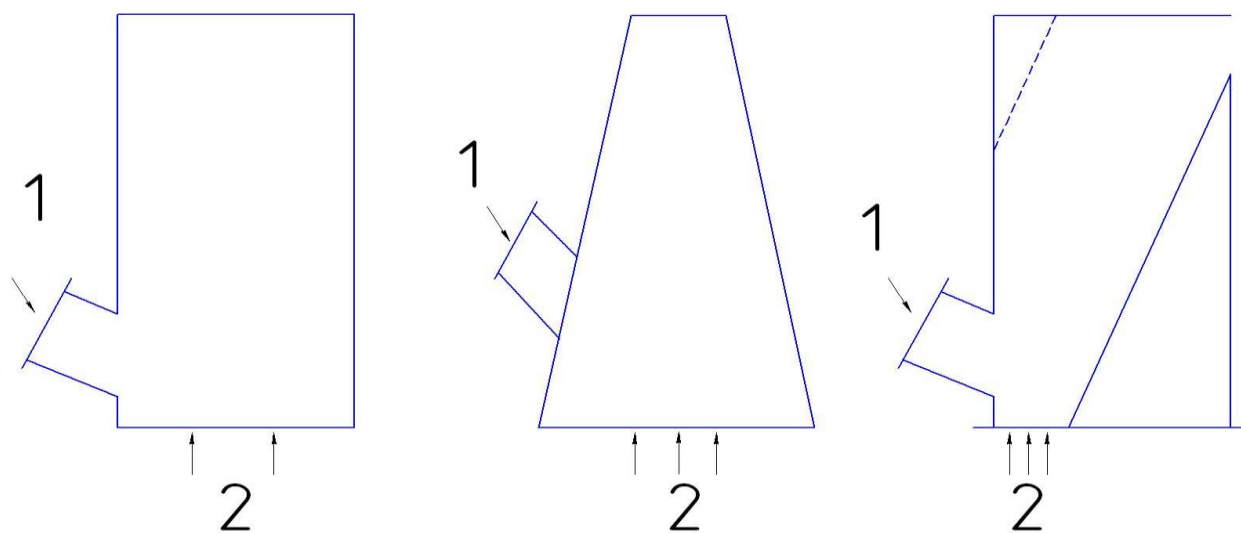


Рис. 4.4. Експериментальні пневмосепарувальні канали:

1 – зерно; 2 – повітря

Але в оцінюванні переваг конструкції каналів існують суттєві протиріччя.

Дослідження експериментальних конструкцій каналів показали, що найбільший ефект очищення досягається у вертикальному прямокутному каналі незмінного перетину та конічному каналі, що звужується в напрямку руху повітряного потоку. Крім того, в конічному каналі максимальний ефект очищення досягається за значно більших витрат повітря, при цьому нормальних зерен у відходах не виявлено.

Отже, проведеним аналізом зроблених різними авторами досліджень встановлено:

1) можливість впливати на розподіл швидкості повітряного потоку в поперечному перетині через застосування введів (вікон) повітряного потоку в канал за більш раціональною схемою;

2) зміна швидкості потоку в напрямку руху повітря або проти нього дозволяє впливати на ефективність поділу;

3) зміну швидкості потоку повітря в напрямку руху можна реалізувати зміною геометрії каналу або додатковим вводом повітря через стінки каналу.

Рівномірності швидкості повітря можна забезпечити впливом на приграничний шар.

Існують різні способи керування приграничним шаром, дозволяючи виключити або зменшити «прилипання» потоку до стінок [155]. Один із таких способів полягає в такому: у стінці утворюють щілину і через цю щілину всмоктується повітря в середину каналу (рис. 4.5). Дія всмоктування підсилюється ще тим, що біля щілини створюється зниження тиску.

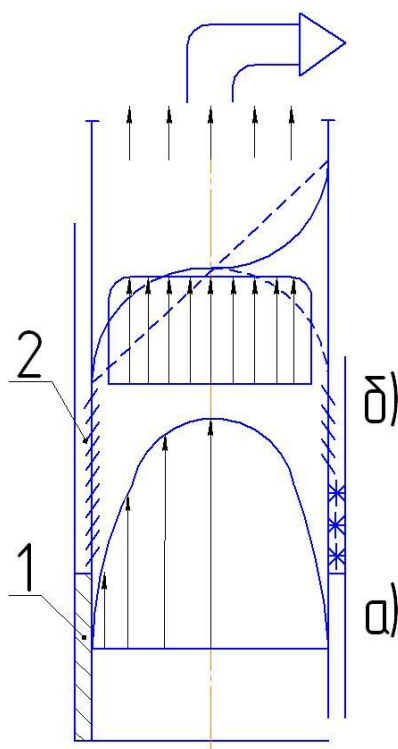


Рис. 4.5. Розподіл швидкості повітря в поперечному перетині каналу:

а) звичайний повітропровід; б) канал зі стінками, які мають щілини;

1 – стінка; 2 – щілини

Підвищення швидкостей приграничного шару можливо також через вдудання струменів повітря крізь щілини всередину каналу, але такий спосіб практично реалізувати доволі важко. Прикладом ефективності такого способу вирівнювання епюри швидкості повітря є запропонований у роботі [196] пневмосортувальний канал, в якому під живильним пристроєм розміщена пірамідальна ділянка, в якій дві стінки нахилені до вертикалі та мають щілини з відбивними козирками (рис. 4.5, а).

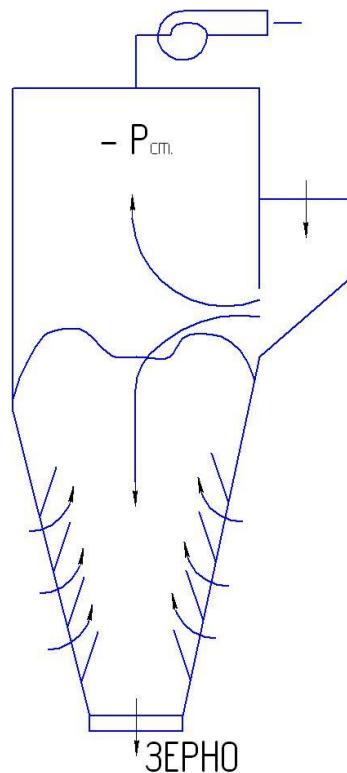


Рис 4.5, а. Схема руху повітря і зерна в щілинному пневмоканалі

Канал працює під розрядженням, тобто повітря відсмоктується з каналу вентилятором. Унаслідок випробувань визначено підвищення рівномірності потоку та ефективності очищення насіннєвого матеріалу.

У відомих (використовуваних) методах пневмосепарації зернового матеріалу, оснований на співвідношеннях сил тяжіння, інерції, аеродинамічного опору та інших, не використовуються кінематичні ефекти

спрямованої дії на компоненти зернового матеріалу, що різняться фізико-механічними властивостями.

Оскільки дія бокових сил типу Жуковського (підйомна) та типу Магнуса, зумовлених природною нерівномірністю поля швидкостей повітряного потоку, обмеженого повітрянепроникними стінками, оказує негативний вплив на ефективність розділення матеріалу, практично використання цього способу для зменшення або виключення дії цих сил є забезпечення рівномірності швидкості повітря в перетині каналу (нормальному до вектора швидкості потоку), що реалізується напрямними решітками.

В аеродинамічних сепараторах, які мають горизонтальний канал, використовують аеродинамічні решітки з регульованим кутом нахилу для формування заданого поля швидкостей повітряного потоку [2, 115].

Якщо штучно сформувати поле швидкостей у пневмосепарувальному каналі так, щоб напрямки градієнта швидкості повітря й відповідно вектори бокових сил були спрямовані в напрямках, які сприяють розходженню траєкторії руху розділюваних компонентів, то можна очікувати підвищення ефективності фракціонування зернового матеріалу в повітряних зерносепарувальних системах.

Для реалізації технологічних (технічних) заходів щодо формування швидкісних повітряних полів можна використовувати:

- 1) оснащення стінок каналів перфораціями (типу лускате решето, пробивне решето), вікнами, відводами або патрубками різної орієнтації відносно осі каналу;

- 2) зміну геометрії каналів (зміна форми, або площі перетину каналу в осьовому напрямку).

- 3 метою визначення можливості та доцільності формування полів швидкості потоку в зерносепарувальних каналах проведено «гідравлічне» моделювання статичних характеристик повітряного потоку, розподілу

швидкостей і тиску повітря в потоках, обмежених стінками каналу за наявності в них перфорації та вікон.

Результати числового моделювання швидкості повітря за допомогою прикладного програмного забезпечення FlowVision відображені на рисунку 4.6.

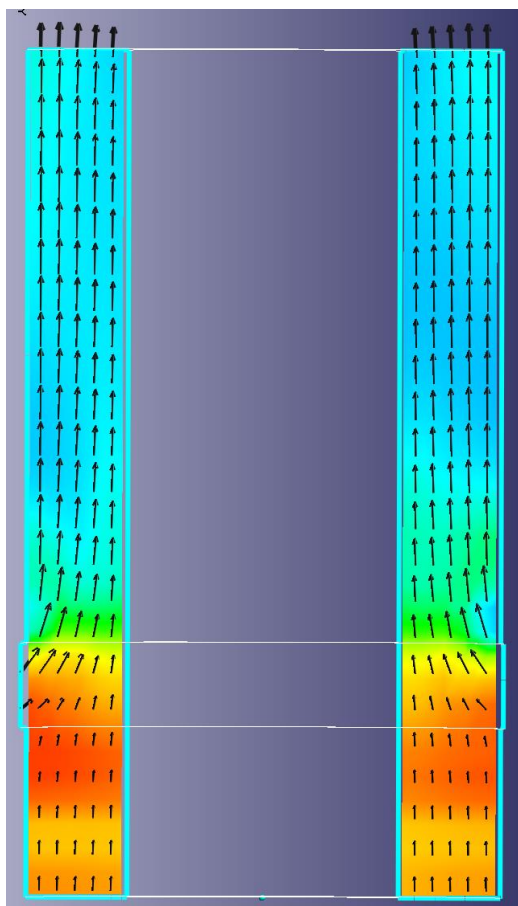


Рис. 4.6. Розподіл швидкості повітряного потоку у вертикальному каналі при $V_{\Pi} = 9$ м/с

Аналіз отриманих результатів дозволив визначити таке:

- для зменшення нерівномірності швидкості повітряного потоку і збільшення часу впливу повітря на зернівки доцільне створення в об'ємі каналу певного незначного розрідження, під дією якого повітря всмоктується крізь отвори або щілини (щілинна перфорація) в зовнішній та/або внутрішній боковій поверхні каналу; у цьому разі (рис. 4.6) зернівки

легкої фракції не зможуть звалитися в нижній схід уздовж стінок, як у звичайному каналі;

- для забезпечення можливості регулювання як епюри швидкості повітря, так і величини витрати повітря доцільно використовувати вікна (кільцеві) в боковій стінці з регульованим перетином (типу «рухомий хомут»);

- для вирівнювання епюри швидкості повітря та змінення її конфігурації так, щоб градієнт відносної швидкості змінив знак (швидкість повітря в центрі менша за швидкість у пристінній зоні), і збільшення швидкості повітря в напрямку руху доцільно використовувати кільцевий канал змінного поперечного перетину (рис. 4.7).

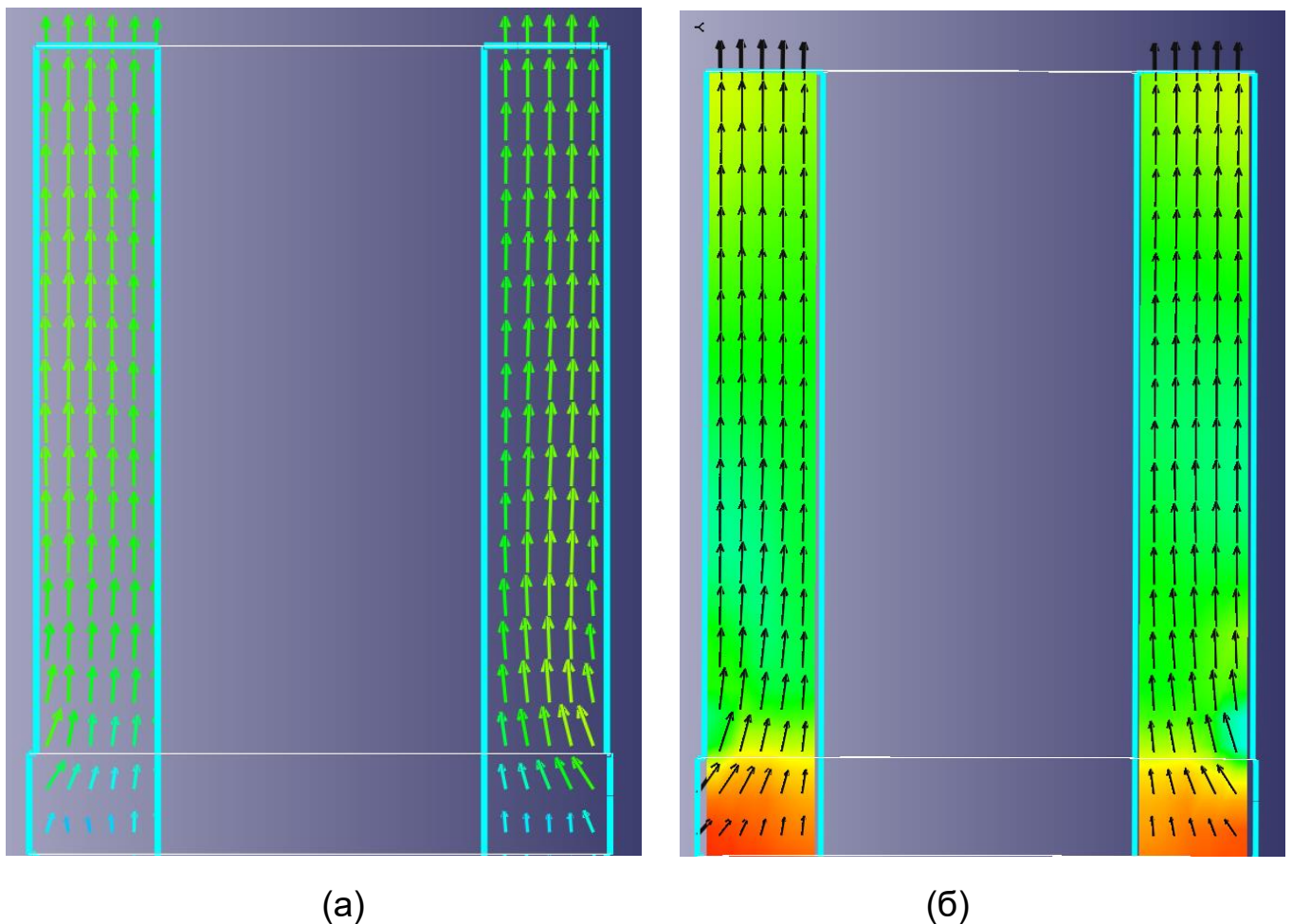


Рис. 4.7. Розподіл швидкості повітряного потоку (а) та тиску (б)
у вертикальному каналі з глухим торцем при $V_{\Pi} = 5$ м/с

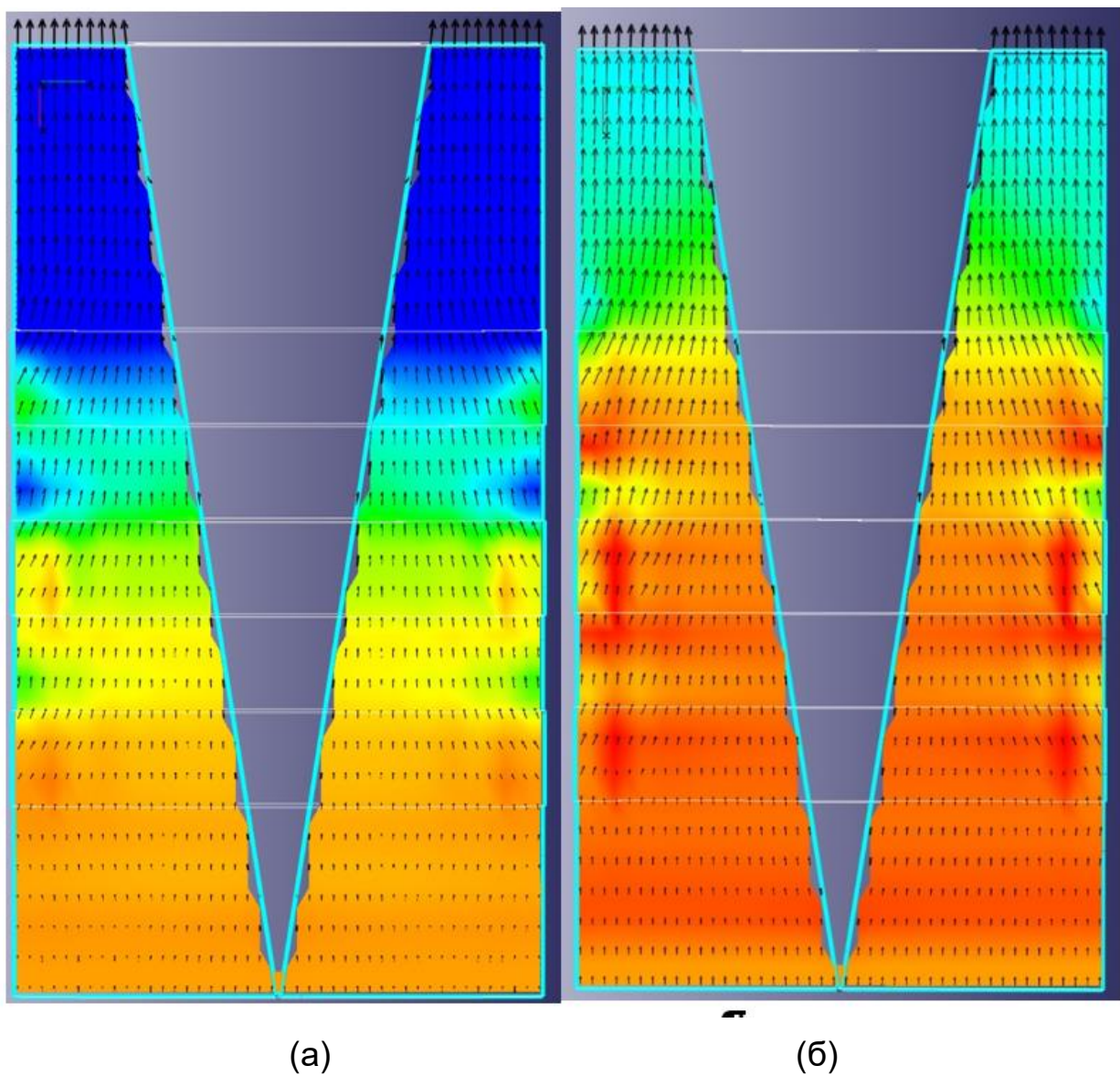
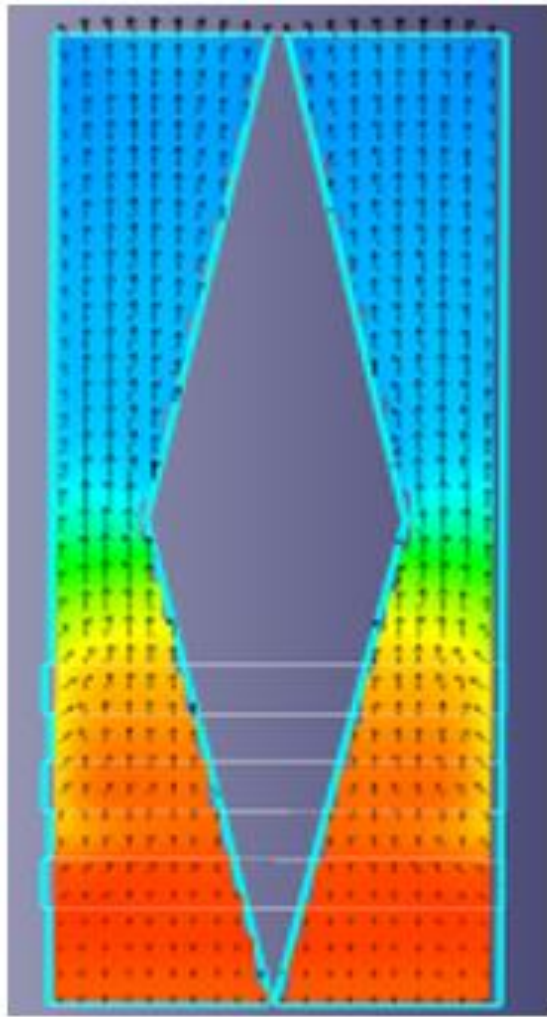
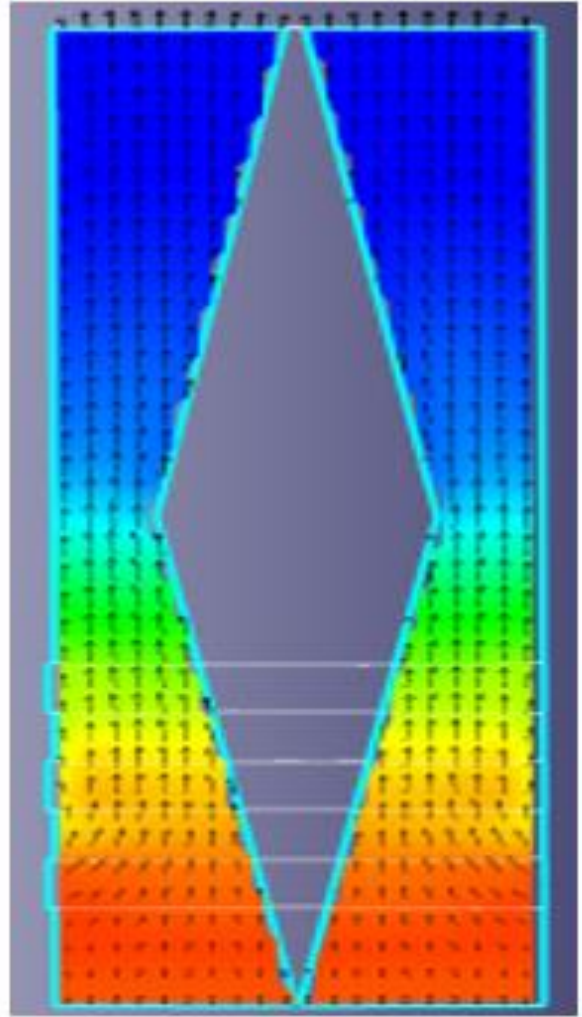


Рис. 4.8. Розподіл швидкості повітряного потоку та тиску
у вертикальному звужувальному каналі при:

а) – $V_{\Pi} = 5 \text{ м/с}$; б) – $V_{\Pi} = 9 \text{ м/с}$



(a)



(б)

Рис. 4.9. Розподіл швидкості повітряного потоку та тиску
у вертикальному каналі змінного перерізу при:

а) – $V_{\Pi} = 5 \text{ м/с}$; б) – $V_{\Pi} = 9 \text{ м/с}$

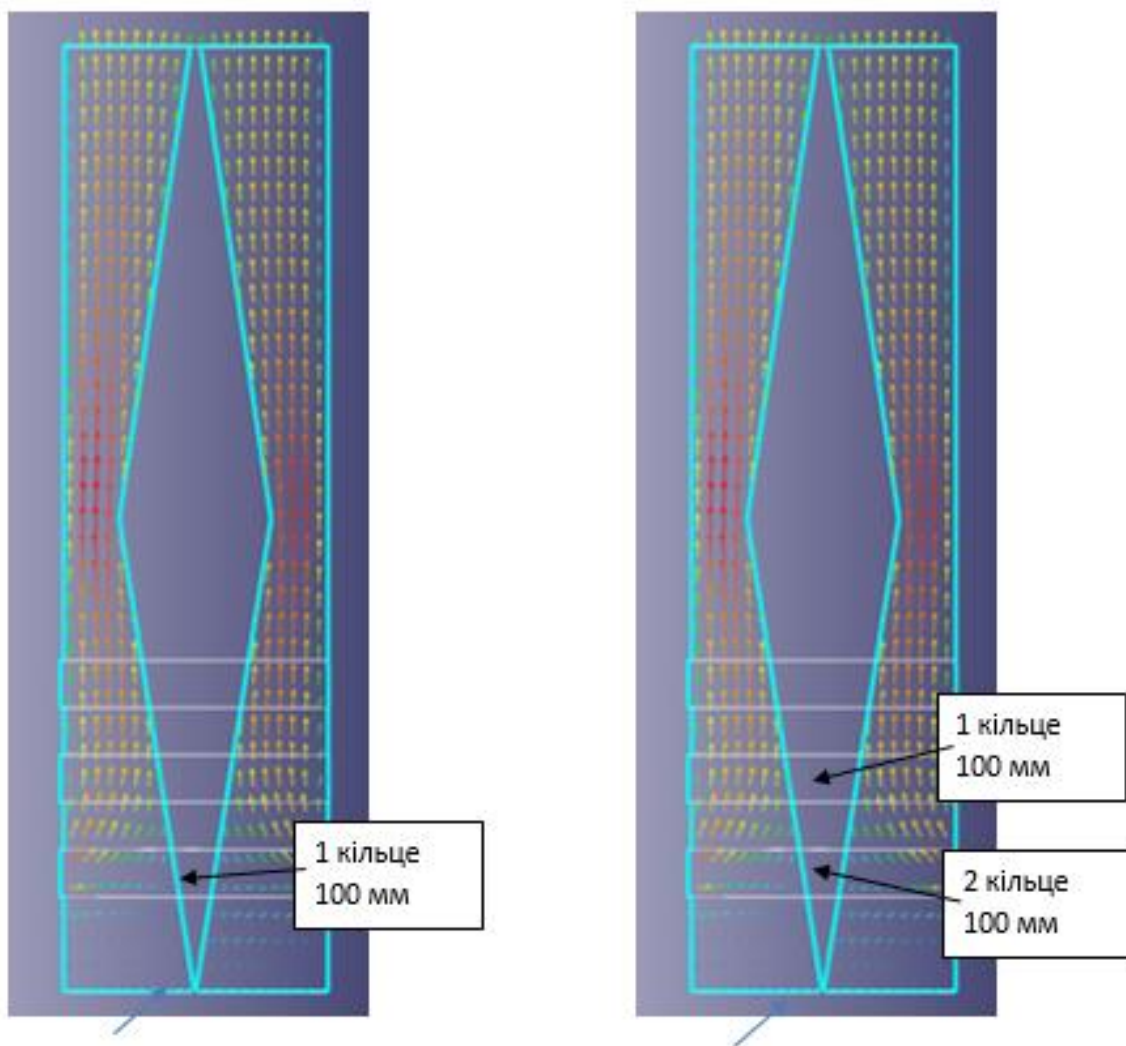


Рис. 4.10. Розподіл швидкості повітряного потоку у вертикальному каналі змінного перерізу з глухим днищем

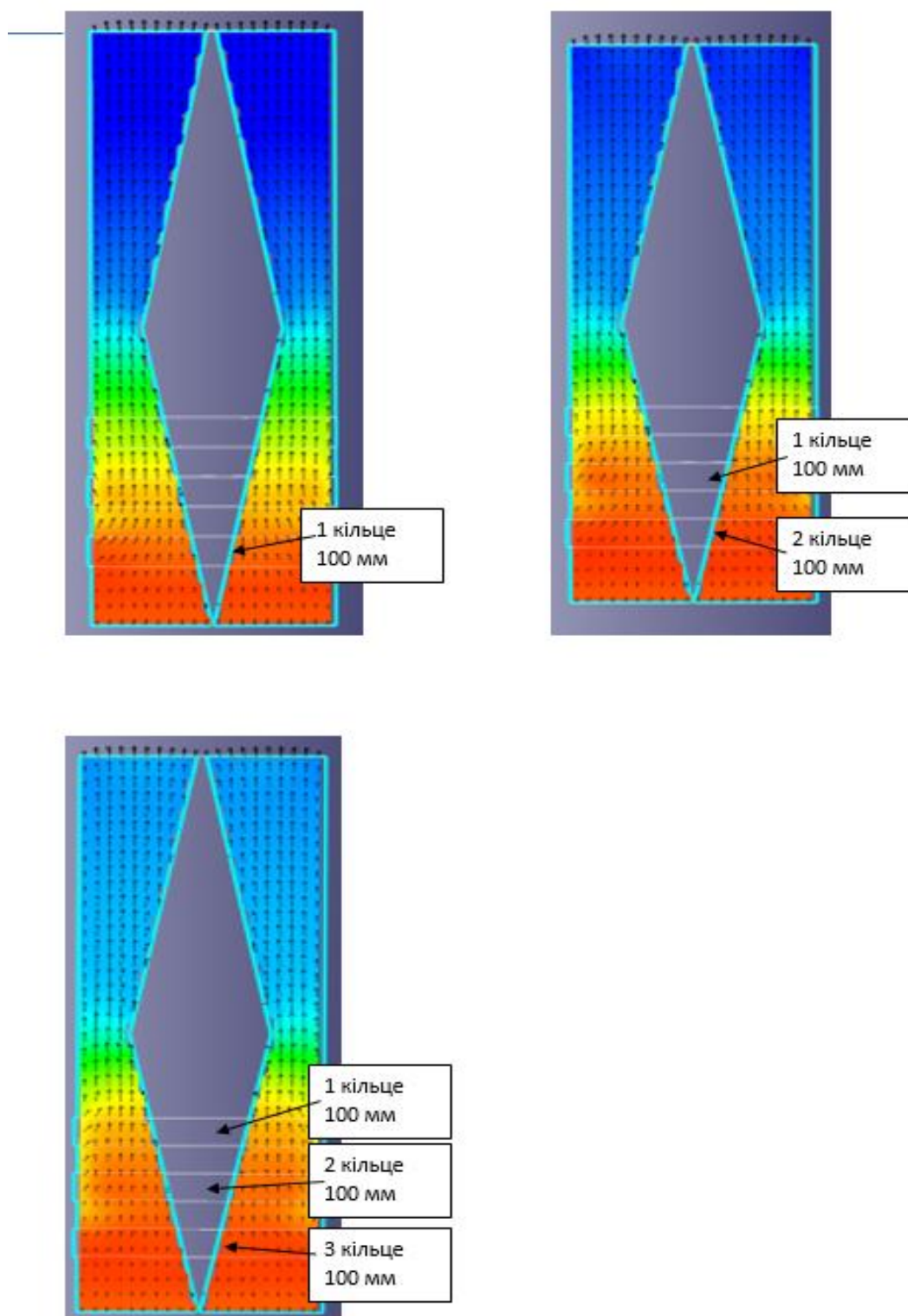


Рис. 4.11. Розподіл швидкості повітряного потоку у вертикальному каналі змінного перерізу при $V_b = 9$ м/с

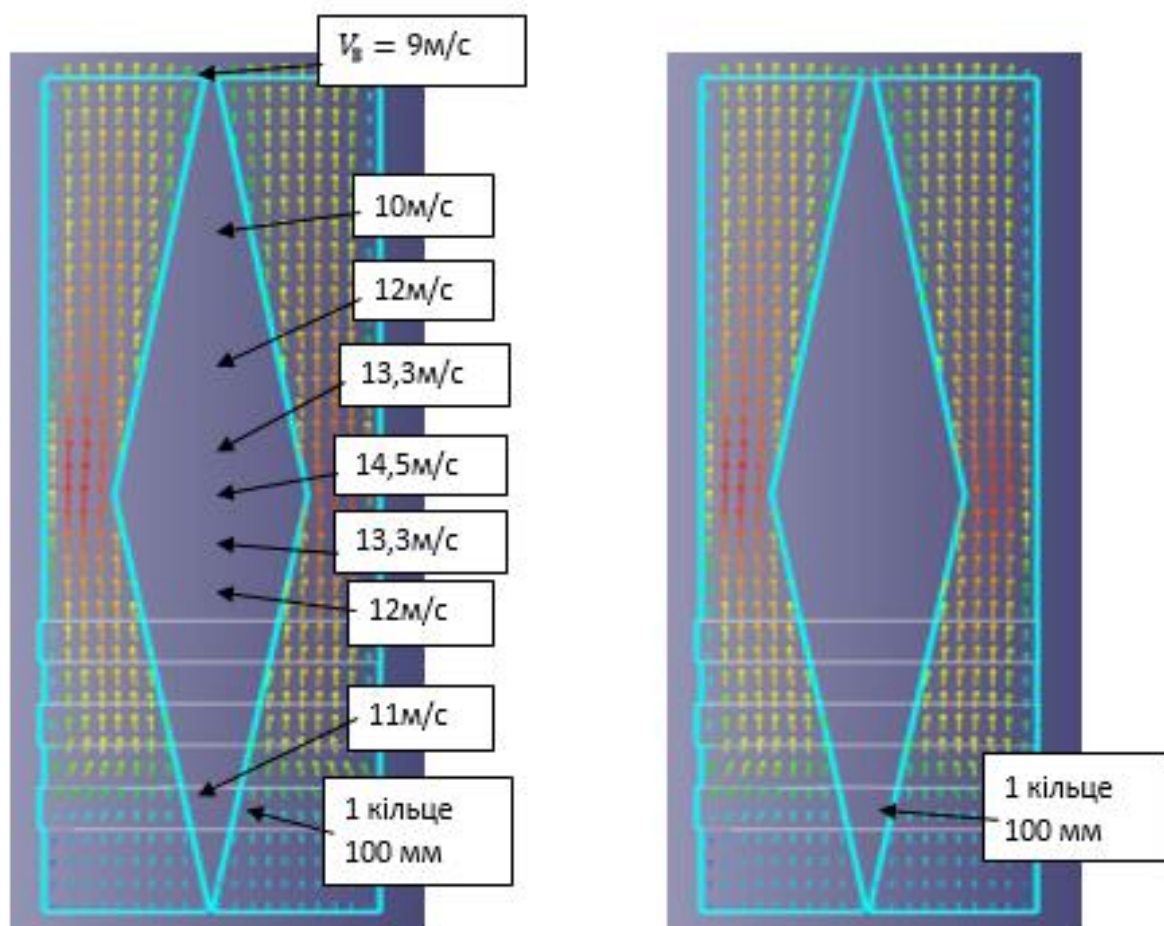


Рис. 4.12. Розподіл швидкості повітряного потоку у вертикальному каналі змінного перерізу при $V_B = 9 \text{ м/с}$

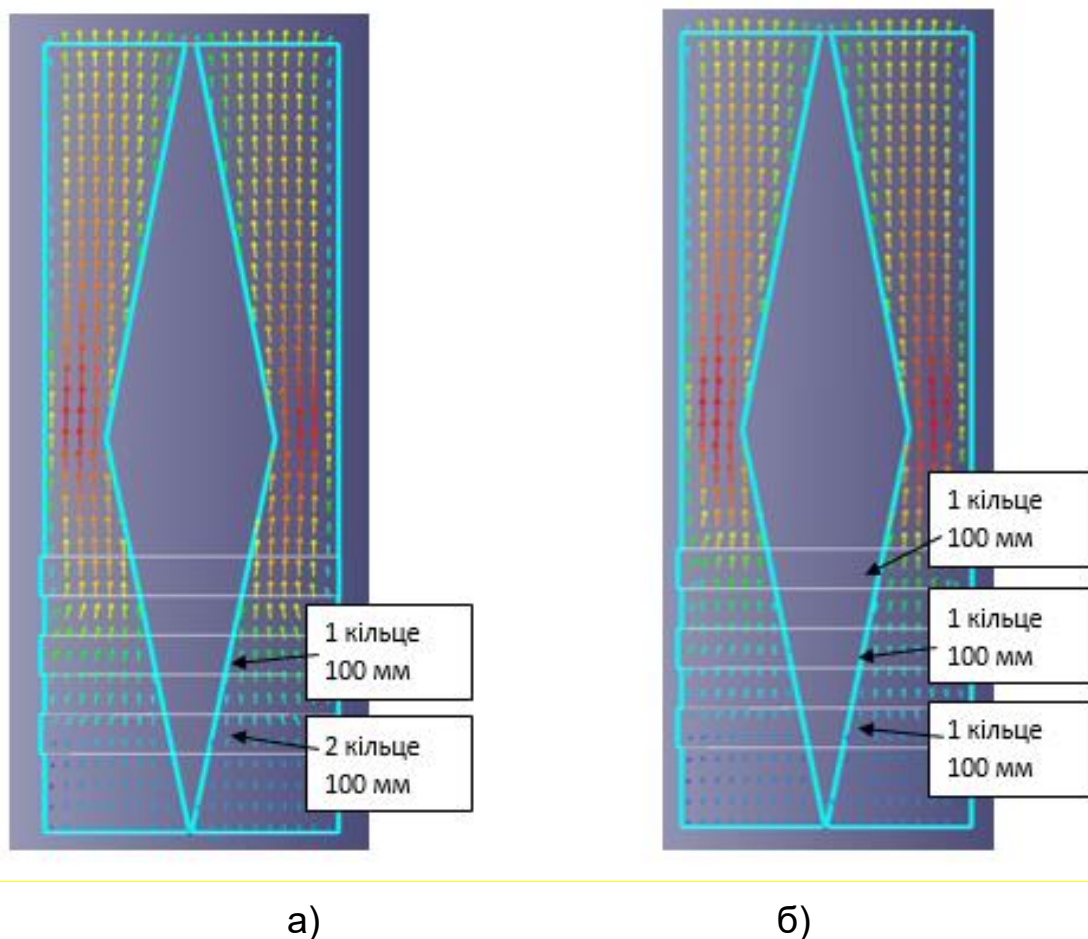


Рис. 4.13. Розподіл швидкості повітряного потоку у вертикальному каналі змінного перерізу при розподілі швидкості $V_b = 9$ м/с:

а) 2 перфорованих кільця шириною 100 мм; б) 3 перфорованих кільця шириною 100 мм;

Як показали результати аналізу траєкторій руху частинок, звуження каналу в напрямку руху повітря збільшується його швидкість в зоні входу зернового струменя, що підвищує турбулентність і відповідно вирівняність поля швидкості в зоні сепарації. Оскільки початок розходження траєкторій та формування форми їхньої «випуклості» або «вгнутості» відбувається в зоні взаємодії повітря зі струменем зернового матеріалу, то саме в цій зоні має місце максимальна швидкість повітря.

Установлено, що верхню частину каналу пневмогравітаційного сепаратора доцільно виконувати так, щоб зменшувати швидкість повітря

в напрямку руху; а при цьому немає потреби вирівнювати епюру швидкості повітря. Оскільки, як уже відмічалось, верхня частина каналу служить для повернення частинок основної (основних) фракції, які випадково потрапили у винос, у зону вивантаження. У каналі, де швидкість повітря зменшується в напрямку руху, частинка основної фракції скоріше втратить швидкість і «звалиться» в нижню зону.

Обґрунтовано, що, якщо реалізувати епюру швидкості потоку так, щоби максимальна швидкість у зоні сепарації була в пристінковій зоні (більшого циліндра), то легкі фракції можна додатково розділити за аеродинамічними властивостями у верхній частині каналу.

Отже, підвищити якість розділення зернового матеріалу в пневмосепарувальних каналах можна завдяки штучному формуванню поля швидкостей повітря так, щоби градієнт швидкості був спрямований у напрямку розходження траєкторій. Для бокових сил буде при цьому збільшувати відхилення частинок із меншою масою відносно частинок основної фракції.

Теоретично можливі схеми пневмосепараційних каналів зі штучно сформованим полем швидкостей наведено на Рис. 4.14., 4.15.

Зміну епюри швидкості в поперечному перетині каналів розподілено подачею повітря крізь різного роду перфорації або відводи.

Схеми, які реалізують зміну епюри швидкості потоку повітря за довжиною (висотою) каналів, показано на рисунку 4.14.

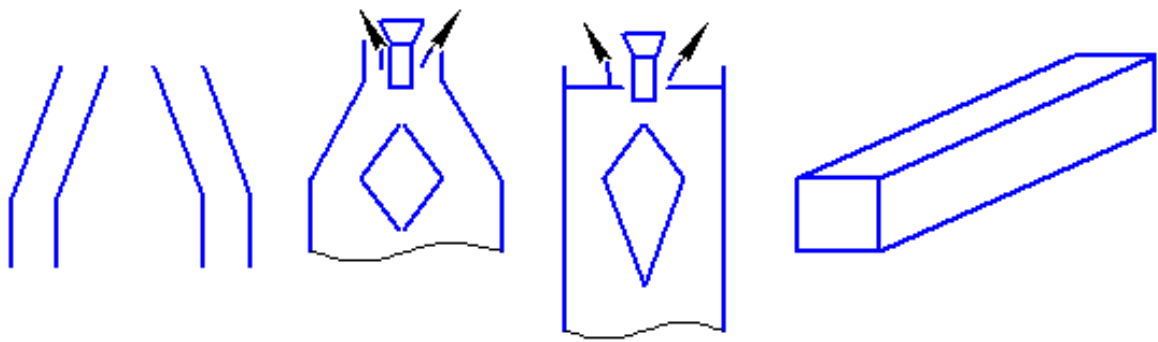


Рис. 4.14. Схеми каналів, які функціонують за змінної швидкості потоку в напрямку руху

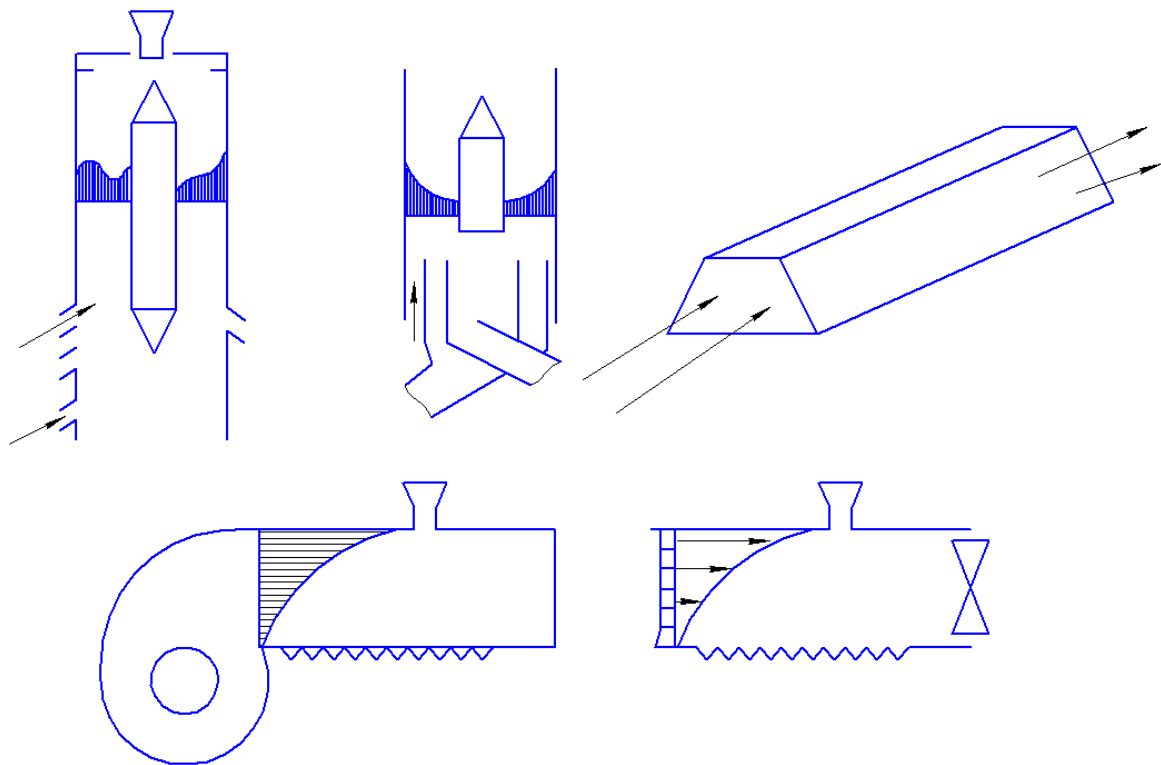


Рис. 4.15. Схеми каналів, які функціонують за додаткового вводу повітря в канал

У подальшому викладенні матеріалу буде розглянуто теоретичний опис деяких із наведених схем пневмосепараційних каналів.

Використання пульсальних змінних у часі потоків повітря для інтенсифікації поділу. Повітряні потоки в пневмосепарувальних каналах характеризуються не тільки значною невирівняністю профілю швидкостей, але й нерівномірністю значень швидкості – пульсацій [133, 147]. Лопаті робочого колеса вентилятора передають швидкість частинкам повітря не поступово, а товчками (тобто імпульсами). І це явище можна використовувати для інтенсифікації процесу поділу; унаслідок зміни величини часу та дії сили (за однакової швидкості потоку) можна змінювати величину аеродинамічної сили, що діє на зернівку. Тому за дії пульсального потоку зернівка матиме більшу силу опору, тому що опір у нерівномірному потоці обумовлено інерцією самої зернівки та зміною кінетичної енергії потоку. Створюючи оптимальні умови роботи потоку повітря за часом дії імпульсу сили, можна сортувати насіннєвий матеріал за його густиною. На практиці повітряної сепарації сипких матеріалів існують установки, в яких пульсації повітря створюються штучно [141–143].

Вплив змінної аеродинамічної сили позитивно впливає [11] на процеси поділу, оскільки виникає додаткова сила від так званих приєднаних мас нестационарного потоку. Дослідження [133] показують, що більшу швидкість у пульсальному повітряному потоці набувають зернівки з меншою густиною. Тому пульсальні повітряні потоки доцільно використовувати для поділу зернового матеріалу за густиною.

На рисунку 4.16 наведено теоретично доцільні схеми пневмосепарувальних каналів, в яких реалізується імпульсна подача повітряного потоку.

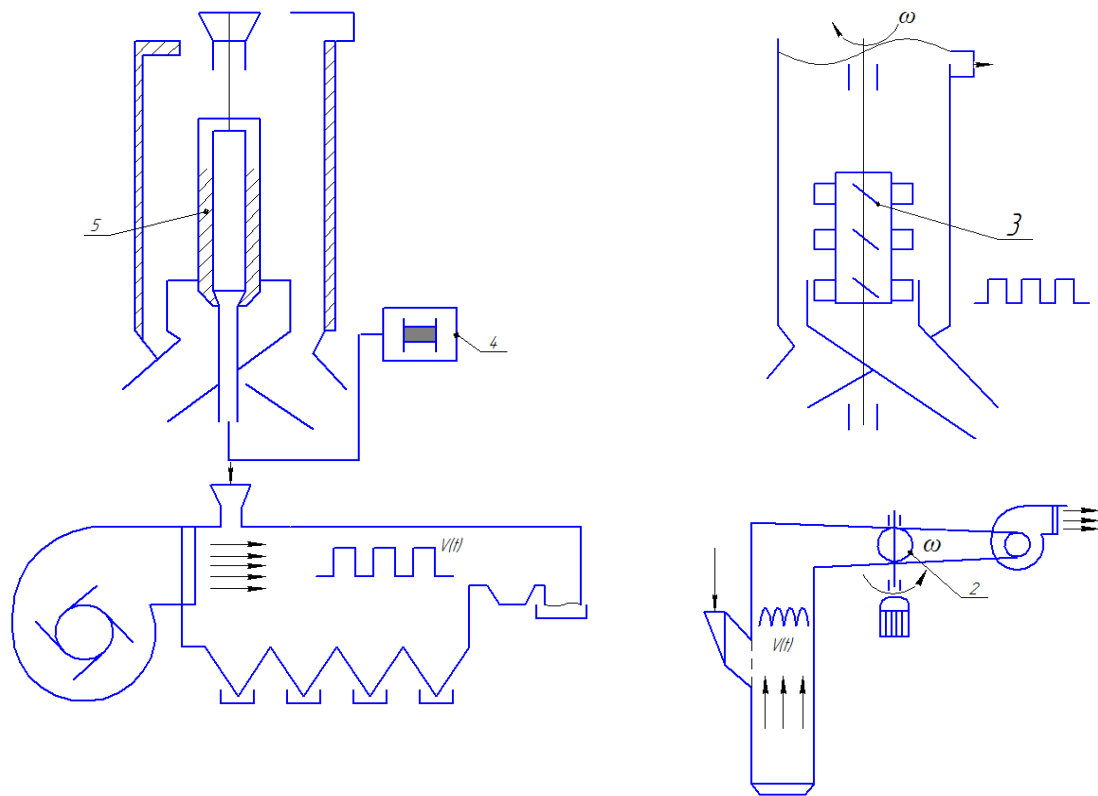


Рис. 4.16. Схеми пневмосепарувальних систем із пульсальними потоками:

1 – лопатевий вентилятор; 2 – обертальна заслінка; 3 – коливний вібробудник; 4 – компресорний пульсометр; 5 – перфорація сопла

4.2. Підвищення ефективності поділу компонентів зернового матеріалу на фракції в аеродинамічному сепараторі завдяки використанню нерівномірного повітряного потоку

У деяких схемах аеродинамічних сепараторів (типу «віялка») використовують вентилятори відцентрового типу, змонтовані так, що вихідний фланець равлика вентилятора напряду під'єднаний до подільної камери. У такій конструкції (рис. 4.17) епюра швидкості повітря на вході в камеру розподілена (наближено) за експоненціальним законом. Цей розподіл можна апроксимувати простою залежністю: $V_n(y) = V_{max}e^{-ky}$

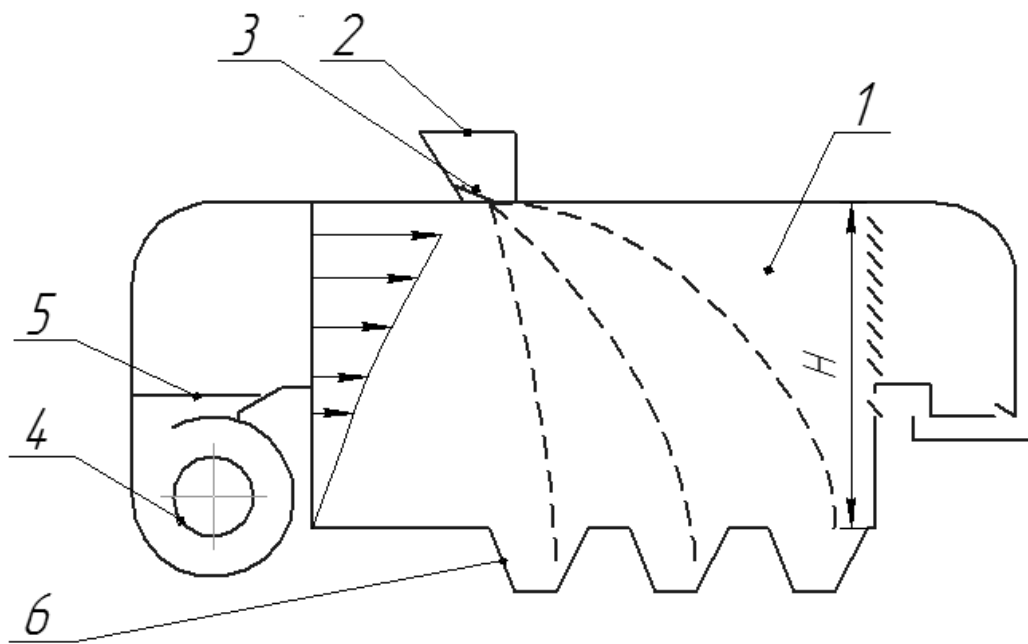


Рис. 4.17. Конструкційно-технологічна схема аеродинамічного сепаратора:

- 1 – подільна камера; 2 – бункер із зерном; 3 – віброживильник;
 4 – відцентровий вентилятор; 5 – регулятор витрат повітря;
 6 – збірники фракцій

Аналізуючи схему силової взаємодії зернівки з повітряним потоком (епюра розподілу швидкості за висотою каналу $V_n(y)$ має експоненціальний профіль), можна відмінити односпрямований напрямок дії бокових сил, що може гальмувати рух частинки і збільшувати час сепарації.

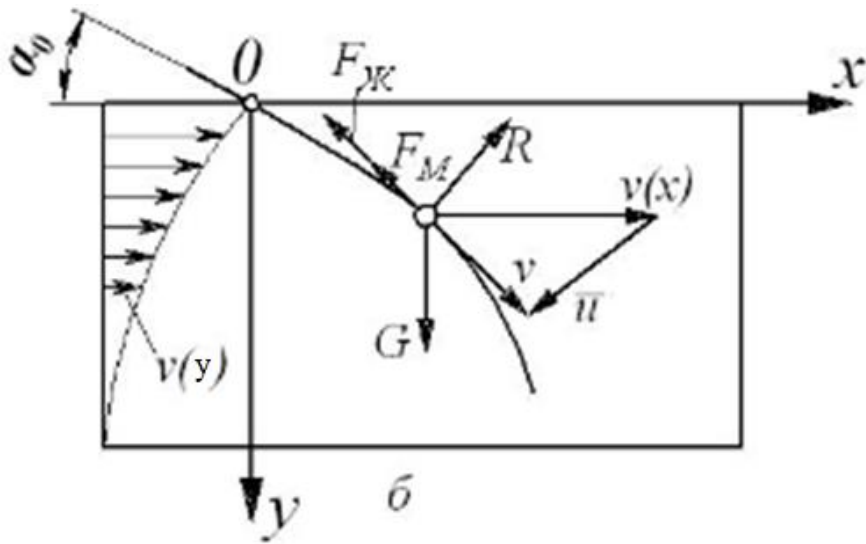


Рис. 4.18. Схема силової взаємодії зернівки з нерівномірним повітряним потоком

Визначимо бокові сили в проєкціях на осі OX і OY прямокутних координат:

$$F_1(y) = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho \cdot k V_{\max} \cdot e^{-ky} \frac{dy}{dt}; \quad (4.4)$$

$$F_1(x) = -\frac{4}{3}\pi r^3 \rho \cdot k V_{\max} \cdot e^{-ky} (V_{\max} e^{-ky} - \frac{dx}{dt}); \quad (4.5)$$

$$F_2(y) = \frac{8}{3}\pi r^3 \rho \omega(t) \frac{dx}{dt}; \quad (4.6)$$

$$F_2(x) = \frac{8}{3}\pi r^3 \rho R \omega \left[V_m e^{-ky} - \frac{dx}{dt} \right], \quad (4.7)$$

де k – коефіцієнт апроксимації залежності $V(y)$;

$\omega(t) = \omega_0 e^{-kt}$; $k_1 = 15 \frac{\mu}{\rho_r r^2}$, μ – коефіцієнт динамічної в'язкості $kV(y)$.

Диференціальні рівняння, що описують рух частинок, властивості яких визначаються величинами розміру r , густини ρ_r , коефіцієнта вітрильності $k_V(V_{\text{віт}})$, можна записати у вигляді:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = -k_v \left(V_y - \frac{dx}{dt} \right) \sqrt{\left(V(y) - \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} - \frac{3(F_{1(x)} + F_{2(x)})}{4\pi r^3 \rho_r} \frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{\left(V(y) - \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}} - \frac{3(F_{1(x)} + F_{2(x)})}{4\pi r^3 \rho_r} \frac{\frac{dy}{dx}}{\sqrt{\left(V(y) - \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}}, \quad (4.8)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} = g - k_v \frac{dy}{dt} \sqrt{\left(V(y) - \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} - \frac{3(F_{1(y)} + F_{2(y)})}{4\pi r^3 \rho_r} \frac{\left(-\frac{dy}{dx} + V(y) \right)}{\sqrt{\left(V(y) - \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}} - \frac{3(F_{1(y)} + F_{2(y)})}{4\pi r^3 \rho_r} \frac{\left(-\frac{dy}{dx} + V(y) \right)}{\sqrt{\left(V(y) - \frac{dx}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}}. \quad (4.9)$$

Початкові умови: $t = 0$; $x = 0$; $y = 0$;

$$V_n = V_{\max} \frac{dx}{dt/t=0} = V_0 \cdot \cos \alpha_0 \frac{dy}{dt/t=0} = V_0 \cdot \sin \alpha_0. \quad (4.10)$$

Розв'язок рівнянь (4.8) та (4.9) із початковими умовами (4.10) представлено графічними залежностями $y(x)$, які визначають траєкторії руху частинок, що відрізняються фізико-механічними властивостями.

Використання розподіленого поля швидкості повітряного потоку в горизонтальних і нахилених каналах має ряд технологічних переваг, порівнюючи з вирівнюванням епюри швидкості потоку.

У реальних умовах повітряної сепарації різниця у швидкості руху частинок компонентів призводить до зіштовхування цих частинок між собою, що негативно впливає на зміну траєкторії руху і знижує ефективність поділу на фракції. Для зменшення числа зіткнень треба зменшувати концентрацію матеріалу в об'ємі каналу (подільної камери), що реалізується збільшенням висоти і відповідно площі поперечного перетину каналу. При цьому збільшуються (невиправдано) витрати повітря й відповідно енерговитрати. Різке збільшення повітря в зоні вводу матеріалу збільшує подільну здатність струменя повітря, яка забезпечує швидкий винос легких фракцій уже під час подачі матеріалу в канал. При

цьому середня об'ємна швидкість і витрати повітря не збільшуються, що робить процес фракціонування енергозберігальним. Крім того, в цьому разі можна збільшити подачу зерна в канал.

Подальше підвищення подільної здатності процесу фракціонування можливе в разі зміни швидкості повітряного потоку в напрямку його руху [98, 101].

Траєкторії руху частинок КЗМ за цією схемою функціонування каналу наведено на рисунку 4.19 із врахуванням і нехтуванням силами поперечної дії $F_{\text{ж}}$; $F_{\text{м}}$.

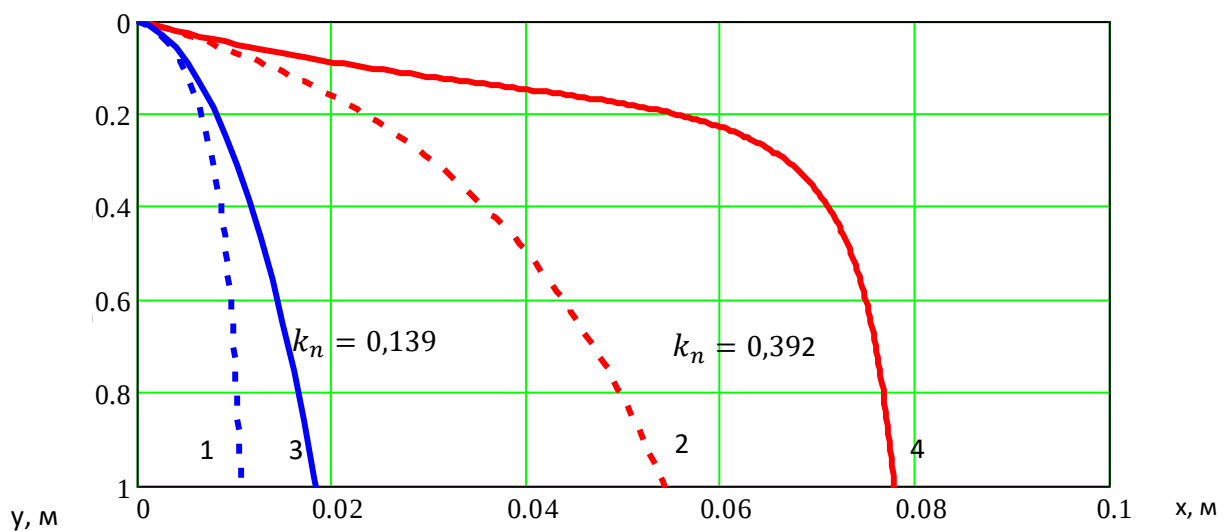


Рис. 4.19. Траєкторії руху частинок КЗМ у вертикальному каналі:

1, 2 – без врахування сил $F_{\text{ж}}$; і $F_{\text{м}}$; 3, 4 – з врахуванням сил $F_{\text{ж}}$ і $F_{\text{м}}$

4.3 Моделювання процесу поділу компонентів зернового матеріалу на фракції в пневмоінерційному сепараторі за штучно створеного розподілу швидкості потоку

Нахилений канал із протитечієвою подачею зерна.

Розглядаючи процеси переміщення КЗМ у нахиленому каналі (описано в роботах [1, 2, 115]) з нерівномірною епюрою швидкостей повітря, схема якого наведена на рисунку 4.20, можна відмітити, що означений пневмоканал функціонує в режимі пневмоінерційного сепаратора з протитечієвою подачею зерна в повітряний потік. У такому варіанті для дослідження процесу переміщення КЗМ у нерівномірному повітряному потоці можна використати модель квазігоризонтального каналу (прямий канал, повернутий на кут γ до горизонту).

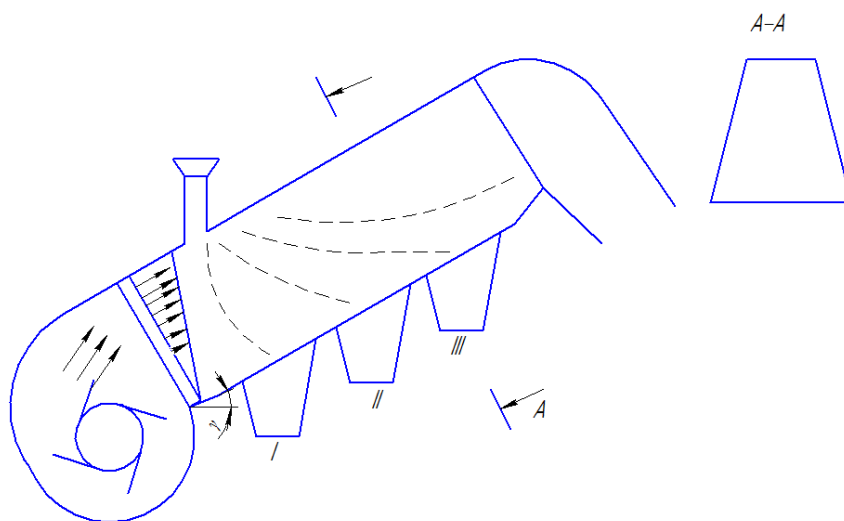


Рис. 4.20. Технологічна схема пневмоінерційного сепаратора

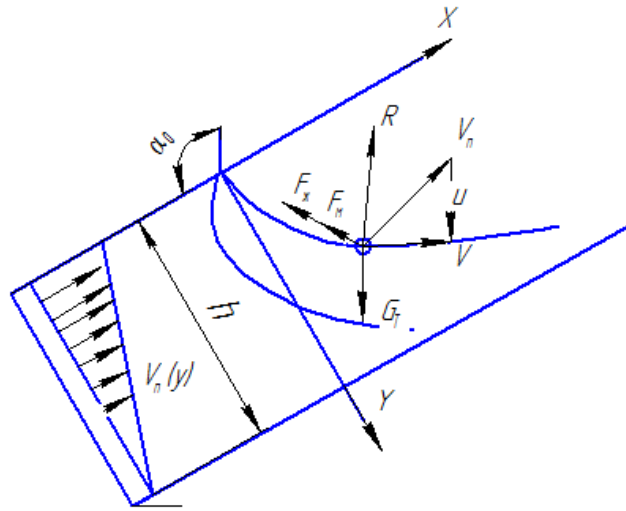


Рис. 4.21. Схема швидкостей та сил, що діють на частинку в пневмоканалі

У повернутій на кут α системі прямокутних координат (рис. 4.21) рух частинки як матеріальної точки і за дії сил тяжіння G , аеродинамічного опору R , бокових сил типу Жуковського $F_{\text{ж}}$ і Магнуса $F_{\text{м}}$ можна описати системою диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} \frac{dV_x(t)}{dt} = & -g \cdot \sin\gamma + R_x \cos\beta - \frac{(F_{\text{м}} + F_{\text{ж}})_x}{m} \sin\beta \frac{dV_x(t)}{dt} = \\ & -g \cdot \sin\gamma + R_x \cos\beta - \frac{(F_{\text{м}} + F_{\text{ж}})_x}{m} \sin\beta; \end{aligned} \quad (4.11)$$

$$\begin{aligned} \frac{dV_x(t)}{dt} = & g \cdot \cos\gamma - R_x \sin\beta - \frac{(F_{\text{м}} + F_{\text{ж}})_y}{m} \cos\beta \frac{dV_x(t)}{dt} = \\ & g \cdot \cos\gamma - R_x \sin\beta - \frac{(F_{\text{м}} + F_{\text{ж}})_y}{m} \cos\beta, \end{aligned} \quad (4.12)$$

$$\text{де } \sin\beta = \frac{V_y}{U}; \cos\beta = \frac{V_n + V_x}{U};$$

$$V_x = \frac{dx(t)}{dt}, V_y = \frac{dy(t)}{dt}; V_n = V(Y) = V_{\text{max}} - b_1 Y; U = \sqrt{(V_x + V_n)^2 + V_y^2};$$

$$R = K_{\text{п}} \cdot m \cdot U^2 - \text{сила опору.}$$

Проекції бокових сил:

$$P_{ж(x)} = -\frac{4}{3}\pi \cdot \rho r^2 b_1 \left[V_{\max} - b_1 y + \frac{dx(t)}{dt} \right] P_{ж(x)} = -\frac{4}{3}\pi \cdot \rho r^2 b_1 \left[V_{\max} - b_1 y + \frac{dx(t)}{dt} \right]; \quad (4.13)$$

$$P_{м(x)} = \frac{8}{3}\pi \cdot \rho^3 r^3 \omega(t) \left[V_{\max} - b_1 y + \frac{dx(t)}{dt} \right] P_{м(x)} = \frac{8}{3}\pi \cdot \rho^3 r^3 \omega(t) \left[V_{\max} - b_1 y + \frac{dx(t)}{dt} \right]; \quad (4.14)$$

$$P_{ж(y)} = -\frac{4}{3}\pi \cdot \rho \cdot r^2 b_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt} P_{ж(y)} = -\frac{4}{3}\pi \cdot \rho \cdot r^2 b_1 \cdot \frac{dx(t)}{dt}; \quad (4.15)$$

$$P_{м(y)} = \frac{8}{3}\pi \cdot \rho^3 r^3 \omega(t) \frac{dx(t)}{dt} P_{м(y)} = \frac{8}{3}\pi \cdot \rho^3 r^3 \omega(t) \frac{dx(t)}{dt}. \quad (4.16)$$

Підставивши визначені значення сил, що діють, і швидкостей, після перетворення матимемо:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} = & -k_{\Pi}(\dot{x} + v_{\Pi})\sqrt{(\dot{x} + v_{\Pi})^2 + (\dot{y})^2} + \frac{\rho_v}{\rho_{\text{ч}}} \left[V_{\max} - b \cdot y + \frac{dx}{dt} \right] \frac{d^2x}{dt^2} = \\ & -k_{\Pi}(\dot{x} + v_{\Pi})\sqrt{(\dot{x} + v_{\Pi})^2 + (\dot{y})^2} + \frac{\rho_v}{\rho_{\text{ч}}} \left[V_{\max} - b \cdot y + \frac{dx}{dt} \right] \cdot \frac{\dot{y}}{\sqrt{(\dot{x}+v_{\Pi})^2+(\dot{y})^2}} + \\ & + \frac{\rho_v \omega}{2 \rho_{\text{ч}}} \left[V_{\max} - b \cdot r \cdot y + \frac{dy}{dt} \right] \frac{\dot{y}}{\sqrt{(\dot{x}+v_{\Pi})^2+(\dot{y})^2}} - \\ & - g \cdot \sin \gamma \cdot \frac{\dot{y}}{\sqrt{(\dot{x}+v_{\Pi})^2+(\dot{y})^2}} + \frac{\rho_v \omega}{2 \rho_{\text{ч}}} \left[V_{\max} - b \cdot r \cdot y + \frac{dy}{dt} \right] + \\ & + \frac{\rho_v \omega}{2 \rho_{\text{ч}}} \left[V_{\max} - b \cdot r \cdot y + \frac{dy}{dt} \right] \frac{\dot{y}}{\sqrt{(\dot{x}+v_{\Pi})^2+(\dot{y})^2}} - g \cdot \sin \gamma \end{aligned} \quad (4.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} = & -k_{\Pi} \dot{y} \sqrt{(\dot{x} + v_{\Pi})^2 + (\dot{y})^2} - \frac{\rho_v}{\rho_{\text{ч}}} \left[V_{\max} - b \cdot r \cdot y + \frac{dy}{dt} \right] \cdot \\ & \cdot \frac{(\dot{x}+v_{\Pi})}{\sqrt{(\dot{x}+v_{\Pi})^2+(\dot{y})^2}} + \frac{\rho_v \omega}{2 \rho_{\text{ч}}} \left[V_{\max} - b \cdot r \cdot y + \frac{dy}{dt} \right] \frac{(\dot{x}+v_{\Pi})}{\sqrt{(\dot{x}+v_{\Pi})^2+(\dot{y})^2}} + g \cdot \cos \gamma, \end{aligned} \quad (4.18)$$

де $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$; $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$; $\omega = \omega(t)$; $v_{\Pi} = v(y) = V_{\max} \cdot b \cdot y$.

Для визначення зміни в часі частоти обертання частинки залежно від її розміру скористаємося диференціальним рівнянням обертання кулі [137]:

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{15\mu \omega}{\rho_{\text{ч}} r^2} \quad (4.19)$$

де μ – динамічний коефіцієнт в'язкості повітря;

r – радіус зернівки.

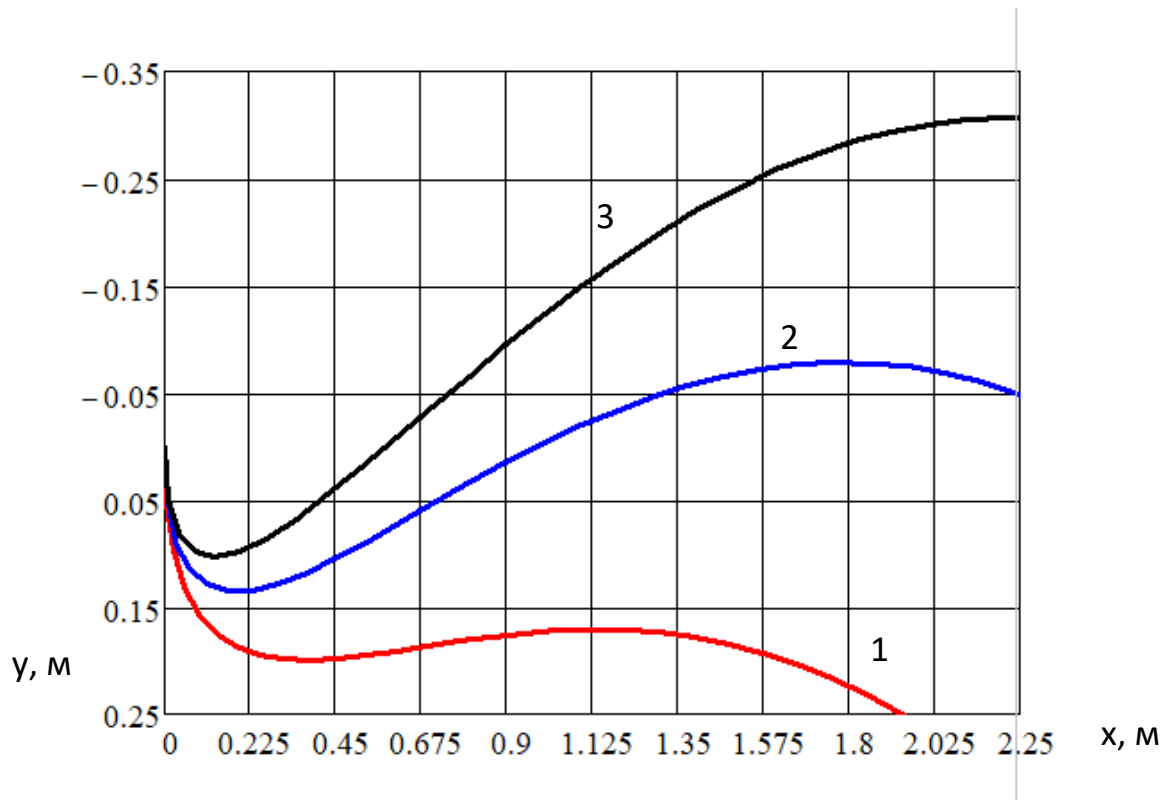
$$\omega(t) = \omega_0 e^{-k_\omega \cdot t} \quad \omega(t) = \omega_0 e^{-k_\omega \cdot t}, \quad (4.20)$$

де $k_\omega = \frac{15 \mu}{\rho_{\text{ч}} r^2}$.

Для числового розв'язку нелінійних диференціальних рівнянь (4.17)

і (4.18) задаються початкові умови: $t = 0; x = 0; y = 0; \frac{dx}{dt} = v_0 \cdot \cos \alpha;$

$\frac{dy}{dt} = v_0 \cdot \sin \alpha$. При $y = h; V_n(y) = 0$.



1 – 3 – відповідно $k_V = 0,14; 0,18; 0,22$

Рис. 4.22. Траєкторії руху зернівок в нахиленому каналі з проточією подачею зернового матеріалу в повітряний потік за експоненціального розподілу швидкості повітря

4.4 Моделювання процесу поділу компонентів зернового матеріалу у вертикальних каналах за заданого розподілу швидкості повітря за координатами

Розглянемо найпростіший спосіб реалізації спрямованого розподілу швидкості повітря за висотою каналу, а саме змінюя геометрію прямокутного вертикального каналу через зменшення глибини нижньої частини каналу в напрямку руху повітряного потоку (рис. 4.23).

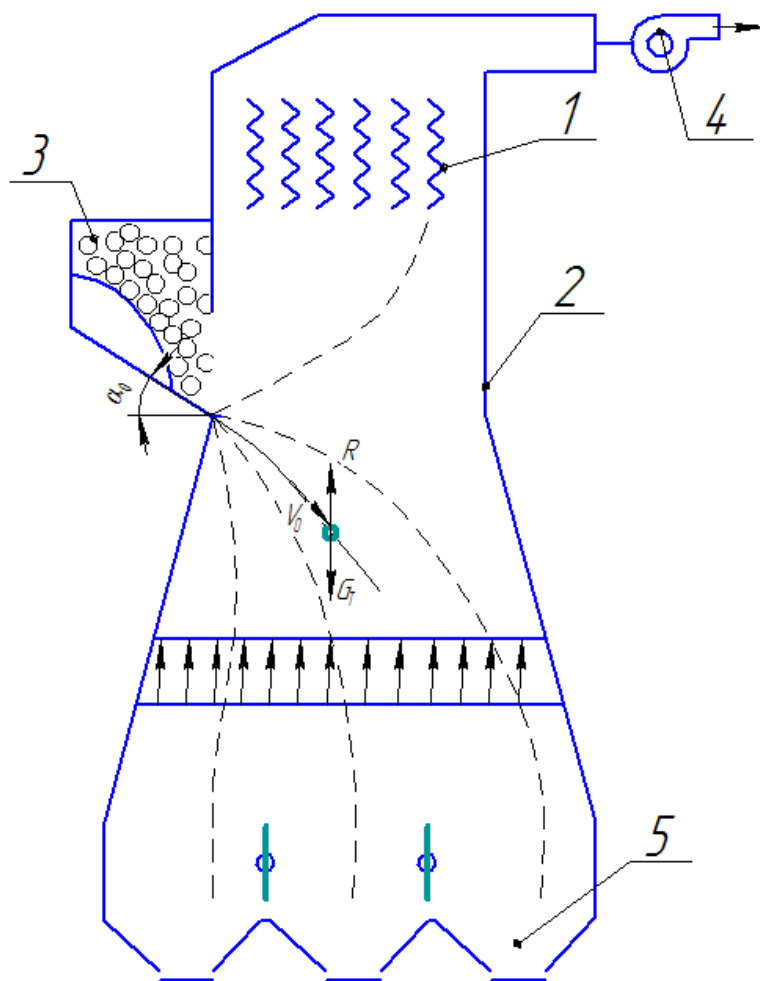


Рис. 4.23. Схема пневмогравітаційного класифікатора:

- 1 – гофровані пластини; 2 – пневмоканал; 3 – бункерний живильник;
4 – вентилятор; 5 – зернозбиральний пристрій

Для вирівнювання повітряного потоку в поперечному перетині каналу застосовані решітки з гофрованих пластин [122], встановлені над місцем бокового завантаження каналу. За даними роботи [52] звужувальний пневмоканал забезпечує більшу ефективність очищення зерна від легких смітєвих домішок. У цьому варіанті пневмосепаратора нижня зона каналу використовується для поділу зернового матеріалу на фракції. Наявність решітки дозволяє зробити припущення, що повітряний потік рівномірний.

На частинку діють тільки сили тяжіння G і сила аеродинамічного опору, пропорційна квадрату відносній швидкості. За умови бокового вводу частинок із початковою швидкістю V_0 під кутом α_0 траєкторії руху частинки будуть визначатися аеродинамічними властивостями, які характеризуються величиною $K_V = \frac{G}{V_{\text{ВІТ}}^2}$.

Використовуючи загальноприйняті припущення для прийнятої схеми взаємодії частинки з повітряним потоком, диференціальні рівняння руху частинки у вертикальному каналі з висхідним рухом повітря матимуть вигляд [85, 97]:

$$\begin{aligned} \frac{d^2x(t)}{dt^2} = & -k_V \frac{dx(t)}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(V_n(y) + \frac{dy(t)}{dt}\right)^2} \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \\ & -k_V \frac{dx(t)}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(V_n(y) + \frac{dy(t)}{dt}\right)^2}; \end{aligned} \quad (4.21)$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} = g - k_V \left(\frac{dy(t)}{dt} + V_n(y)\right) \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(V_n(y) + \frac{dy(t)}{dt}\right)^2}. \quad (4.22)$$

Розподіл швидкості повітря за висотою каналу визначається лінійною залежністю

$$V_n(y) = a - b \cdot y(t) \quad V_n(y) = a - b \cdot y(t), \quad (4.23)$$

де a, b – сталі коефіцієнти лінійної апроксимації

Початкові умови:

$$t = 0; x = 0; y = 0; \frac{dx}{dt} = V_0 \cdot \cos \alpha_0; \quad (4.24)$$

$$\frac{dy}{dt} = V_0 \cdot \sin \alpha_0. \quad (4.25)$$

На рисунку 4.24 наведено траєкторії руху частинки у висхідному потоці повітря в каналі незмінного перетину та каналу зі зменшенням його глибини в напрямку руху повітря, отримані розв'язком системи рівнянь (3.122) (3.123) із початковими умовами (3.125).

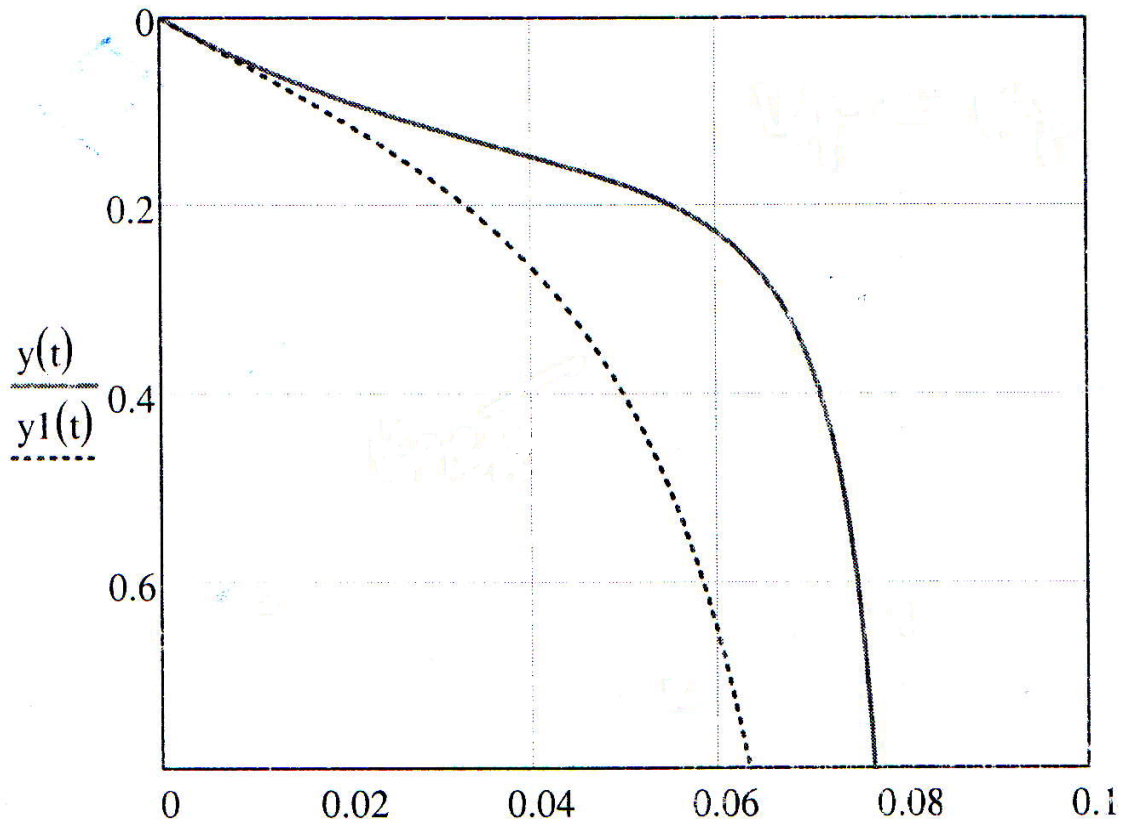


Рис. 4.24. Траєкторії руху частинки за змінної за висотою швидкості G та незмінної швидкості повітря за висотою каналу

Як можна бачити з рисунка, збільшення швидкості повітря в зоні вводу матеріалу деформує траєкторію, вигинаючи її в напрямку потоку

повітря, що сприяє збільшенню відхилення; у нижній частині траєкторія спрямляється, наближаючись до вертикальної прямої, тобто в нижній частині відхилення зменшується. Так зона поділу (розділення траєкторій) скорочується і можна зменшити висоту нижньої частини каналу.

На рисунку 4.25 наведено як приклад траєкторії руху зернівок, які мають різну швидкість витання у вертикальному пневмоканалі за змінної за висотою швидкості повітря.

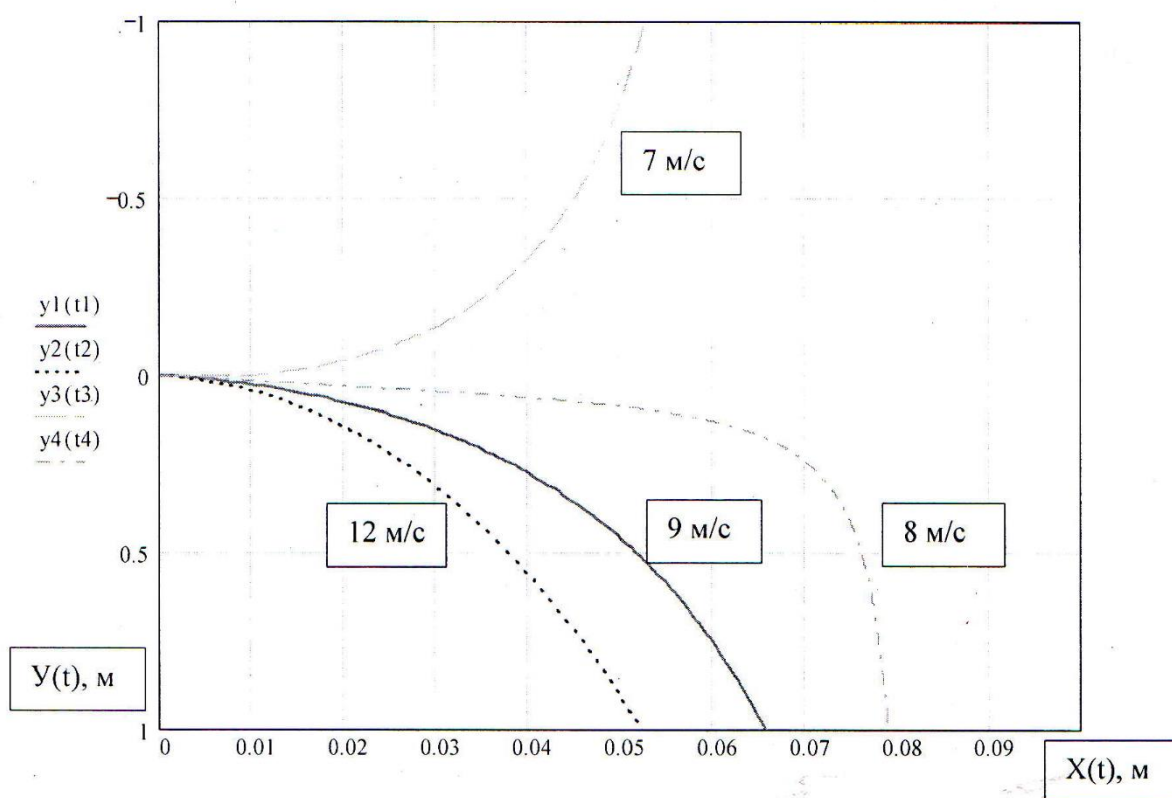


Рис. 4.25. Траєкторії частинок, що мають різну швидкість витання за змінної швидкості повітря: $V(y) = 8 - 1,8y$

Аналіз траєкторій руху компонентів зернового матеріалу дозволяє зробити висновок про можливість поділу зернового матеріалу на фракції пневмогравітаційним способом у вертикальному каналі.

Використання решіток, що напрямляють повітряний потік, не завжди ефективно [51, 52] і затрудняє ексимуляцію пневмосепараторів із

вертикальним каналом (збільшення гідравлічного опору каналу, необхідність очищення).

Тому доцільно розглянути варіант формування швидкісного поля повітряного потоку у вертикальному каналі з використанням повітряних відводів на сході в канал [122] (рис. 4.26).

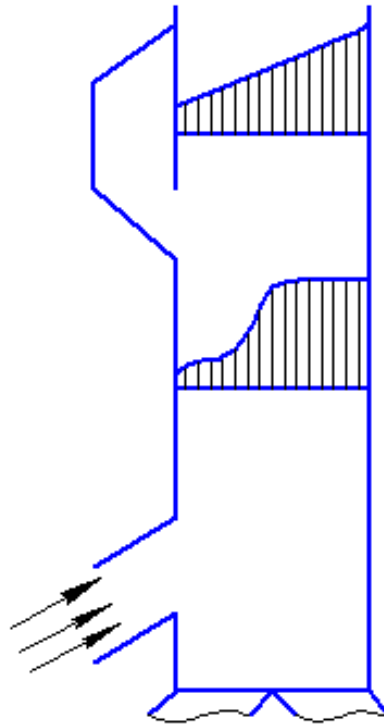


Рис. 4.26. Поле швидкостей повітряного потоку в пневмосепарувальному каналі, що має відвід на вході

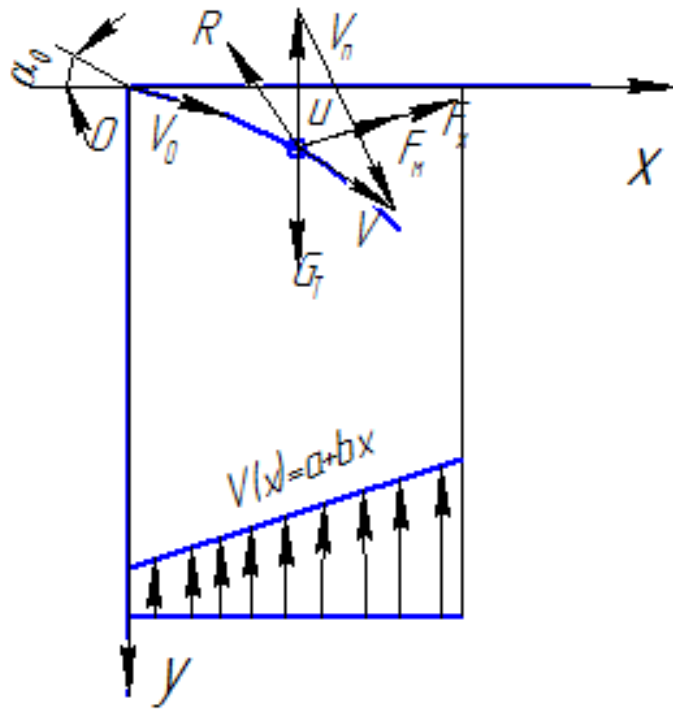


Рис. 4.27. Схема силової взаємодії частинки з нерівномірним потоком повітря

Апроксимуємо розподіл швидкості потоку в перетині прямокутного каналу лінійною залежністю

$$V(x) = a_1 + b_1 \cdot x \cdot V(x) = a_1 + b_1 x, \quad (4.26)$$

де a_1, b_1 – коефіцієнт лінійної апроксимації.

Гradient швидкості повітря визначиться як похідна від $V(x)$ за x :

$$G = \text{grad}_y \delta(x) = \frac{dV(x)}{dx} = b_1. \quad (4.27)$$

За наявності градієнта швидкості повітря на частинку, що рухається в повітропроводі, крім сил тяжіння G та аеродинамічного опору, діють бокові сили, що визначаються за формулами:

$$\bar{F}_{\text{ж}} = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho b_1 \bar{U}; \quad (4.28)$$

$$F_M = \frac{8}{3} \pi \cdot r^3 \rho \omega(t) \bar{U}, \quad (4.29)$$

де $\bar{U} = \bar{V}(x) - \bar{V}_{x1y}$ – відносна швидкість;

$\omega(t)$ – кутова швидкість обертання частинки.

$$\bar{U} = (a_1 + b_1 x) \bar{i} - \bar{V}_{x1y}, \quad (4.30)$$

де $\bar{i}$ – одиничний вектор осі y . $\omega(t)$

Оскільки напрямок вектора сили типу Магнуса залежить від напрямку обертання частинки, то для спрощення розрахунків приймемо, що вона обертається в площині ходу (проти годинникової стрілки), тоді ця сила спрямована в бік збільшення швидкості повітря.

Рух частинки в повітряному висхідному потоці повітря зі змінною координатою x швидкістю $V(x)$ може бути описано системою диференціальних рівнянь (у координатній формі) у вигляді:

$$\frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -R_x \cdot \cos \alpha + \frac{(F_{\text{ж}} + F_M)x}{m} \sin \alpha; \quad (4.31)$$

$$\frac{d^2 y(t)}{dt^2} = g - R_y \cdot \sin \alpha - \frac{(F_{\text{ж}} + F_M)x}{m} \cos \alpha, \quad (4.32)$$

$$\text{де } \cos \alpha = \frac{dx(t)/dt}{U}; \sin \alpha = \frac{dy(t)/dt + V(x)}{U},$$

$$U = \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V(x)\right)^2}; V(x) = a_1 + b_1 x.$$

Проекції бокових сил:

$$F_{\text{ж}}(x) = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot b_1 \frac{dx(t)}{dt}; \quad (4.33)$$

$$F_M(x) = \frac{8}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot \omega(t) \frac{dx(t)}{dt}; \quad (4.34)$$

$$F_{\text{ж}}(y) = \frac{4}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot b_1 \left(a_1 + b_1 x + \frac{dx(t)}{dt}\right); \quad (4.35)$$

$$F_M(y) = \frac{8}{3} \pi \cdot r^3 \cdot \rho \cdot \omega(t) \left(a + b_1 x + \frac{dx(t)}{dt} \right); \quad (4.36)$$

$$\omega(t) = \omega_0 e^{-Kt}, \quad K = \frac{15\mu}{\rho_2 r^2}. \quad (4.37)$$

Розв'язок системи рівнянь (3.132)–(3.133) із початковими умовами:

$t = 0; x = 0; y = 0; \omega = \omega_0; \quad \frac{dx}{dt} = V_0 \sin \alpha; \quad \frac{dy}{dt} = V_0 \cos \alpha$ та граничними умовами: $x = 0; V(t) = V_1 = a_1; V(x) = B; V_1 = V_2$ отримано у вигляді траєкторій руху частинок, які різняться значеннями K_V та m .

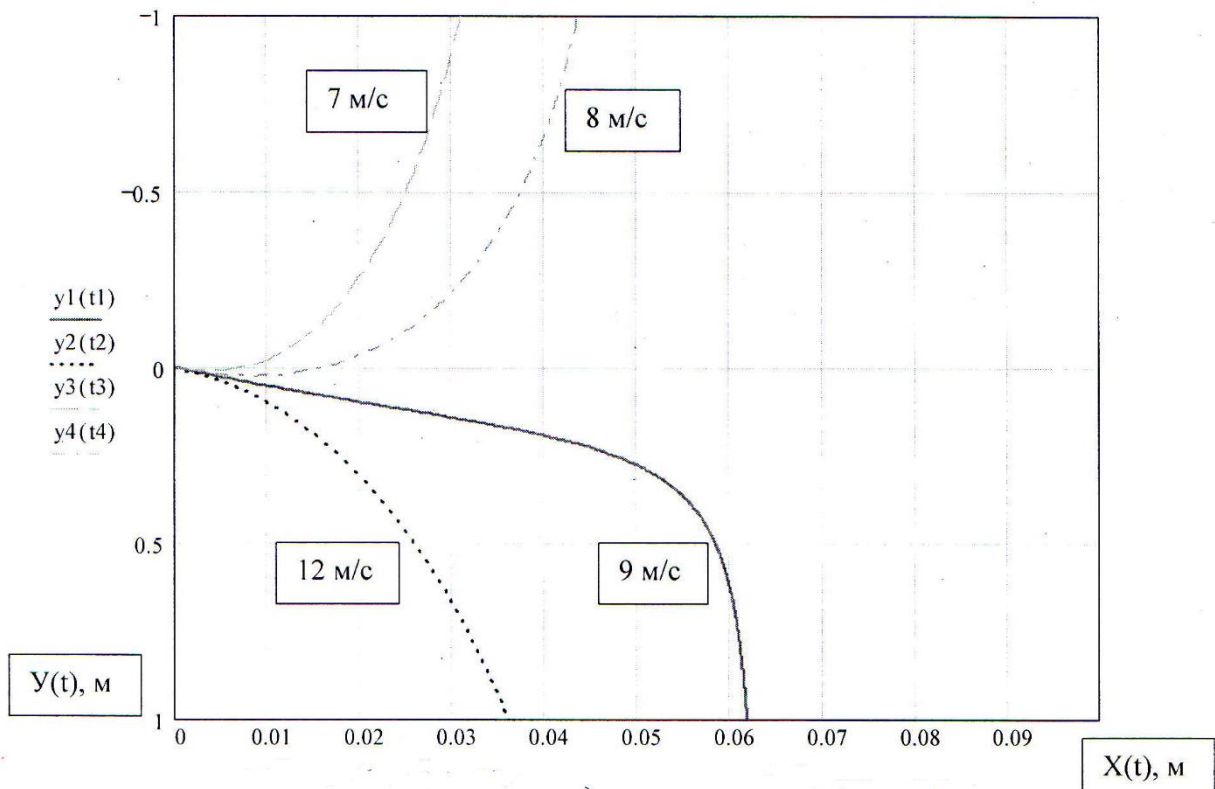


Рис. 4.28. Траєкторії руху частинок

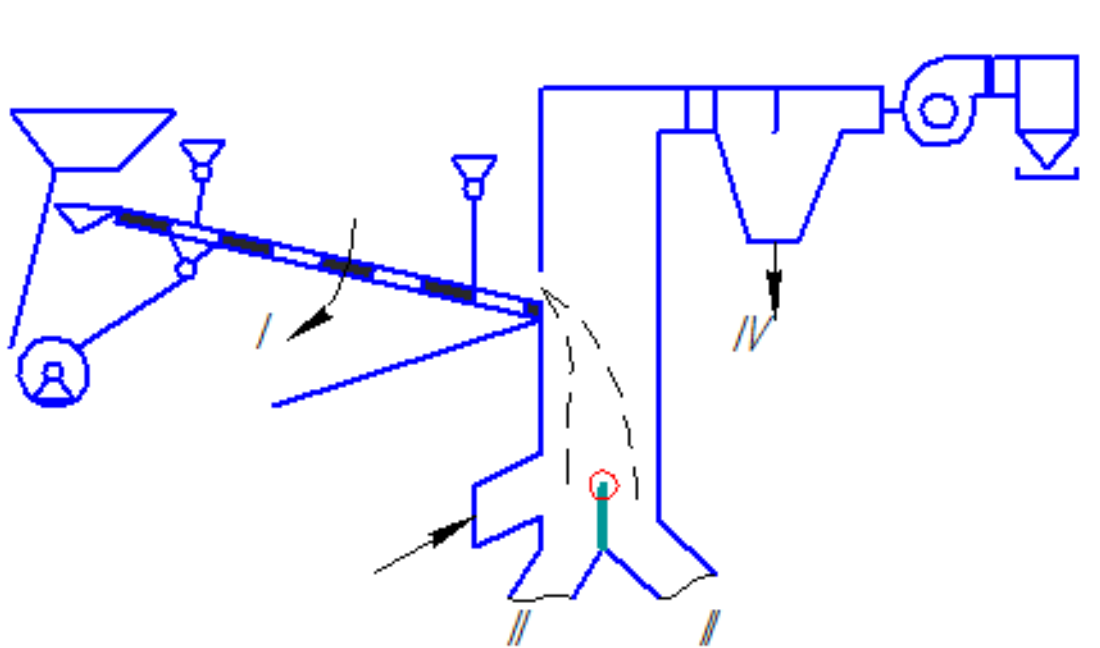


Рис. 4.29. Схема вдосконаленого вібраційно-решітного повітряного сепаратора

Основним недоліком вертикальних каналів прямокутного перетину є нерівномірність розподілу зерна і повітря за шириною каналу, тому пневматичні канали, що використовуються для очищення зерна, мають обмежену ширину, оскільки її збільшення вимагає використання спеціальних вентиляторних установок (діаметральні вентилятори).

В універсальних вібраційно-пневматичних машинах [35] повітряні канали (прямокутні, вертикальні) використовують для попередньої очистки та для доочищення сходової частини зерна від крупних зернівок (які не просіялися крізь решето).

Ефективність функціонування вібраційно-решітних повітряних машин (рис. 4.29) можна суттєво підвищити завдяки використанню повітряного каналу для додаткового розділення післярешітного поділу на дві товарні фракції.

5. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ТА МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПОДІЛУ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ У ВІДЦЕНТРОВО-ПНЕВМАТИЧНИХ СЕПАРАТОРАХ

В сучасних пневмосепарувальних системах з вертикальними каналами, в яких швидкість повітряного потоку (середня за перетином) не повинна перевищувати швидкість витання частинок основного матеріалу (повноцінного зерна), за раціональної швидкості подачі зерна в повітряний потік у межах $V_0 = 0,2 - 0,4$ м/с, а $V_{\text{витання}} = 8$ м/с є критичною [57], дані системи практично вичерпали можливості подальшого підвищення продуктивності. Нормальне функціонування вертикальних пневмоканалів обмежується питомих навантаженням $q_{\text{пит}} = 100$ кг/см·год за глибини каналу до $B_{\text{max}} = 0,13$ м.

Резервом подальшого вдосконалення пневмогравітаційних сепараторів для попереднього очищення зернового матеріалу є одночасне збільшення швидкості введення зерна в повітряний потік і збільшення його швидкості [48]. Для надання зерновому матеріалу необхідної швидкості під час введення в повітряний канал кільцевого перетину використовують спеціальні робочі органи – ротаційні розкидачі-живильники. Процес сепарації, який реалізується наведеним способом, прийнято називати відцентрово-пневматичним. Відцентрово-пневматичний сепарувальний пристрій є більш універсальним як для очищення зернових матеріалів від дрібних і соломистих домішок, так і для сортування матеріалу. Схема сепаратора (рис. 5.1) для всіх конструкційних відмінностей складається з вертикально встановленого дозатора 1, ротаційного розкидача 2 і повітряного каналу кільцевого перетину 3. Схеми, які реалізують процеси відцентрово-пневматичного поділу зернових матеріалів можна узагальнити трьома варіантами: з прямим каналом (рис. 5.1, а); з нахиленим каналом звужувального

перетину (рис. 5.1, б); з нахиленим каналом розширювального перетину (рис. 5.1.в) в напрямку руху повітря.

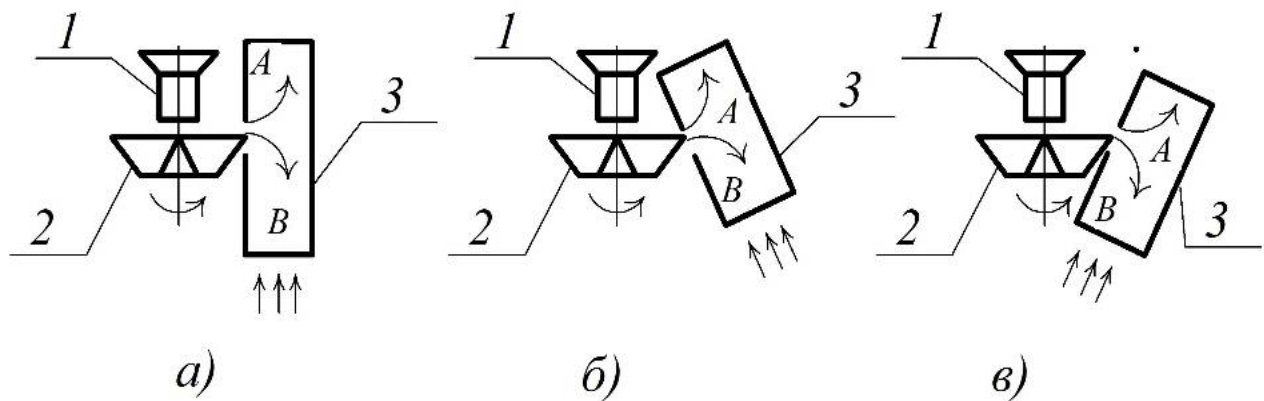


Рис. 5.1. Схеми відцентрово-пневматичних сепараторів:

- 1 – дозатор; 2 – ротаційний розкидач;
3 – повітряний канал кільцевого перетину

У процесі функціонування сепаратора вихідний матеріал подається дозатором 1 на внутрішню поверхню розкидача 2, конструкція якого виконана у вигляді плоского диска з лопатками, або усіченого конуса, оберненого більшим діаметром догори, або тарілчастої форми. На нижній поверхні розкидача можуть бути встановлені лопаті для надання матеріалу кутової швидкості. У процесі переміщення матеріалу вздовж внутрішньої поверхні диска або конуса товщина шару зерна зменшується й з розкидача сходять поодинокі зернівки (моношарне введення зерна в канал), які з потрібною швидкістю під заданим кутом вводяться в повітряний потік кільцевого каналу 3. Повітряний потік виносить у верхню частину каналу «легкі домішки», а основний потік зерна рухається під дією сили тяжіння в нижню частину каналу і сходом видаляється зовні.

У серійних сепараторах типу БЦС-25(50), СВС-15, СВС-25, відцентрово-пневматичні сепаратори агрегатуються з відцентрово-решітними сепараторами.

Для високоефективної роботи зерносепараторів цього класу необхідно визначити такі конструкційні та режимні (кінематичні) параметри: насамперед це – значення кута і швидкості подачі матеріалу в повітряний канал. Ці параметри залежать від діаметра, кута нахилу конічної частини розкидача і кутової швидкості обертання. Параметри пневмоканалу визначають: глибина каналу (у радіальному напрямку), кут нахилу стінок каналу та аеродинамічний режим: швидкість повітряного потоку та розподіл швидкості повітря за координатами в поперечному перетині та за довжиною каналу.

Для визначення раціональних співвідношень вказаних вище параметрів під час конструювання нових і експлуатації (реконструкції) наявних найбільш доцільним методом є математичне моделювання процесів переміщення компонентів зернового матеріалу по робочих поверхнях і в повітряних каналах. Кінцевим результатом математичного моделювання є визначення траєкторій руху компонентів зернового матеріалу (КЗМ) в каналах за визначених раціональних параметрів вводу матеріалу в канал (граничні умови).

Основи теорії процесу сепарування зернових матеріалів відцентрово-пневматичними машинами складають теорія руху зернівок матеріалу по ротаційних поверхнях та теорія руху зернівок у повітряних потоках (каналах) із нерівномірною швидкістю.

5.1 Диференціальні рівняння руху зернівок на ротаційних поверхнях відцентрових розкидачів

Залежно від вибору системи координат і спрощувальних припущень диференціальні рівняння переміщення зернівок уздовж обертальних поверхонь різної форми можна отримати в різній формі (системі координат).

Описати динамічний стан сипкого матеріалу на ротаційній поверхні в загальному випадку досить важко. Тому для спрощення математичної моделі переміщення зернового матеріалу застосовують певні спрощувальні припущення. Найчастіше рух зернового потоку моделюється переміщенням зернівок, які представляють собою матеріальну «точку» масою m . При цьому закономірності руху окремої зернівки аналогічні закономірностям руху потоку зерна. Коефіцієнт тертя ковзання по поверхнях є величиною сталою, кочення зернівок не відбувається. Не розглядається (виключається) рух повітря в радіальному напрямку, зумовлений обертанням розкидача. Хоча, за наявності лопаток (радіальних або скошених), які створюють розрядження на поверхні обертального органу, утворюється радіальний потік повітря (ефект вентилятора).

Диференціальні рівняння руху зернівки по поверхні горизонтального диска. За таких припущень і відсутності опору повітряного середовища П. М. Василенком [38] сформульовано диференціальні рівняння динаміки переміщення зернівок по поверхні плоского горизонтального диска з вертикальною віссю обертання, які в полярній системі координат мають вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{R} - R \cdot [\omega_d - \dot{\varphi}]^2 = -f \cdot g \cdot \frac{\dot{R}}{\sqrt{(\dot{R})^2 + (R \cdot \dot{\varphi})^2}}; \\ R \cdot \ddot{\varphi} - 2 \cdot \dot{R} \cdot [\omega_d - \dot{\varphi}] = -f \cdot g \cdot \frac{R \cdot \dot{\varphi}}{\sqrt{(\dot{R})^2 + (R \cdot \dot{\varphi})^2}} \end{cases} \quad (5.1)$$

$$\dot{R} = \frac{dr}{dt}; \ddot{R} = \frac{d^2r}{dt^2}; \dot{\varphi} = \frac{d\varphi}{dt}; \ddot{\varphi} = \frac{d^2\varphi}{dt^2}; \omega_d = \frac{\alpha}{t}, \quad (5.2)$$

де $\dot{r}$, $\dot{\varphi}$ – радіальна та кутова складові швидкості зернівки;

f – коефіцієнт тертя;

g – гравітаційна стала;

ω_d – кутова швидкість диска;

α – кут повороту;

t – час;

r – радіальне переміщення.

Початкові умови: $t = 0$; $\varphi = 0$; $R = R_0$; $\dot{\varphi} = 0$; $\dot{R} = 0$; R_0 – початкова координата зернівки.

Розв'язок системи рівнянь (5.1) можна отримати чисельним методом у вигляді графічних залежностей $\dot{R}(t)$, $\dot{\varphi}(t)$, $R(t)$, $\varphi(t)$.

Розрахунок швидкості сходження зернівок із диска за такою схемою [55]. З графіка $R(t)$ визначають час (T) переміщення зернівок із R_0 до R_d (R_d – радіус диска). Знаючи час (T) переміщення зернівок із графіків $\dot{R}(t)$ та $\dot{\varphi}(t)$, визначають радіальну $\dot{R}(T)$ та кутову $\dot{\varphi}(T)$ швидкості і значення:

$$\dot{\theta} = \omega_d - \dot{\varphi}(T) = \dot{\theta}(T).$$

За отриманими значеннями визначаємо абсолютну швидкість сходження зернівок із розкидного диска:

$$V_a = \sqrt{[\dot{R}(T)]^2 + [R_d \cdot \dot{\theta}(T)]^2}. \quad (5.3)$$

Із цією швидкістю зернівка потрапляє в повітряний потік.

Диференціальні рівняння динаміки руху зернівки по конічній поверхні ротаційного розкидача зернового матеріалу. Відцентрово-пневматичні сепаратори, якими оснащені вібровідцентрові серійні зерноочисні машини типу БЦС та СВС, мають ротаційні розкидачі у формі диска, спряженого з усіченим конусом.

У роботах [48, 49] процес руху зернівки по поверхні конічного розкидача описано системою диференціальних рівнянь у циліндричних координатах, сам технологічний процес руху приведено на рисунку 5.2.

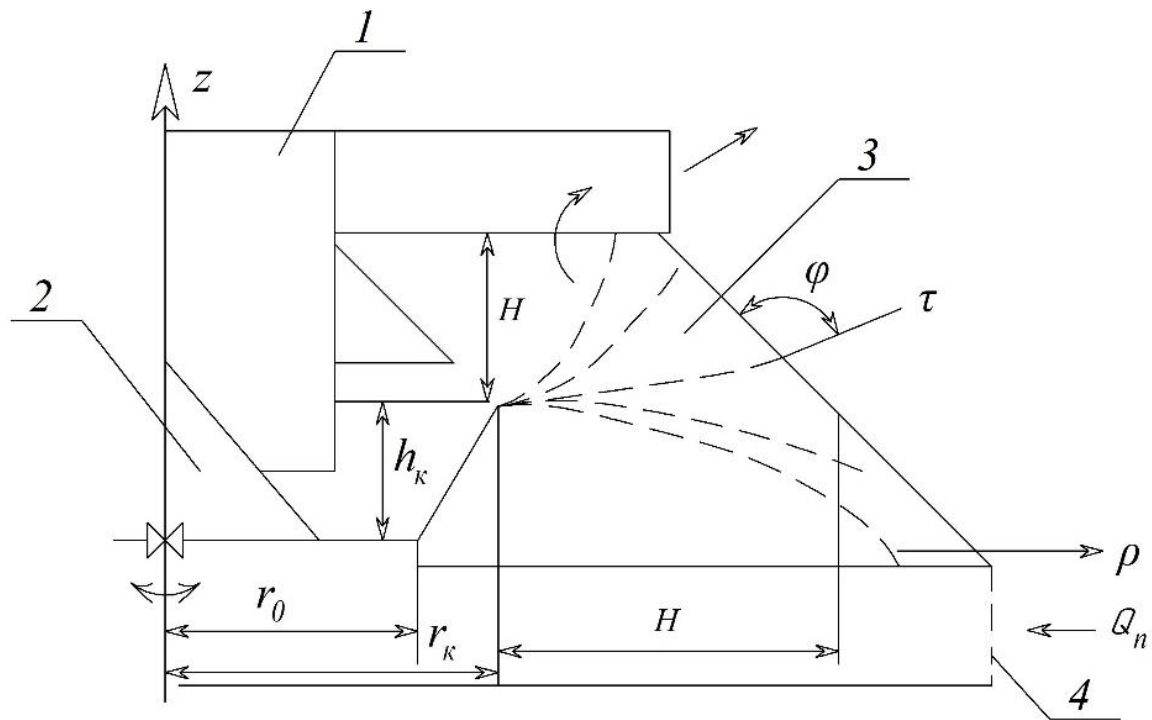


Рис. 5.2. Розрахункова схема відцентрово-пневматичного сепаратора
Є. С. Гончарова:

1 – зернопровід; 2 – конічний розкидач зерна; 3 – кільцевий повітряний канал (конічний); 4 – сітка забірника повітря

На рисунку 5.2. позначено такі вихідні конструкційні параметри, які впливають як на траєкторію руху зернівок, так і на якість поділу зернового матеріалу у відцентрово-пневматичному сепараторі: h_k – висота конічного розкидача; r_k – радіус зовнішньої кромки розкидача; H – висота верхньої кромки каналу.

Початкові умови до розв'язку (чисельного) системи рівнянь (5.1) мають визначати швидкість і кут сходження зернівки з поверхні конічного розкидача.

Процес руху зернівок зернового матеріалу по поверхні конічного розкидача в роботах Є. С. Гончарова [48, 49] описано системою диференціальних рівнянь, які в полярних координатах мають вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\rho} = \rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot [\sin \alpha]^2 - \frac{f \cdot \dot{\rho} \cdot [\rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot \cos \alpha + g \cdot \sin \alpha]}{\sqrt{[\dot{\rho}]^2 + \rho^2 \cdot (\omega_0 - \dot{\theta})^2 + [\dot{z}]^2}} - 0,5 \cdot g \cdot \sin[2 \cdot \alpha] \\ \ddot{\theta} = \frac{f \cdot [\omega_0 - \dot{\theta}] \cdot [\rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot \cos \alpha + g \cdot \sin \alpha]}{\sqrt{[\dot{\rho}]^2 + \rho^2 \cdot (\omega_0 - \dot{\theta})^2 + [\dot{z}]^2}} - \frac{2 \cdot \dot{\rho} \cdot \dot{\theta}}{\rho} \\ \ddot{z} = 0,5 \cdot \rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot [\sin \alpha]^2 - \frac{f \cdot \dot{z} \cdot [\rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot \cos \alpha + g \cdot \sin \alpha]}{\sqrt{[\dot{\rho}]^2 + \rho^2 \cdot (\omega_0 - \dot{\theta})^2 + [\dot{z}]^2}} - g \cdot \cos[2 \cdot \alpha] \end{array} \right. , \quad (5.4)$$

де ω_0 – кутова швидкість обертання розкидача;

α – кут між віссю обертання та твірною поверхні конуса розкидача;

f – коефіцієнт тертя зернівки по поверхні.

Розв'язок системи рівнянь (5.4) визначає початкові умови до системи. Початкові умови для розв'язування системи рівнянь:

$$t = 0; \theta = 0; \rho = r_0; \dot{\phi} = 0; \dot{\rho} = 0; \dot{z} = 0; z = 0; \dot{\theta} = \sqrt{\frac{g}{r_0} \cdot \cot \alpha} . \quad (5.5)$$

У роботі Н. Є. Авдєєва [4] рух частинки по конічній поверхні, яка обертається з постійною кутовою швидкістю відносно вертикальної осі, описано системою диференціальних рівнянь, які у сферичних координатах мають вигляд:

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{r} = r \cdot [\omega - \dot{\phi}]^2 \cdot \sin \theta - f \cdot N \cdot \frac{\dot{r}}{m \cdot \sqrt{(\dot{r})^2 + (r \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \theta)^2}} \\ \ddot{\phi} = \frac{2}{r} \cdot \dot{r} \cdot [\omega - \dot{\phi}] - f \cdot N \cdot \frac{\dot{\phi}}{m \cdot \sqrt{(\dot{r})^2 + (r \cdot \dot{\phi} \cdot \sin \theta)^2}} \\ N = m \cdot [g + r \cdot [\omega - \dot{\phi}]^2 \cdot \cos \theta] \cdot \sin \theta \end{array} \right. , \quad (5.6)$$

де θ – половина кута при вершині розкидача.

Відповідно до роботи [4] розглянемо методику складання диференціальних рівнянь руху частинки на ротаційній поверхні конічного розкидача в прямокутних декартових координатах.

Конічний розкидач обертається відносно вертикальної осі OZ із постійною кутовою швидкістю. Поверхня конуса задана функцією

$$z \cdot \tan \theta - \sqrt{(x)^2 + (y)^2} = 0, \quad (5.7)$$

де $\theta = \text{const}$.

Частинка рухається під дією сили тяжіння $\vec{G} = m \cdot \vec{g}$, нормальної реакції поверхні конуса $\vec{N}$, сили опору переміщенню $\vec{R}$, переносної сили інерції від обертального руху конуса $\vec{F}_\omega$ та коріолісової сили $\vec{F}_k$.

Диференціальне рівняння відносного руху частинки у векторній формі записується в такому вигляді:

$$m \cdot \vec{a}_0 = \vec{G} + \vec{N} + \vec{R} + \vec{F}_\omega + \vec{F}_k, \quad (5.8)$$

де $\vec{a}_0$ – прискорення частинки відносно системи координат OXYZ.

Виразимо сили інерції в рівнянні (5.8) через кінематичні характеристики руху частинки. За обертального переносного руху рухомої системи відліку переносна сила інерції частинки загалом може бути записана рівнянням:

$$\vec{F}_\omega = m \cdot \left[\frac{d\vec{\omega}}{dt} \cdot \vec{\rho} + \vec{\omega} \cdot \frac{d\vec{\rho}}{dt} \right], \quad (5.9)$$

де $\vec{\omega}$ – вектор кутової швидкості переносного руху системи відліку OXYZ; $\vec{\rho}$ – радіус-вектор, який визначає відстань точки M системи OXYZ, що співпадає із частинкою M , до осі обертання конуса.

Для визначення величини та напрямку сили Коріоліса використовують векторне рівняння:

$$\vec{F}_k = 2 \cdot m \cdot [\vec{\omega} \cdot \vec{V}_V], \quad (5.10)$$

де $\bar{V}_V = \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}$ – відносна швидкість частинки в точці M під час її переміщення по внутрішній поверхні конуса.

Сила опору $\bar{R}$, що враховує опір руху частинки в системі відліку $OXYZ$, спрямована в бік, протилежний напрямку вектора $\bar{V}_V$. У розглянутому випадку сила опору має характер сили тертя:

$$\bar{R} = f \cdot \bar{N}. \quad (5.11)$$

Напрямні косинуси для $\bar{N}$ і $\bar{R}$ записуються у вигляді таких співвідношень:

$$\cos(\bar{N}, \bar{n}_{01}) = \frac{1}{\nabla\Phi} \cdot \frac{\partial\Phi}{\partial x} = -\frac{x \cdot \cos \theta}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}; \quad (5.12)$$

$$\cos(\bar{N}, \bar{n}_{02}) = \frac{1}{\nabla\Phi} \cdot \frac{\partial\Phi}{\partial y} = -\frac{y \cdot \cos \theta}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}}; \quad (5.13)$$

$$\cos(\bar{N}, \bar{n}_{03}) = \frac{1}{\nabla\Phi} \cdot \frac{\partial\Phi}{\partial z} = \sin \theta, \quad (5.14)$$

де $\Phi(x, y, z) = 0$ – функція поверхні обертання;

$$\nabla\Phi = \sqrt{\left[\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right]^2 + \left[\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right]^2 + \left[\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right]^2} \quad (5.15)$$

де $\nabla\Phi$ – модуль градієнта функції $\Phi(x, y, z)$, що визначає поверхню розкидача в декартових координатах;

n_{01}, n_{02}, n_{03} – одиничні вектори осей базової системи координат.

Проектуючи рівняння (5.8) на осі OX , OY , OZ з урахуванням величин сил, що діють, із рівнянь (5.9)–(5.11) та напрямних косинусів із рівнянь (5.12)–(5.14), остаточно отримуємо:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2 \cdot \omega \cdot \dot{y} + x \cdot [\omega]^2 - \frac{N}{m} \cdot \left[\frac{x \cdot \cos \theta}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + \frac{f \cdot \dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] \\ \ddot{y} = -2 \cdot \omega \cdot \dot{x} + y \cdot [\omega]^2 - \frac{N}{m} \cdot \left[\frac{y \cdot \cos \theta}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + \frac{f \cdot \dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right], \\ \ddot{z} = \frac{N}{m} \cdot \left[\sin \theta - \frac{f \cdot \dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] - g \end{cases} \quad (5.16)$$

де

$$\dot{x} = \frac{dx}{dt}; \dot{y} = \frac{dy}{dt}; \dot{z} = \frac{dz}{dt}; \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}; \ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}; \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2}. \quad (5.17)$$

Величину нормальної реакції поверхні N визначимо з рівняння (5.6) заміною сферичних координат на декартові:

$$N = m \cdot \left[g + \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \cdot \left[\omega - \frac{x}{x+y} \right] \cdot \cos \theta \right] \cdot \sin \theta. \quad (5.18)$$

Система нелінійних диференціальних рівнянь (5.16) із нормальної реакції поверхні N (5.18) містить чотири невідомих: x, y, z, N . Приєднуючи до них рівняння поверхні кінцевого розкидача (5.7), можна знайти всі геометричні, кінематичні та динамічні характеристики руху зернівки до її сходження й введення в повітряний потік пневмоканалу.

Аналізуючи структури диференціальних рівнянь (5.6) та (5.16), можна визначити, що в разі використання сферичних координат диференціальні рівняння є більш раціональними і дозволяють прямо визначити рівняння для нормальної реакції із системи (5.6).

У багатьох дослідженнях [5, 56, 132] кінчних ротаційних поверхонь (відцентрові сепаратори, розкидачі добрив та ін.) для спрощення математичної моделі процесу переміщення матеріалу приймають припущення про рух зернівки вздовж твірної конуса, оскільки за наявності радіальної лопаті, встановленої перпендикулярно поверхні, це дає можливість використовувати лінійну модель. Якщо прийняти $\varphi = \dot{\varphi} = \ddot{\varphi} = 0$, з рівняння (5.6) можна отримати лінеаризовану модель за аналогією з [4]:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = r \cdot [\omega]^2 \cdot \sin \theta \cdot [\sin \theta - f \cdot \cos \theta] - g \cdot [f \cdot \sin \theta + \cos \theta]. \quad (5.19)$$

Усі розглянуті вище моделі динаміки переміщення зернівки не враховують дію сили опору повітряного середовища. Але при переміщенні зернівки по поверхні розкидача на неї діє сила опору $\bar{R}$, яка спрямована в протилежний бік від напрямку руху зернівки. Оскільки напрямок дії сили опору середовища і сили тертя $f \cdot \bar{N}$ співпадають, то можна скористатися напрямними косинусами (5.12)–(5.14), які використані в проєкціюванні сили тертя. Проєкції сили опору $\bar{R}$ переміщенню зернівки по поверхні можна записати в такому вигляді:

$$R_x = -R \cdot \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}; \quad (5.20)$$

$$R_y = -R \cdot \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}; \quad (5.21)$$

$$R_z = -R \cdot \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}}, \quad (5.22)$$

де R – сила опору повітряного середовища.

Як відомо [19, 37], сила опору повітряного середовища не має точного аналітичного виразу і використовується напівемпірична залежність [19, 37]:

$$\bar{R} = 0,5 \cdot \xi(Re) \cdot \rho_{\Pi} \cdot S_M \cdot \bar{V}^n, \quad (5.23)$$

де $\xi(Re)$ – аеродинамічний коефіцієнт опору, який залежить від режиму обтікання зернівки повітрям у процесі руху і є функцією числа Рейнольдса

$Re = \frac{d_e \cdot \bar{V}}{\nu}$, $\bar{V}$ – швидкість обтікання (у цьому разі – швидкість переміщення),

ν – кінематична в'язкість середовища;

ρ_{Π} – густина повітря;

$S_M = \frac{\pi d_e^2}{4}$ – площа міделєвого перетину зернівки, d_e – еквівалентний

діаметр зернівки ($d_e = \sqrt[3]{\frac{6 V_q}{\pi}}$), V_q – об'єм зернівки;

$\bar{V}$ – швидкість руху зернівки (швидкість обтікання). $\xi(Re)Re = \frac{d_e \cdot \bar{V}}{\nu} \nu \bar{V}$

У розкидувачах конічної форми швидкість руху зернівки змінюється від 0 до 8 м/с, а число Рейнольдса $Re = 0 - 2700$.

Додаючи значення проєкцій сили опору R_x, R_y, R_z до правих частин рівнянь (5.16), у загальному вигляді матимемо:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2 \cdot \omega \cdot \dot{y} + x \cdot [\omega]^2 - \frac{R}{m} \cdot \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} - \frac{N}{m} \cdot \left[\frac{x \cdot \cos \theta}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + \frac{f \cdot \dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] \\ \ddot{y} = -2 \cdot \omega \cdot \dot{x} + y \cdot [\omega]^2 - \frac{R}{m} \cdot \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} - \frac{N}{m} \cdot \left[\frac{y \cdot \cos \theta}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + \frac{f \cdot \dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] \\ \ddot{z} = -\frac{R}{m} \cdot \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} + \frac{N}{m} \cdot \left[\sin \theta - \frac{f \cdot \dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] - g \end{cases} \quad (5.24)$$

З початковими умовами:

$$t = 0; x(0) = x_0; y(0) = y_0; z(0) = z_0; x_0 \geq R_0; y_0 \geq R_0; z_0 \geq \frac{R_0}{\tan \gamma}; \quad (5.25)$$

$$\frac{dx}{dt} = V_{x0}; \frac{dy}{dt} = V_{y0}; \frac{dz}{dt} = V_{z0}.$$

де x_0, y_0, z_0 – початкові координати зернівки;

V_{x0}, V_{y0}, V_{z0} – початкові значення проєкцій швидкості зернівки.

Особливу складність у розрахунках руху зернівки за наявності сили опору повітряному середовищу додає визначення сили опору за формулою (5.23). Величина міделєвого перерізу не є фіксованою і може змінюватися в разі зміни орієнтації зернівки в процесі руху. Коефіцієнт аеродинамічного опору $\xi(Re) = \xi\left(\frac{d_e \cdot \bar{V}}{\nu}\right)$ залежить від швидкості обтікання,

тобто змінюється під час руху так, як $V(x, y, z)$; величина степеня швидкості n змінюється від 1 (при $Re < 10$) до 2 (при $Re \geq 1000$).

Складністю також є визначення коефіцієнта опору для тіла, яке рухається по поверхні з тертям, оскільки вся поверхня обдувається повітрям і аеродинамічний режим важко визначити.

У наявних математичних моделях руху зернівки в повітряному середовищі (рухому і нерухому) зазвичай використовують квадратичну залежність сили опору від швидкості обтікання зернівки (відносна швидкість переміщення зернівки), а коефіцієнт опору відображають функцією режиму обтікання $\xi(Re)$. Але цю функцію, враховуючи, що в процесі переміщення зернівки існують усі три режими обтікання (ламінальний, перехідний і турбулентний), які змінюють один одного в процесі руху зернівки в просторі робочого органу, не можливо представити односкладовою залежністю.

Відомо багато інтерполяційних формул, що якоюсь мірою точно описують функцію $\xi(Re)$ в обмеженому інтервалі числа Рейнольдса Re [131], перелік яких подано в узагальнювальних роботах [18, 131]

У нашому разі найбільш придатною є формула тричлена Брауера-Мьюса [18, 131]:

$$\xi(Re) = 0,4 + 24 \cdot Re^{-1} + 4 \cdot Re^{-0,5}, \quad (5.26)$$

яка захоплює широкий інтервал зміни чисел Рейнольдса: $Re = 0 - 30000$.

Величина сили опору визначається з рівняння й в розгорнутому вигляді має вираз:

$$Re = [0,4 + 24 \cdot Re^{-1} + 4 \cdot Re^{-0,5}] \cdot \frac{\pi \cdot d_z^2}{8} \cdot \rho_{\text{п}} \cdot V^2 \quad (5.27)$$

Для більш точних розрахунків показник степеня n в рівнянні (5.23) треба змінювати від 1 до 2 при зміні Re від 5 до 20000, а розрахунок проводять зональним методом [18]. Для безперервного розрахунку можна використовувати лінійну апроксимацію у вигляді рівняння:

$$n = a + b \cdot Re. \quad (5.28)$$

де a, b – сталі коефіцієнти, які визначаються експериментально.

Тому визначати силу опору, значення якої можна використати в розрахунках переміщення зернівки по опорних поверхнях, треба експериментально на основі рівняння руху зернівки вздовж нахиленої поверхні за різних значень степеня n (0,5; 1,0; 2,0), але це потребує окремих досліджень.

Для порівнювальних досліджень, в яких змінюється форма поверхні та режим обертання розкидача, більшість авторів використовують Ньютонівську – квадратичну залежність сили опору від швидкості обтікання, а в якості коефіцієнта аеродинамічного опору використовують коефіцієнт вітрильності, який є функцією форми тіла, режиму руху, і його значення може бути визначено за даними експерименту зі швидкості витання зернівок $V_{\text{ВИТ}}$:

$$k_V = \frac{g}{V_{\text{ВИТ}}^2}. \quad (5.29)$$

де k_V – коефіцієнт вітрильності, який визначається [51] із співвідношення; g – прискорення вільного падіння.

Сила опору в такому разі визначиться формулою:

$$\bar{R} = m \cdot k_V \cdot \bar{V}^2. \quad (5.30)$$

Розв'язок системи (5.24) можна отримати чисельним способом у разі використання комп'ютерного середовища MathCad.

Для конічних ротаційних розкидачів зерна з радіальними лопатками відцентрово-пневматичних сепараторів диференціальне рівняння руху зернівки (уздовж твірної конуса і поверхні лопатки) складається за такою схемою [132] (рис. 5.3).

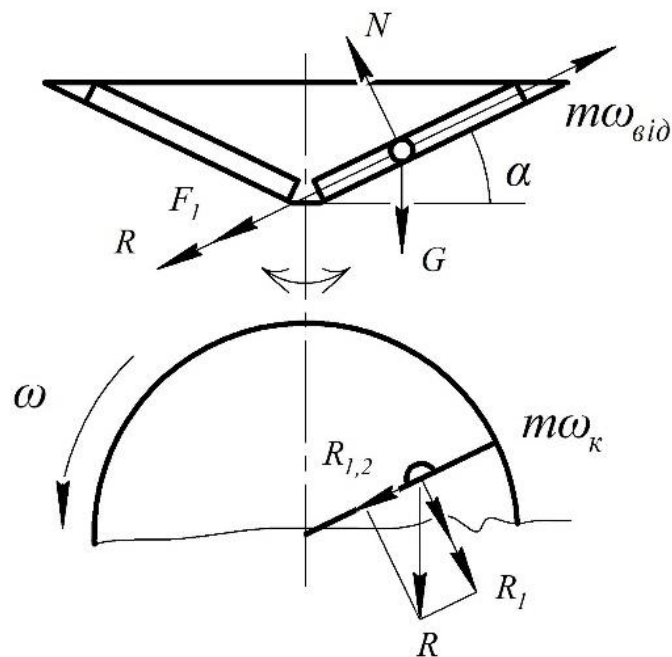


Рис. 5.3. Схема сил, що діють на зернівку в конічному розкидачі

Частинка зернового матеріалу, контактуючи з поверхнею конічного диска і лопаткою (установленої нормально до поверхні конуса), переміщається вздовж твірної (траєкторії) l зі швидкістю середовища $V_{\text{від}} = \frac{dr}{dt}$ під час руху вздовж лопатки.

Крім того, частинка здійснює переносний рух зі швидкістю $V_{\text{кол}} = \omega \cdot r$, r – відстань від осі обертання вздовж радіуса. Абсолютне прискорення складається з трьох компонентів: відносного $W_{\text{від}} = \frac{dV_{\text{від}}}{dt}$, переносного

$W_{\text{пер}} = \omega^2 \cdot r$ (при $\omega = \text{const}$ воно спрямоване до периферії конуса) і Кориоліса, виникаючого під час складного руху зернівок $W_{\text{кор}} = 2 \cdot \omega \cdot V_{\text{від}}$.

Рівняння рівноваги сил:

$$m \cdot \bar{W}_{\text{від}} - m \cdot \bar{W}_{\text{пер}} = -\bar{F}, \quad (5.31)$$

де F – рівнодійна (підсумкова) сила.

Підсумкова сила складається з таких складових:

- сила тертя від нормальної складової сили ваги $m \cdot f \cdot g \cdot \cos \alpha$;
- складова сили ваги, зумовлена нахилом лінії перетину площини лопаті з поверхнею конуса $m \cdot g \cdot \sin \alpha$;
- складова сили опору середовища на напрямок лопаті $k_V \cdot m \cdot \left[\frac{dr}{dt} \right]^2$;
- сила тертя по лопаті, зумовлена дією нормальної складової опору середовища (пропорційна квадрату колової швидкості) $k_V \cdot f \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2$;
- сила тертя, зумовлена нормальною складовою переносної сили інерції $f \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \sin \alpha$;
- сила тертя, зумовлена силою інерції Кориолісового прискорення $2 \cdot f \cdot m \cdot \omega \cdot \frac{dr}{dt}$.

Підсумовуючи визначені складові опору рухові зернівок матеріалу, матимемо:

$$F = m \cdot f \cdot g \cdot \cos \alpha + m \cdot g \cdot \sin \alpha + k_V \cdot m \cdot \left[\frac{dr}{dt} \right]^2 + k_V \cdot f \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r^2 + f \cdot m \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \sin \alpha + 2 \cdot f \cdot m \cdot \omega \cdot \frac{dr}{dt}. \quad (5.32)$$

Підставляючи значення F в рівняння (5.31) та враховуючи, що $W_{\text{від}} = \frac{d^2 r}{dt^2}$; $W_{\text{пер}} = \omega^2 \cdot r$, і скорочуючи отримане рівняння на m , отримаємо:

$$\frac{d^2r}{dt^2} + 2 \cdot \omega \cdot f \cdot \frac{dr}{dt} + k_v \cdot \left[\frac{dr}{dt} \right]^2 + f \cdot \omega^2 \cdot r \cdot [\sin \alpha + r \cdot k_v] + \\ + g \cdot [f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha] + \omega^2 \cdot r \cdot \cos \alpha = 0. \quad (5.33)$$

У деяких схемах відцентровоповітряних сепараторів використовуються дискові розкидачі з лопатками. Аналіз проведених досліджень [5, 55, 132] вказує на те, що режимні й конструкційні параметри, які впливають на розсіювання зернового матеріалу в повітряному середовищі, потребують більш точного (детального) розгляду. Розглянемо сучасні підходи до математичного опису руху зернівки по поверхні дискового ротаційного розкидувача-живильника.

Найпростіша (спрощена для аналітичних викладок) математична модель ротаційного розкидувача запропонована П. М. Василенком [38], розглядає рух матеріальної частинки вздовж радіальної лопатки плоского диска з вертикальною віссю обертання.

Зернівка, яка потрапила на диск, що обертається з кутовою швидкістю ω , під час стикання з лопаткою розкидувача переміщується вздовж лопатки в полі дії таких сил: відцентрової, сили тяжіння, сили інерції Коріоліса. Під дією цих сил зернівка рухається вздовж лопатки і, накопичивши запас кінетичної енергії, сходить із диска зі швидкістю, спрямованою під певним кутом до радіуса, величина якого буде визначатися формою лопатки та її розміщенням відносно радіуса диска. Абсолютна швидкість $\bar{V}_a$ сходження $\bar{V}_a$ зернівки є векторною сумою складових: відносної швидкості $\bar{V}_r$ та переносної швидкості $\bar{u} = \bar{\omega} \cdot \bar{r}$.

На зернівку масою m , яка знаходиться на відстані x від осі обертання (рис. 5.4) діють такі сили:

- відцентрова сила:

$$\bar{F}_{\text{вц}} = \frac{m \cdot \bar{u}^2}{x} = m \cdot \bar{\omega}^2 \cdot x,$$

де $\bar{u}$ – переносна швидкість зернівки;

- сила інерції Коріоліса:

$$\bar{F}_k = 2 \cdot m \cdot \omega \cdot \bar{V}_{\text{від}},$$

де $V_{\text{від}}$ – відносна швидкість зернівки.

- сила тяжіння:

$$\bar{G} = m \cdot \bar{g}.$$

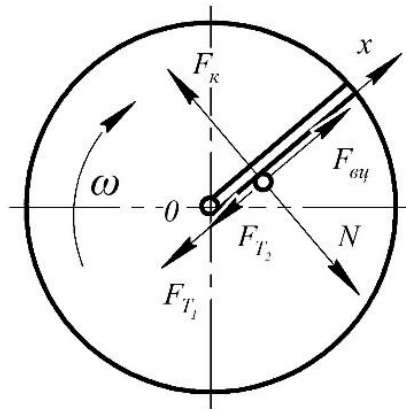


Рис. 5.4. Схема дії сил на зернівку за радіально розміщеної лопатки

Сили тертя зернівки $\bar{F}_T$ зумовлені діями сил тяжіння $\bar{G}$ та Коріоліса $\bar{F}_k$:

$$\bar{F}_{T1} = f \cdot m \cdot \bar{g}; \bar{F}_{T2} = 2 \cdot f \cdot m \cdot \omega \cdot \bar{V}_{\text{від}} = f \cdot N_2.$$

Закономірність переміщення зернівок уздовж поверхні зв'язку відносно нерухомої системи відліку можна описати диференціальним рівнянням:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{F}_{\text{вц}} + \bar{F}_{\text{к}} + \bar{G} + \bar{F}_{\text{т1}} + \bar{F}_{\text{т2}}. \quad (5.34)$$

З врахуванням визначених сил рівняння (5.34) набуває вигляду:

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 \cdot x + 2 \cdot \omega \cdot \frac{dx}{dt} + g + f \cdot g + 2 \cdot f \cdot \omega \cdot \frac{dx}{dt}. \quad (5.35)$$

Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння з постійними коефіцієнтами відомий:

$$x(t) = C_1 \cdot e^{r_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{r_2 \cdot t} + \frac{f \cdot g}{\omega^2}, \quad (5.36)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування;

r_1, r_2 – корені характеристичного рівняння, $r_1, r_2 = \omega \cdot [f - 1] \cdot \sqrt{f^2 - 1}$.

Сталі інтегрування визначаються з граничних умов:

$$x = 0; x = r_0; \frac{dx}{dt} = 0.$$

$$C_1 = \frac{r_1}{r_1 - r_2} \cdot \left[r_0 - \frac{f \cdot g}{\omega^2} \right]; C_2 = -\frac{r_2}{r_1 - r_2} \cdot \left[r_0 - \frac{f \cdot g}{\omega^2} \right].$$

Загальний вид розв'язку рівняння (5.35) являє собою залежність переміщення зернівки (відносне) по ротору вздовж лопатки в часі:

$$x(t) = \frac{r_1}{r_1 - r_2} \cdot \left[r_0 - \frac{f \cdot g}{\omega^2} \right] \cdot e^{r_1 \cdot t} - \frac{r_2}{r_1 - r_2} \cdot \left[r_0 - \frac{f \cdot g}{\omega^2} \right] \cdot e^{r_2 \cdot t} + \frac{f \cdot g}{\omega^2}. \quad (5.37)$$

Диференціюючи рівняння (5.37) за часом, отримаємо рівняння зміни швидкості відносного руху в часі:

$$V(t) = [r_1 - r_2]^{-1} \cdot \left[r_0 - \frac{f \cdot g}{\omega^2} \right] \cdot [r_1^2 \cdot e^{r_1 \cdot t} - r_2^2 \cdot e^{r_2 \cdot t}]. \quad (5.38)$$

Визначаючи для кожного моменту часу (від 0 до t) величину переміщення з рівняння (5.37) і швидкість відносного руху зернівки з рівняння (5.38), отримаємо залежність відносної швидкості радіального переміщення зернівки від відстані: $V = V(x)$ та, знаючи радіус R диска при $x = R$, визначимо відносну швидкість під час сходження зернівки з диска (рис. 5.5). Абсолютна швидкість сходження зернівки з диска визначиться векторною сумою:

$$\bar{V}_a = \bar{V}(R) + \bar{\omega} \cdot R; V_a = \sqrt{[V(R)]^2 + [\omega \cdot R]^2}. \quad (5.39)$$

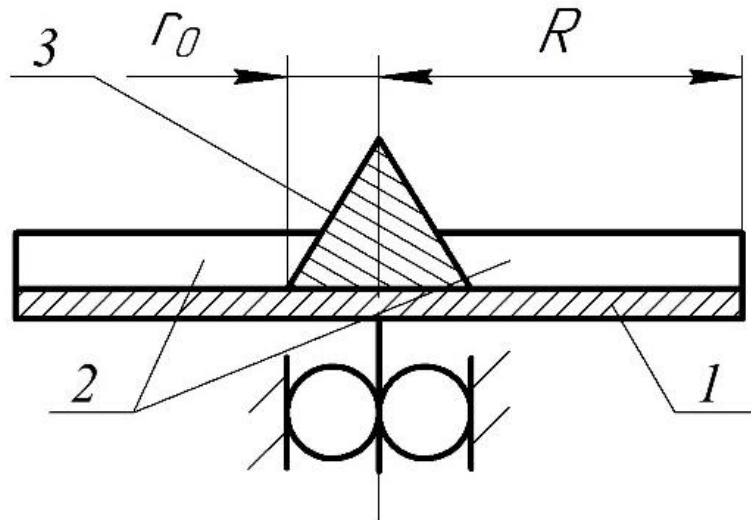


Рис. 5.5. Схема дискового розкидача з напрямним конусом

1 – диск; 2 – лопатки; 3 – конус

Величина початкового радіуса r_0 , від якого можливо переміщення зернівки, визначається з умови, що величина відцентрової сили $\bar{F}_{вц}$ більша за сили тертя $\bar{F}_{т1} + \bar{F}_{т2}$, а саме:

$$\omega^2 \cdot r_0 > f \cdot g + 2 \cdot f \cdot \omega \cdot V_{від} \quad (5.40)$$

Звідки

$$r_0 > \frac{f \cdot [g + 2 \cdot \omega \cdot V_{\text{вд}}]}{\omega^2}. \quad (5.41)$$

Величина r_0 визначає радіус подачі зерна на поверхню диска.

Розглянута модель руху частинки на поверхні ротаційного диска з радіальною лопаткою не враховує сили опору повітряному середовищу. Заразом під час обертання диска з лопаткою на частинку, яка рухається вздовж лопатки, діють сили: опору середовища вздовж лопатки та опору середовища перпендикулярно до поверхні лопатки. Враховуючи, що швидкість переміщення зернівки вздовж лопатки знаходиться в межах 0–9 м/с, а лінійна швидкість руху частинки під час обертання диска в межах 5–20 с⁻¹ знаходиться в межах $V_{\text{л}} = 1 - 4$ м/с і при цьому число Рейнольдса матиме значення в межах 0–3000, нехтувати цим силами недоцільно.

За умови розгляду «Стоксовського руху» (рис. 5.6) рівняння руху зернівки вздовж лопатки ротаційного диска за опору середовища буде пропорційно абсолютній швидкості, коефіцієнту опору та масі.

Сила опору за Стоксом:

$$\bar{R} = k_V \cdot m \cdot V_a.$$

Складова опору середовища під час руху вздовж лопатки:

$$\bar{R}_1 = k_V \cdot m \cdot V_{\text{вд}}.$$

Складова опору середовища під час руху в напрямку колової швидкості:

$$\bar{R}_2 = k_V \cdot m \cdot \omega \cdot r.$$

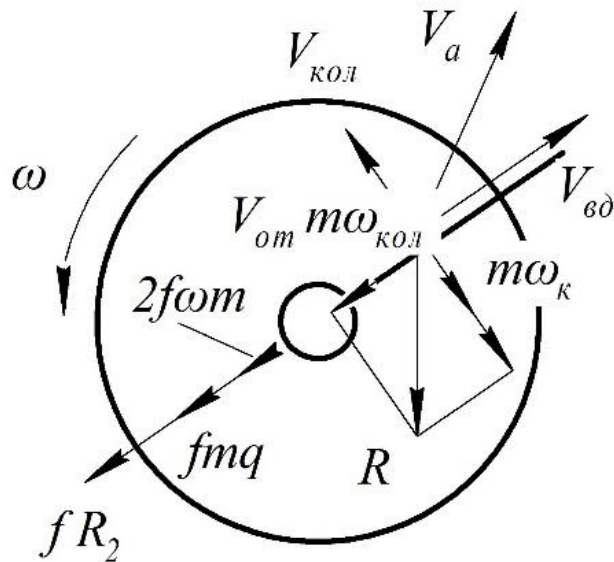


Рис. 5.6. Схема дії сил і швидкостей на частинку на диску з лопаткою

Крім того, діють сили тертя об поверхню лопатки:

$$\bar{F}_{T1} = f \cdot m \cdot \omega_k = 2 \cdot f \cdot m \cdot \omega \cdot \frac{dr}{dt}.$$

Складова сили опору середовища, спрямована нормально до лопатки, зумовлює додаткову силу тертя об поверхню лопатки:

$$f \cdot R_2 = f \cdot k_V \cdot m \cdot \omega_k \cdot r.$$

Рівняння руху частинки вздовж лопатки, відповідно до принципу Доламбера, матиме вигляд:

$$m \cdot \bar{W}_{\text{від}} + m \cdot \bar{W}_{\text{пер}} + m \cdot \bar{W}_{\text{кор}} = -\bar{F}. \quad (5.42)$$

де $m \cdot \bar{W}_{\text{від}}$ – сила інерції, зумовлена відносним прискоренням;

$m \cdot \bar{W}_{\text{пер}}$ – сила інерції, зумовлена переносним прискоренням;

$m \cdot \bar{W}_{\text{кор}}$ – сила інерції, зумовлена коріолісовим прискоренням;

$\bar{F}$ – рівнодійна прикладених до частинки сил.

Для радіальної лопатки рівняння (5.42) набуває вигляду:

$$m \cdot \bar{W}_{\text{від}} - m \cdot \bar{W}_{\text{пер}} = \bar{F}, \quad (5.43)$$

так як сила $m \cdot \bar{W}_{\text{кор}}$ діє нормально до лопатки.

З урахуванням визначених величин сил, що діють, рівнодійну силу визначимо сумою:

$$F = 2 \cdot f \cdot m \cdot \omega \cdot \frac{dr}{dt} + f \cdot m \cdot g + k_V \cdot m \cdot \frac{dr}{dt} + f \cdot k_V \cdot m \cdot \omega \cdot r \quad (5.44)$$

Визначаючи значення F в рівнянні (5.43) і виражаючи $W_{\text{від}} = \frac{d^2 r}{dt^2}$, а $W_{\text{пер}} = \omega^2 \cdot r$, матимемо після перетворень:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} + [2 \cdot f \cdot \omega + k_V] \cdot \frac{dr}{dt} - [\omega^2 - f \cdot k_V \cdot \omega] \cdot r = -f \cdot g, \quad (5.45)$$

де r – координата руху частинки вздовж лопатки.

Диференціальне неоднорідне рівняння другого порядку має аналітичний розв'язок, аналогічний розв'язку рівняння (5.35):

$$r(t) = [(r_1 - r_2) \cdot C]^{-1} \cdot \left[r_0 - \frac{f \cdot g}{\omega^2} \right] \cdot [r_1 \cdot e^{r_1 \cdot t} - r_2 \cdot e^{r_2 \cdot t}] + \frac{D}{C}, \quad (5.46)$$

де $r_1, r_2 = \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4 \cdot C}}{2}$; $B = 2 \cdot f \cdot \omega + k_V$; $C = \omega^2 - f \cdot k_V \cdot \omega$; $D = -f \cdot g$.

За наявних режимів функціонування ротаційних розкидачів, де Re досягає значень $Re = 3000$, режим взаємодії частинки з повітряним середовищем має три фази: ламінарний, турбулентний, перехідний [16].

У такому разі сила опору визначається відповідно до закону Ньютона:

$$\bar{R} = \xi(Re) \cdot \rho_{\text{п}} \cdot S_{\text{м}} \cdot \bar{u}_{\text{вїд}}^2, \quad (5.47)$$

де $\xi(Re)$ – аеродинамічний коефіцієнт опору як функція критерію

Рейнольдса $Re = \frac{d_e \cdot \bar{u}_{\text{вїд}}}{\nu}$, d_e – еквівалентний діаметр зернівки ($d_e = \sqrt[3]{\frac{6 V_{\text{ч}}}{\pi}}$),

$V_{\text{ч}}$ – об'єм зернівки; ν – кінематична в'язкість середовища;

$\bar{u}_{\text{вїд}} \rho_{\text{п}}$ – густина повітря;

$S_{\text{м}} = \frac{\pi d_e^2}{4}$ – площа міделєвого перетину зернівки;

$\bar{u}_{\text{вїд}}$ – швидкість переміщення зернівки в повітряному середовищі.

Величина коефіцієнта опору $\xi(Re)$ визначається режимом обтікання, тобто величиною числа Рейнольдса Re .

Для ламінарного $Re = 10 - 1000$ коефіцієнт опору $\xi(Re) = \frac{K}{\sqrt{Re}}$, $K = 13 - 16$ [18].

Для турбулентного $\xi(Re) = 0,47 - 0,48$.

Взагалі більшість емпіричних залежностей $\xi(Re)$ отримана для одиночних частинок у формі кулі, а зернівки мають форму, яка відрізняється від кулі, й крім того мають різні розміри. Тому в більшості дослідницьких робіт у формулу Ньютона вводять коефіцієнт вітрильності, який характеризує спроможність частинок чинити опір повітряному середовищу і може бути визначеним експериментально за швидкістю витання частинок:

$$k_V = \frac{\xi(Re) \cdot \rho_{\text{п}} \cdot S_{\text{м}}}{m \cdot g} = \frac{g}{V_{\text{вїт}}^2}. \quad (5.48)$$

де $V_{\text{вїт}} m$ – маса зернівки;

g – прискорення вільного падіння;

$V_{\text{віт}}$ – швидкість витання зернівки.

За використання коефіцієнта вітрильності формула для опору матеріалу набуває вигляду:

$$\bar{R} = k_v \cdot m \cdot \bar{u}_{\text{від}}^2. \quad (5.49)$$

Диференціальне рівняння руху частинки вздовж лопатки плоского диска з врахуванням сили опору, пропорційної квадрату швидкості, запишеться у вигляді:

$$\frac{d^2 r}{dt^2} - 2 \cdot f \cdot \omega \cdot \frac{dr}{dt} - \omega^2 \cdot r + k_v \cdot \left[\frac{dr}{dt} \right]^2 + f \cdot k_v \cdot [\omega \cdot r]^2 = -f \cdot g \quad (5.50)$$

або

$$\frac{d^2 r}{dt^2} = A \cdot \frac{dr}{dt} + B \cdot \left[\frac{dr}{dt} \right]^2 + C \cdot r + D \cdot [r]^2 - E, \quad (5.51)$$

де $A = 2 \cdot f \cdot \omega; B = -k_v; C = \omega^2; D = -f \cdot k_v \cdot [\omega]^2; E = f \cdot g. \quad (5.52)$

Рівняння (5.51) є нелінійним і строгого аналітичного розв'язку немає. У роботі [132] подано наближений метод розв'язку рівняння (5.51).

5.2 Технологія пневматично-відцентрового сепарування

Можливості повітряних потоків і їх застосування для розділення компонентів зернового матеріалу достатньо універсальні, що створює передумови для ефективного використання їх у зерноочисних і сепарувальних машинах.

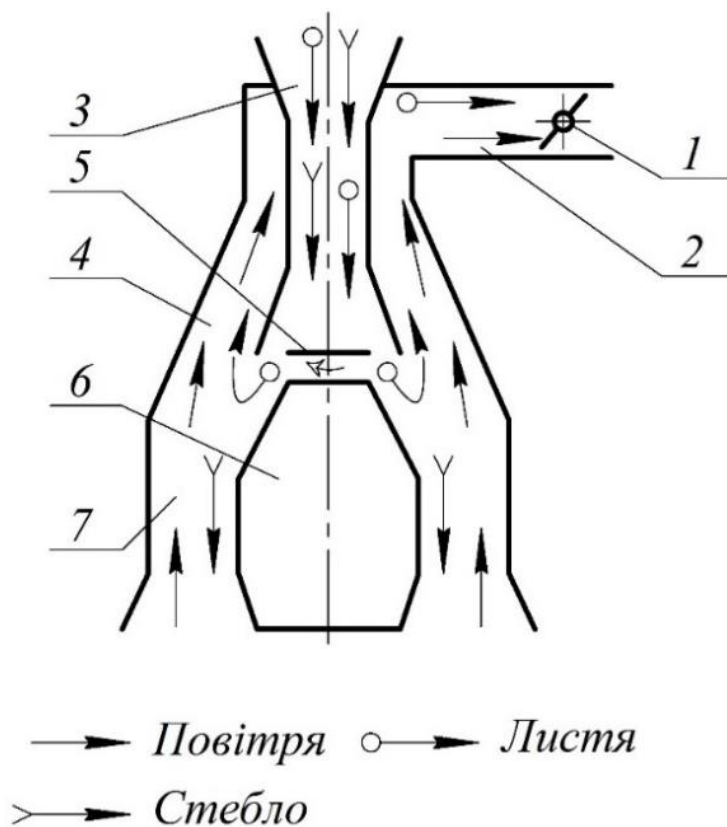
Підвищення продуктивності повітряних сепараторів завдяки збільшенню питомих навантажень на сепарувальні пневмоканали без їх суттєвого вдосконалення приводить до різкого зниження якості розділення та збільшення втрат зерна у відходи. Тому подальший розвиток конструкцій пневмосепараторів приводить до використання в

каналах активних робочих органів, які сприяють створенню (покращенню) умов взаємодії зернового потоку з повітряним.

Резервом удосконалення пневматичної сепарації зернових матеріалів Є. С. Гончаров [48] назвав принцип інтенсифікації процесу поділу компонентів зернового матеріалу, сутність якого полягає в збільшенні швидкості повітряного потоку з одночасним підвищенням швидкості подачі зерен у потік повітря (тобто принцип пневмоінерційної сепарації). При цьому збільшується відносна швидкість переміщення зерна в потоці повітря (відповідно швидкість обтікання зерна повітрям) та збільшується вплив аеродинамічних сил на зернівку. Унаслідок збільшується продуктивність каналу та якість поділу зернового потоку на компоненти.

Для надання зернівкам необхідної швидкості під час введення в сепарувальну зону повітряного потоку використовують спеціальні робочі органи (розкидачі) ротаційного типу для кільцевих каналів. Такі робочі органи (ротаційний розкидач – кільцевий пневмоканал) дають можливість створювати компактні пневмосепаратори високої продуктивності. Процес сепарації, який забезпечується ними, досить відомий під назвою відцентрово-пневматичний, тому що розкидання зерна відбувається під дією відцентрових сил інерції.

Схеми промислових сепараторів зерна відцентрово-пневматичної дії як приклад наведено на рисунку 5.7. Продуктивність таких сепараторів від 5 до 25 т/год і більше.



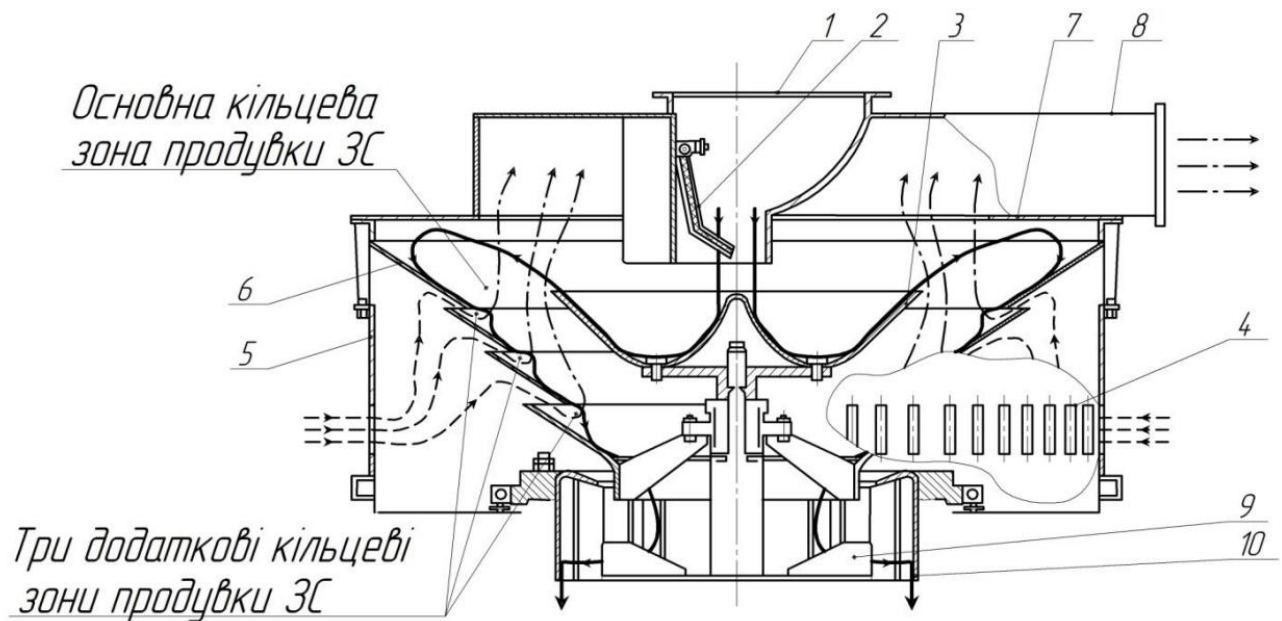
а) технологічна схема двоступінчастого пневматичного сепаратора:

1 – заслінка для регулювання швидкості повітряного потоку;

2 – повітропровід до вентилятора та циклона відокремлювача;

3 – завантажувальна горловина; 4 – кільцевий канал для первинного очищення; 5 – обертальний диск; 6 – усічений конус;

7 – кільцевий канал вторинного очищення



б) технологічна схема розробленого віяло-кільцевого конусно-каскадного пневмосепарувального пристрою:

1 – патрубок завантажувальний; 2 – клапан дозувальний;

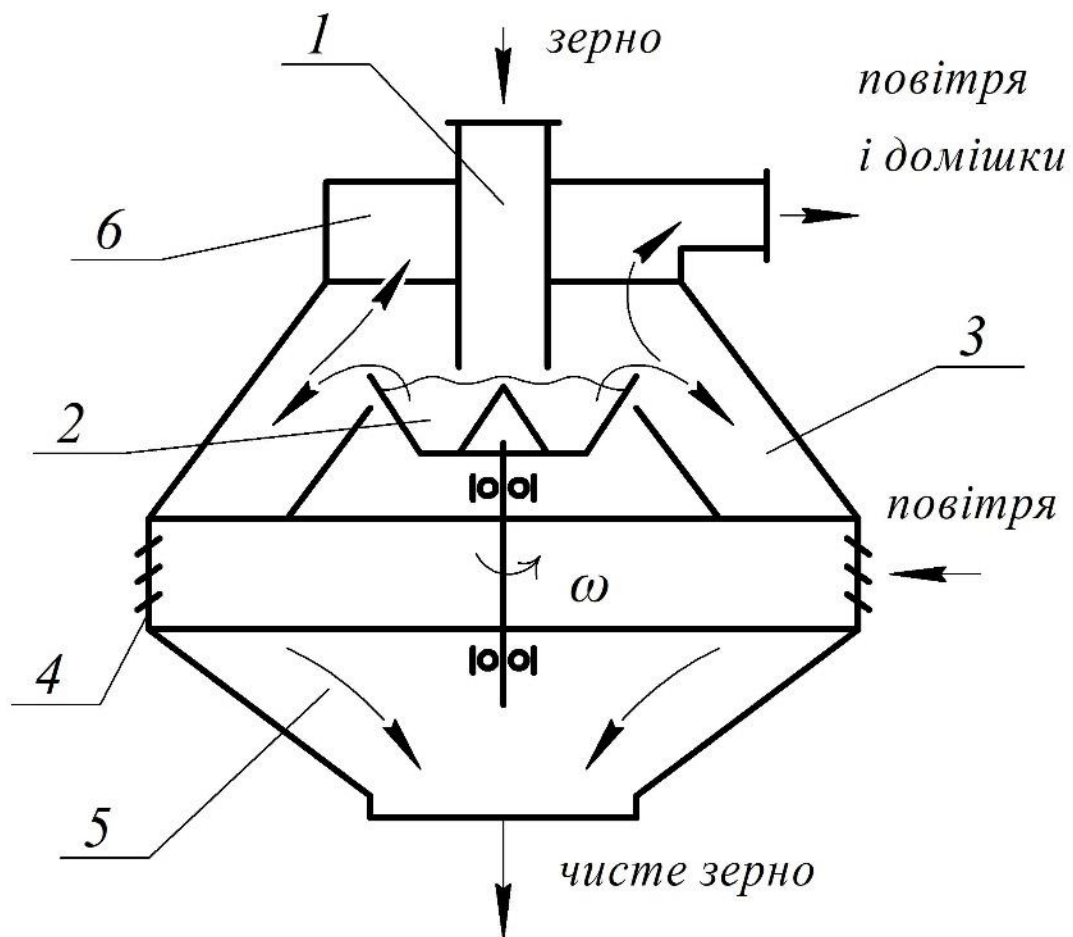
3 – розкидач тарілчастий; 4 – вікна повітрязабірні, 5 – кожух сепаратора;

6 – конус каскадний складений; 7 – діафрагма; 8 – патрубок відвідний;

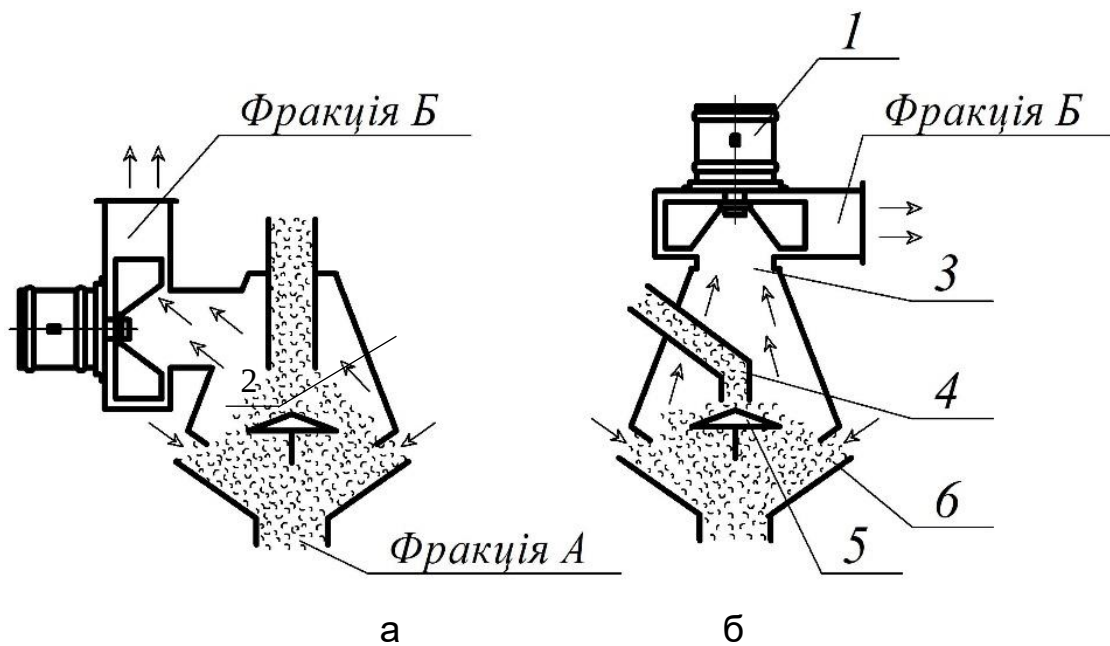
9 – розкидач дисковий; 10 – блок решітний;

-----> – рух зернової суміші; —> – рух повітряного потоку;

---> – рух повітряного потоку з легкими домішками



в) принципова схема відцентрово-пневматичного сепаратора:
 1 – зернопровід; 2 – ротаційний розкидач; 3 – повітряний канал;
 4 – жалюзі; 5 – скатний конус; 6 – повітряний колектор



г) технологічна схема відцентрово-пневматичного сепаратора зі змінною площею перетину пневматичного каналу (а – бокове відсмоктування повітряного потоку; б – вертикальне відсмоктування повітряного потоку):

- 1 – відсмоктувальний вентилятор; 2 – вал обертання; 3 – конічний повітряний канал; 4 – зернопровід; 5 – конічний розкидач зерна;
6 – повітряний колектор

Рис. 5.7, а) – г). Схеми промислових сепараторів зерна відцентрово-пневматичної дії

Серед сучасних пневматично-відцентрових сепараторів, які використовуються в сільськогосподарському виробництві, можна виділити три групи конструкційних рішень повітряних каналів: з кільцево-висхідним прискореним повітряним потоком (рис. 5.8, а); з кільцево-висхідним рівномірним повітряним потоком (рис. 5.8, б); з кільцево-висхідним повітряним потоком, який зменшує свою швидкість у напрямку руху (рис. 5.8, в).

Схематично для спрощення розрахунків сепаратори можна представити такими розрахунковими схемами, як наведено на рисунку 5.8.

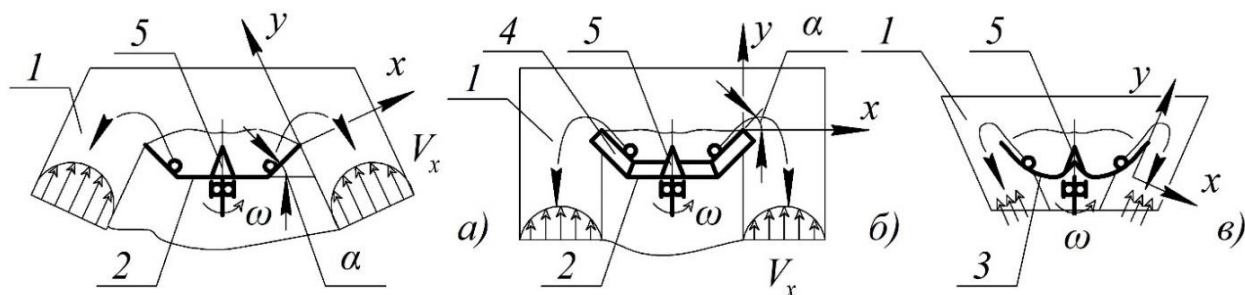


Рис. 5.8. Конструкційні схеми пневматично-відцентрових сепараторів:

- а) кільцево-висхідний прискорений повітряний потік;
- б) кільцево-висхідний рівномірний повітряний потік;
- в) кільцево-висхідний повітряний потік, який зменшує свою швидкість у напрямку руху;

1 – пневмоканал; 2 – ротаційний розкидач; 3 – перегородка;
4 – радіальні лопаті; 5 – розрівнювач

Основним робочим органом у таких сепараторах є ротаційний розкидач зерна (рис. 5.9), який являє собою обертальну поверхню з вертикальною віссю. Поверхня розкидача має різне конструкційне виконання: диск, конус, параболоїд обертання, півсфера (тарілчаста).

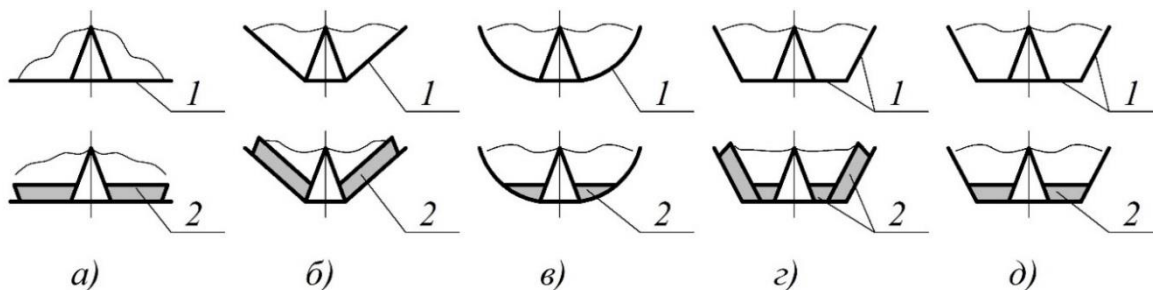


Рис. 5.9. Схеми ротаційних розкидачів:

1 – без лопаті; 2 – з лопатями або перегородками

Основна особливість ротаційних поверхонь полягає в тому, що в процесі завантаження розкидача компактний зерновий потік, потрапляючи на ротаційну колову поверхню й під дією відцентрових і коріолісових сил рівномірно розподіляючися по ній, рухається шаром, зменшуючися своєю висотою (товщиною), і вводиться в повітряний канал моношаром в одне зерно.

5.3 Математичний опис процесів переміщення компонентів зернового матеріалу у відцентрово-пневматичних сепараторах

Основи теорії процесу сепарування зернових матеріалів відцентрово-пневматичним сепаратором започатковані в роботах Є. С. Гончарова [48, 49]. Визначені аналітично наближені рівняння руху зернівок по поверхні конічного розкидача та в рухомому повітряному середовищі пов'язують кінематичні й конструкційні параметри сепарувального пристрою, що дозволило спроектувати та реалізувати промисловий сепаратор продуктивністю 25 т/год. Далі наведемо математичні моделі процесу сепарації у відцентрово-пневматичному сепараторі в авторському викладенні Є. С. Гончарова [48]. Розрахункова схема сепаратора за типом, як наведено на рисунку 5.8, а), наведена на рисунку 5.10.

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{\rho} = \rho \cdot [\dot{\theta}]^2 - \frac{g \cdot [\dot{\rho} + v_{\text{пр}}] \cdot \sqrt{[\dot{\rho} + v_{\text{пр}}]^2 + \rho^2 \cdot (\dot{\theta})^2 + [v_{\text{пз}} - \dot{z}]^2}}{[v_{\text{кр}}]^2}; \\ \ddot{\theta} = - \left[\frac{2 \cdot \dot{\rho} \cdot \dot{\theta}}{\rho} - \frac{g}{[v_{\text{кр}}]^2} \right] \dot{\theta} \sqrt{[\dot{\rho} + v_{\text{пр}}]^2 + \rho^2 \cdot (\dot{\theta})^2 + [v_{\text{пз}} - \dot{z}]^2}; \\ \ddot{z} = \frac{g}{[v_{\text{кр}}]^2} \cdot [v_{\text{пз}} - \dot{z}] \sqrt{[\dot{\rho} + v_{\text{пр}}]^2 + \rho^2 \cdot (\dot{\theta})^2 + [v_{\text{пз}} - \dot{z}]^2} - g; \end{array} \right.$$

$$v_{np} = \frac{v_{on} \cos \beta}{1 - \frac{2(z - h_k)}{(B + 2r_k) \tan \beta}}; \quad v_{nz} = \frac{v_{on} \sin \beta}{1 - \frac{2(z - h_k)}{(B + 2r_k) \tan \beta}};$$

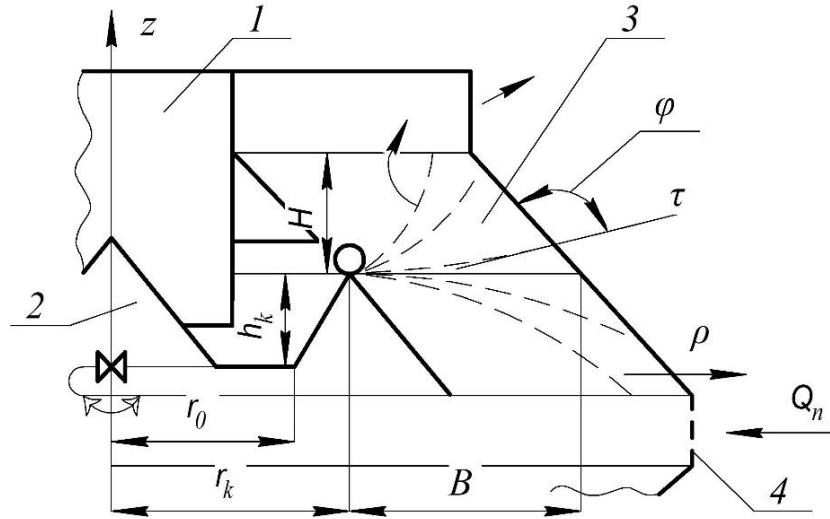


Рис. 5.10. Розрахункова схема відцентрово-пневматичного сепаратора

Є. С. Гончарова:

1 – зернопровід; 2 – конічний розкидач зерна; 3 – кільцевий повітряний канал (конічний); 4 – сітка забірника повітря

Рух частинок зернового матеріалу в межах сепарувальної зони моделюється системою диференціальних рівнянь, сформульованою Є. С. Гончаровим [48], яка в полярних координатах має такий вигляд:

$$\begin{cases} \ddot{\rho} = \rho \cdot [\dot{\theta}]^2 - \frac{g \cdot [\dot{\rho} + v_{np}] \cdot \sqrt{[\dot{\rho} + v_{np}]^2 + \rho^2 \cdot (\dot{\theta})^2 + [v_{nz} - \dot{z}]^2}}{[v_{kp}]^2}; \\ \ddot{\theta} = - \left[\frac{2 \cdot \dot{\rho} \cdot \dot{\theta}}{\rho} - \frac{g}{[v_{kp}]^2} \right] \dot{\theta} \sqrt{[\dot{\rho} + v_{np}]^2 + \rho^2 \cdot (\dot{\theta})^2 + [v_{nz} - \dot{z}]^2}; \\ \ddot{z} = \frac{g}{[v_{kp}]^2} \cdot [v_{nz} - \dot{z}] \sqrt{[\dot{\rho} + v_{np}]^2 + \rho^2 \cdot (\dot{\theta})^2 + [v_{nz} - \dot{z}]^2} - g; \end{cases} \quad (5.53)$$

$$\text{де } v_{np} = \frac{v_{on} \cos \beta}{1 - \frac{2(z - h_k)}{(B + 2r_k) \tan \beta}}; \quad v_{nz} = \frac{v_{on} \sin \beta}{1 - \frac{2(z - h_k)}{(B + 2r_k) \tan \beta}};$$

$v_{\text{пр}}, v_{\text{пз}}$ – проекції швидкості повітря на координатні осі $O\rho, Oz$;

$v_{\text{кр}}$ – критична швидкість частинки зернової суміші;

$v_{\text{оп}}$ – середня швидкість повітря в кільцевому каналі в площині верхньої кромки розкидача;

β – кут між твірною поверхні зовнішньої стінки кільцевого каналу і горизонтальною площиною;

B – ширина кільцевого каналу;

h_k – частина конічного розкидача;

r_k – радіус верхньої кромки розкидача;

H – радіус верхньої кромки каналу (позначення відповідно до розрахункової схеми).

Початкові умови для чисельного розв'язку системи рівнянь (5.53) визначають швидкість і кут сходження частинки з поверхні конічного розкидача, для цього розглядається процес руху частинки по поверхні розкидача.

Процес руху частинок зернового матеріалу по поверхні конічного розкидача описано системою диференціальних рівнянь, які в полярних координатах мають остаточний вигляд [48]:

$$\begin{cases} \ddot{\rho} = \rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot [\sin \alpha]^2 - \frac{f \cdot \dot{\rho} \cdot [\rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot \cos \alpha + g \cdot \sin \alpha]}{\sqrt{[\dot{\rho}]^2 + \rho^2 \cdot (\omega_0 - \dot{\theta})^2 + [\dot{z}]^2}} - 0,5 \cdot g \cdot \sin[2 \cdot \alpha] \\ \ddot{\theta} = \frac{f \cdot [\omega_0 - \dot{\theta}] \cdot [\rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot \cos \alpha + g \cdot \sin \alpha]}{\sqrt{[\dot{\rho}]^2 + \rho^2 \cdot (\omega_0 - \dot{\theta})^2 + [\dot{z}]^2}} - \frac{2 \cdot \dot{\rho} \cdot \dot{\theta}}{\rho} \\ \ddot{z} = 0,5 \cdot \rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot [\sin \alpha]^2 - \frac{f \cdot \dot{z} \cdot [\rho \cdot [\dot{\theta}]^2 \cdot \cos \alpha + g \cdot \sin \alpha]}{\sqrt{[\dot{\rho}]^2 + \rho^2 \cdot (\omega_0 - \dot{\theta})^2 + [\dot{z}]^2}} - g \cdot \cos[2 \cdot \alpha] \end{cases}, \quad (5.54)$$

де $\omega_0 \alpha$ – кут між віссю обертання та твірною поверхні конуса розкидача;

f – коефіцієнт тертя зернівки по поверхні;

ω_0 – кутова швидкість обертання розкидача.

Початкові умови для чисельного розв'язку системи рівнянь (5.54) мають вигляд:

$$t = 0; \theta = 0; \rho = r_0; \dot{\varphi} = 0; \dot{\rho} = 0; \dot{z} = 0; z = 0; \dot{\theta} = \sqrt{\frac{g}{r_0} \cdot \cot \alpha}. \quad (5.55)$$

Розв'язок рівнянь (5.54) визначають початкові умови до системи (5.53).

За результатами чисельного розв'язку отриманих систем рівнянь автором [49] визначено раціональні параметри сепарувального пристрою. Кут нахилу твірної конічного каналу до горизонту – $\alpha = 45^\circ$; глибина каналу (відстань між стінками) – $B = 0,17$ м; швидкість повітряного потоку в каналі – $v_{\Pi} = 6 - 8$ м/с; кутова швидкість обертання розкидача – $\omega_0 = 12 - 26$ рад/с; швидкість частинок під час входу в канал – $v_{\text{ч}} = 3,5 - 4,1$ м/с; питоме зернове завантаження сепарувального каналу – $q = 25$ кг/(с · м²).

У розглянутих моделях не всі фактори враховані: модель руху частинки в каналі не враховує збільшення швидкості повітря в каналі в напрямку його руху; в моделі руху частинки по конічній поверхні не враховано силу опору повітряного потоку. Ці недоліки присутні також у математичних моделях, які розглянуті авторами [4, 55, 163].

5.4 Удосконалена математична модель відцентрово-пневматичного сепаратора з висхідним прискореним повітряним потоком повітря

Розглянемо відцентрово-пневматичний сепаратор, в якому поєднується роторний розкидач-живильник конічної форми з кільцевим висхідно-прискореним повітряним потоком, принципова схема якого наведена на рисунку 5.11.

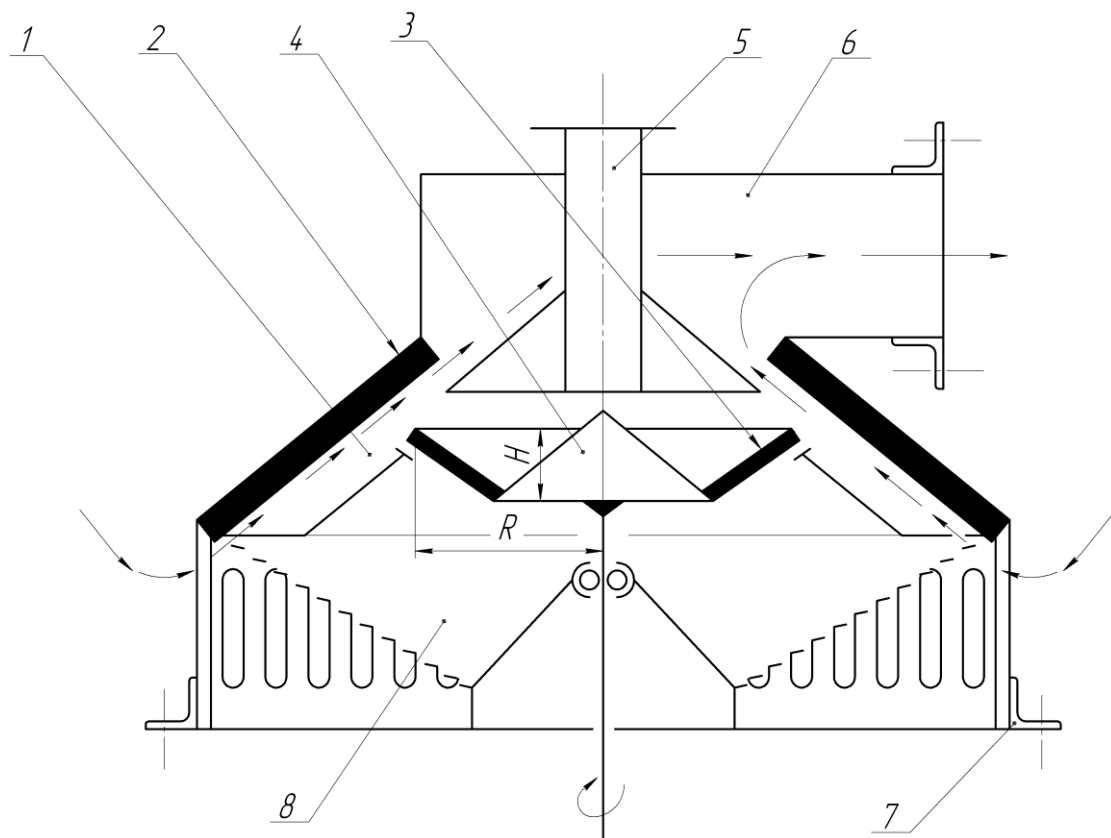


Рис. 5.11. Принципова технологічна схема аспіраційного блока до відцентрово-пневматичного сепаратора:

1 – удосконалений пневмосепарувальний канал; 2 – стінка пневмоканалу; 3 – прогумована поверхня розкидача; 4 – конічний подільник зернової суміші (розкидач); 5 – завантажувальний зернопровід; 6 – повітряний колектор; 7 – рама; 8 – жалюзійний конус

Пневмовідцентровий сепаратор може функціонувати як самостійна установка, або ж в агрегаті з вібровідцентровим решітним сепаратором, як наведено на рисунку 5.5, який має підсівне та сортувальне решета.

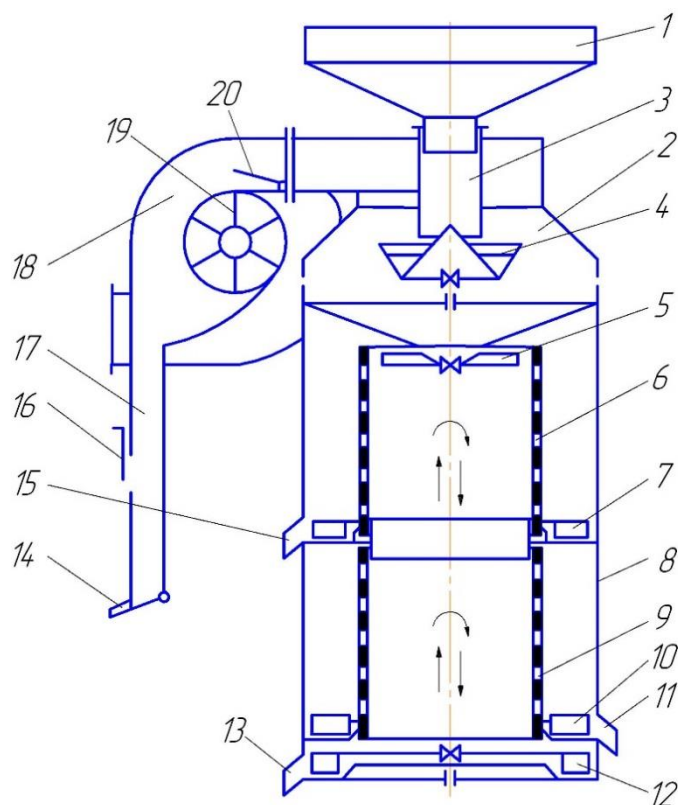


Рис. 5.12. Принципова схема пневмодцентрового сепаратора:

1 – бункер; 2 – кільцевий повітряний канал; 3 – зернопровод;
 4 – розкидний диск; 5 – внутрішній розкидач; 6 – підсівне решето;
 7, 10, 12 – лопатки; 8 – кожух; 9 – зернове решето; 11 – лоток чистого
 зерна; 13 – лоток крупних частинок; 14 – вакуум-клапан; 15 – лоток
 дрібних домішок; 16, 20 – заслінки; 17 – вертикальний повітряний канал;
 18 – відстійна камера; 19 – вентилятор

Для встановлення ефективності (якості) очищення зерна використовуємо метод траєкторного аналізу [51], тобто визначимо траєкторії руху компонентів зернового матеріалу в сепарувальній зоні повітряного кільцево-конічного каналу, які залежать від конструкційно-кінематичних параметрів розкидача і повітряного каналу та режимів функціонування (кута та швидкості введення зерна; кута нахилу конуса розкидача та його частоти обертання; швидкості повітряного потоку, її напрямку та кута подачі повітря в зерновий матеріал).

Траєкторії руху компонентів зернового матеріалу (зерно, сміттєві домішки) визначаються внаслідок математичного моделювання руху зернівки (у вигляді матеріальної точки масою m) в кільцево-конічному повітряному потоці та її переміщення по конічній поверхні ротаційного розкидача.

Сучасні моделі [48, 52, 55] не враховують зміну швидкості повітря в напрямку руху.

Математична модель руху зернівки в повітряному потоці сформулюється на основі таких посилянь і спрощувальних припущень. Швидкість висхідного повітряного потоку збільшується (змінюється) в напрямку руху (завдяки конічній формі кільцевого каналу) та в поперечному перетині каналу завдяки тертю повітря по стінках каналу [77], тобто $V_a = V(x, y)$.

На зернівку, що рухається в нерівномірному повітряному потоці, діють такі сили (рис. 5.13).

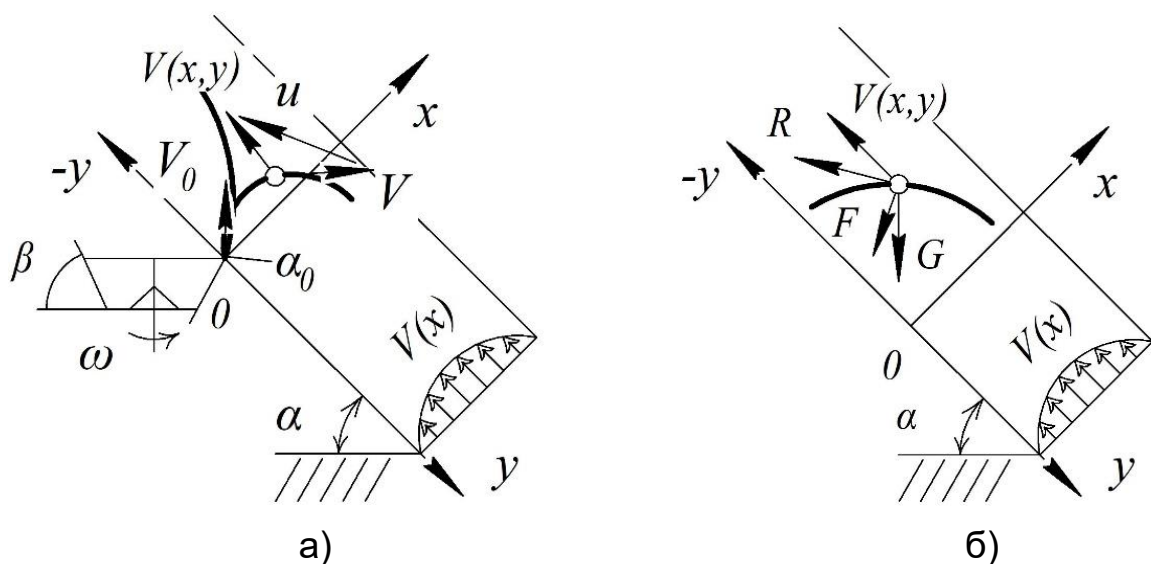


Рис. 5.13. Схема швидкостей (а) та силової взаємодії (б) зернівки з повітряним потоком зі змінною швидкістю в перетинах каналу

Аналіз схеми силової взаємодії приводить до визначення основних найбільш впливових сил у процесі руху зернового середовища на зернівку.

Сила тяжіння $\bar{G}$ спрямована в напрямку прискорення вільного падіння:

$$\bar{G} = m\bar{g},$$

де m – маса зернівки;

g – прискорення вільного падіння. m –

Сила аеродинамічного опору повітряного потоку $\bar{R}$, спрямована в протилежному напрямку до відносної швидкості $\bar{u}$ (швидкості обтікання зернівки повітрям) [51]:

$$\bar{R} = 0,5 \cdot \xi(Re) \cdot \rho_{\pi} \cdot S_{\pi} \cdot \bar{u}^2,$$

де $\xi(Re)$ – коефіцієнт аеродинамічного опору, що є функцією числа Рейнольдса;

ρ_{π} – густина повітря;

$S_{\pi} = \frac{\pi d_e^2}{4}$ – площа міделєвого перетину зернівки, d_e – еквівалентний

діаметр ($d_e = \sqrt{\frac{6 V_{\pi}}{\pi}}$, V_{π} – об'єм зернівки);

$\bar{u} = [\bar{V}(x, y) - \bar{V}]$ – відносна швидкість, $\bar{V}(x, y)$ – швидкість повітряного потоку; $\bar{V}$ – швидкість зернівки.

На зернівку, яка переміщується в повітряному потоці з нерівномірним (градієнтним) розподілом швидкостей повітря, діє бокова (підйомна) сила $\bar{P}_{\text{ж}}$. Величина цієї сили, відповідно до теореми М. Є. Жуковського, пропорційна відносній швидкості потоку, що набігає, $\bar{u}$ та циркуляції Γ , тобто

$$\bar{P}_ж = \rho_{\Pi} \cdot \bar{u} \cdot \bar{\Gamma}, \quad (5.55)$$

де $\Gamma = \text{grad}_x u_y$ – циркуляція повітряного потоку [100, 176], $\text{grad}_x u_y$ – градієнт швидкості повітряного потоку.

Формула для розподілу швидкостей по перетину пневмоканалу має стандартний вигляд:

$$V(x) = V_{\max} \left[\frac{x}{B} \right]^{0,1}, \quad (5.56)$$

де $V_{\max}$ – максимальна швидкість на осі каналу;

x – координата;

B – половина ширини каналу.

Відносна швидкість повітряного потоку з врахуванням (5.56) буде визначатися рівнянням:

$$\bar{u} = \left[V_{\max} \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{0,1} \cdot \bar{i} - \bar{V} \right], \quad (5.57)$$

де $\bar{i}$ – одиничний вектор осі y .

Значення градієнта швидкості:

$$\text{grad}_x u_y = \frac{du_y}{dx} = \frac{V_{\max}}{10 \cdot B^{0,1} \cdot x^{0,9}}. \quad (5.58)$$

З урахуванням (5.58) циркуляція по коловому контуру на одиницю довжини циліндра визначається з рівняння:

$$\Gamma = \text{grad}_y \bar{u}_x \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^2 = \frac{V_{\max} \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^2}{10 \cdot B^{0,1} \cdot x^{0,9}} \quad (5.59)$$

де $r_{\text{ц}}$ – радіус еквівалентного циліндра, який моделює зернівку.

Для сферичної зернівки необхідно отриманий вираз (5.59) помножити на перпендикулярний розмір зернівки [77], який для сфери дорівнює $\frac{4}{3}r_{\text{ц}}$.

Підставляючи значення (5.57) і (5.59) в рівняння (5.55), отримаємо вираз для бокової сили Жуковського:

$$\bar{P}_{\text{ж}} = \left[V_{\text{max}} \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{0,1} \cdot \bar{i} - \bar{V} \right] \cdot \frac{2 \cdot V_{\text{max}} \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^2 \cdot \rho_{\text{п}}}{15 \cdot B^{0,1} \cdot x^{0,9}} \quad (5.11)$$

Силою типу Магнуса, що виникає під час обертання зернівки, в цьому разі нехтуємо в зв'язку з малою довжиною каналу.

Для виявлення механізму руху зернівки в пневмоканалі скористаємося моделлю її силової взаємодії з потоком повітря, обмежуючись рухом сферичної зернівки в площині XOY, що проходить через вісь пневмоканалу (рис. 5.13, б).

Рівняння руху зернівки можна записати у векторній формі:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{R} + \bar{G} + \bar{P}_{\text{ж}}. \quad (5.61)$$

Оскільки швидкість повітря в каналі змінюється (у нашому випадку збільшується) в напрямку його руху, то значення відносної швидкості необхідно уточнити.

Зміну швидкості повітряного потоку з координатою OY можна визначити за формулою:

$$V_a(y) = \frac{Q}{a-b \cdot y} = V_{\text{max}}, \quad (5.62)$$

де Q – об'ємні витрати повітря;

a, b – константи, які визначаються з геометричних параметрів каналу $(B, \alpha)Q$.

Рівняння (5.57) тоді набуває вигляду

$$\bar{u}(x, y) = \left[\frac{Q}{a-b \cdot y} \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{0,1} - \bar{V}(x, y) \right]. \quad (5.63)$$

Проектуючи рівняння (5.55) на осі ОХ та ОУ, отримаємо систему диференціальних рівнянь площинного руху зернівки в нерівномірному повітряному потоці в координатній формі:

$$\begin{cases} m \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -R_{x(1,2)} \cdot \sin \theta + P_{Ж(x)} \cdot \cos \theta - m \cdot g \cdot \cos \alpha, \\ m \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = -R_{y(1,2)} \cdot \cos \theta + P_{Ж(y)} \cdot \sin \theta + m \cdot g \cdot \sin \alpha. \end{cases}, \quad (5.64)$$

де $R_x, R_y, P_{Ж(x)}, P_{Ж(y)}$ – проекції сил, що діють на осі координат, модулі яких визначаються за формулами [100, 176]:

$$R_x = m \cdot k_V \cdot \left[\frac{dx(t)}{dt} \right] \cdot \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V_a(x, y) \right)^2}; \quad (5.65)$$

$$R_y = m \cdot k_V \cdot \left[\frac{dy(t)}{dt} + V_a(x, y) \right] \cdot \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V_a(x, y) \right)^2}, \quad (5.66)$$

де $k_V = g/V_{\text{ВИТ}}^2$ – коефіцієнт вітрильності ($V_{\text{ВИТ}}$ – швидкість витання зернівки);

$$P_{Ж(x)} = \frac{2}{15} \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho_{\text{п}} \cdot \frac{dx(t)}{dt} \cdot \frac{Q}{a-b \cdot y} \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{0,1}; \quad (5.67)$$

$$P_{Ж(y)} = \frac{2}{15} \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho_{\text{п}} \cdot \left[\frac{Q}{a-b \cdot y} \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{0,1} + \frac{dy(t)}{dt} \right]. \quad (5.68)$$

Граничні умови:

$$x < 0; P_{\text{Ж}} > 0; x > 0; P_{\text{Ж}} < 0; -(x - r_{\text{ц}}) \leq x \leq (x - r_{\text{ц}}). \quad (5.69)$$

Підставляючи значення проєкцій сил, що діють на зернівку в пневмоканалі, (5.65)–(5.68) в систему рівнянь (5.64), сформулюємо остаточну математичну модель руху зернівки масою m_i з аеродинамічним коефіцієнтом $k_{V(i)}$ у нерівномірному повітряному потоці з $V_a(x, y)$:

$$V_a(x, y) = \frac{Q}{a-b \cdot y} \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{0,1}; \quad (5.70)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = -k_V \cdot \left[\frac{dx(t)}{dt} \right] \cdot \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V_a(x, y) \right)^2} \cdot [\sin \theta] - g \cdot \cos \alpha \pm \\ \pm \frac{2}{15} \cdot \frac{\pi \cdot r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho_{\text{п}} \cdot \frac{Q}{a-b \cdot y} \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{0,1} \cdot \left[\frac{dx(t)}{dt} \right]^2 \cdot m^{-1} \cdot \cos \theta}{\sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V_a(x, y) \right)^2}}, \\ \frac{d^2 y(t)}{dt^2} = g \cdot \sin \alpha - k_V \cdot \left[\frac{dy(t)}{dt} + V_a(x, y) \right] \cdot \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V_a(x, y) \right)^2} \cdot [\cos \theta] \pm \\ \pm \frac{2}{15} \cdot \frac{\pi \cdot r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho_{\text{п}} \cdot \left[\frac{Q}{a-b \cdot y} \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{0,1} + \frac{dy(t)}{dt} \right] \cdot \left[\frac{dy(t)}{dt} + V_a(x, y) \right] \cdot m^{-1} \cdot \sin \theta}{\sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V_a(x, y) \right)^2}}. \end{array} \right. \quad (5.71)$$

Початкові та граничні умови:

$$t = 0; x(0) = -(B + r); y(0) = 0; \dot{x}(0) = \frac{dx}{dt} = \vartheta_o \cos \alpha_o; \dot{y}(0) = \frac{dy}{dt} = \vartheta_o \sin \alpha_o, \quad (5.72)$$

де ϑ_o, α_o – початкова швидкість і кут подачі матеріалу в канал.

У системі рівнянь (5.71) враховано знакозмінність ($\pm$) дії зовнішньої сили: знак «+» використовується при $x < 0; P_{\text{Ж}} > 0$; а знак «–» – при $x > 0; P_{\text{Ж}} < 0$.

Розв'язок рівнянь (5.70), (5.71) за умов (5.72) виконано в програмному середовищі MathCad і представлено у вигляді траєкторій

руху зернівок, які різняться k_V та m_i у повітряному каналі зі змінним полем швидкості (рис. 5.14).

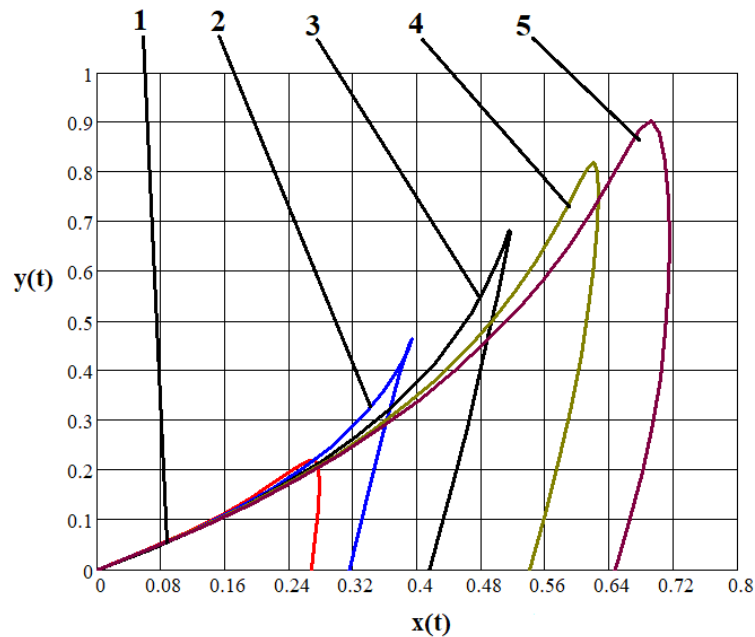


Рис. 5.14. Траєкторії руху зернівок у пневмоканалі змінного за довжиною радіуса:

1 – $k_V = 1$; 2 – $k_V = 0,5$; 3 – $k_V = 0,25$; 4 – $k_V = 0,125$; 5 – $k_V = 0,06$;

Процес переміщення зернівки по конічній поверхні ротаційного розкидача моделюють такі рівняння:

$$\ddot{r} = r \cdot [\omega - \dot{\varphi}]^2 \cdot [\sin \theta]^2 - g \cdot \cos \theta - \frac{f \cdot \dot{r} \cdot N}{m \cdot \sqrt{(\dot{r})^2 + (r \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \theta)^2}} - k_V \cdot \dot{r} \cdot \sqrt{(\dot{r})^2 + (r \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \theta)^2}; \quad (5.73)$$

$$\ddot{\varphi} = 2 \cdot r^{-1} \cdot \dot{r} \cdot [\omega - \dot{\varphi}] - \frac{f \cdot N \cdot \dot{\varphi}}{m \cdot \sqrt{(\dot{r})^2 + (r \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \theta)^2}} - k_V \cdot \dot{\varphi} \cdot \sqrt{(\dot{r})^2 + (r \cdot \dot{\varphi} \cdot \sin \theta)^2}; \quad (5.74)$$

$$N = m \cdot [g + r \cdot [\omega - \dot{\varphi}]^2 \cdot \cos \theta] \cdot \sin \theta, \quad (5.75)$$

де θ – половина кута при вершині конуса.

Початкові умови:

$$t = 0; \varphi = \varphi_{\text{диска}}; r = R_{\text{диска}}; \dot{\varphi} = \dot{\varphi}_{\text{диска}}; \dot{r} = \dot{R}_{\text{диска}}; \theta = \text{const}; \omega = \text{const} . \quad (5.76)$$

Ці рівняння зв'язують основні конструкційні та кінематичні параметри відцентрового конічного розкидача з фізико-механічними властивостями зернового матеріалу (f, k_v), що дозволяє розрахувати оптимальні параметри конструкції та режиму функціонування.

За наявності на конічній поверхні лопатевих радіально встановлених перегородок (лопаток) (рис. 5.15) рух зернівки по конічній поверхні ротаційного розкидача описується більш простим диференціальним рівнянням, яке може бути записано у вигляді:

$$\ddot{r} + 2 \cdot \omega \cdot f \cdot \dot{r} + k_v \cdot \dot{r}^2 + f \cdot \omega^2 \cdot r \cdot [\sin \alpha + r \cdot k_v] + g \cdot [f \cdot \cos \alpha + \sin \alpha] + \omega^2 \cdot r \cdot \cos \alpha = 0 \quad (5.77)$$

з початковими умовами:

$$t = 0; r = R_{\text{диска}}; \dot{r} = \dot{R}_{\text{диска}}; \quad (5.78)$$

де $R_{\text{диска}}$ – радіус диска;

$\dot{R}_{\text{диска}}$ – швидкість зернівки при $r = R_{\text{диска}}$.

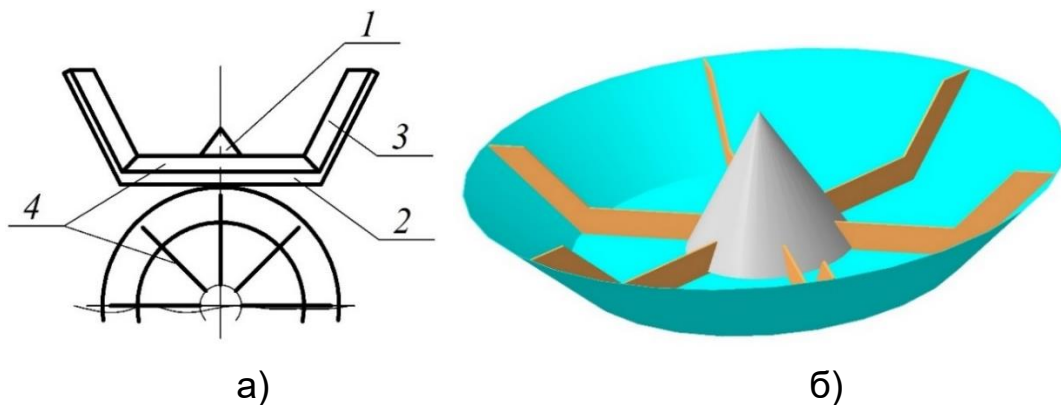


Рис. 5.15. Схема дисково-конічного розкидача з лопатевими перегородками (а) та 3-D модель дисково-конічного розкидача (б):
1 – розрівнювач потоку зерна; 2 – диск; 3 – конус; 4 – перегородки радіальні

На рисунку 5.16 наведені траєкторії руху зернівки по конічній поверхні без лопаток та по конічній поверхні вздовж лопаток.

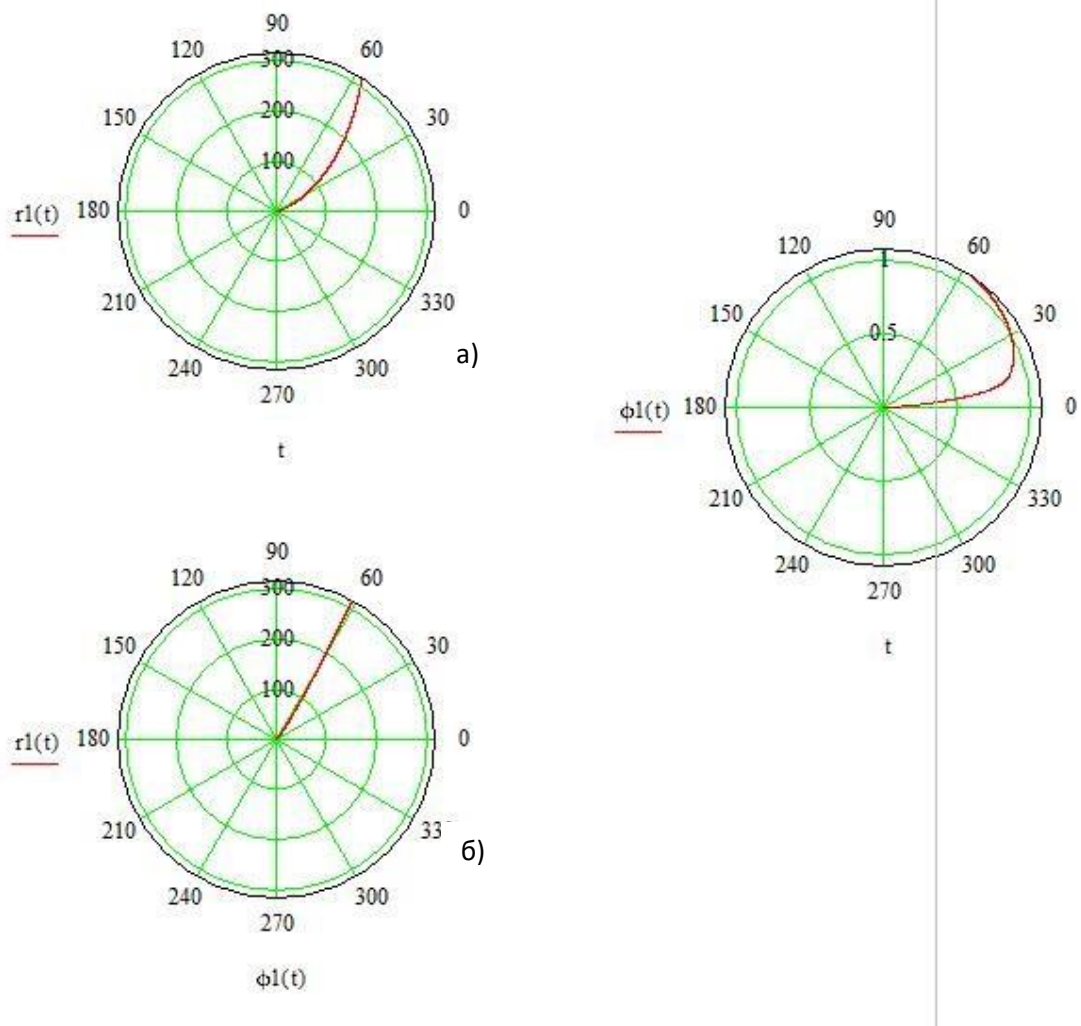


Рис. 5.16. Траєкторії руху зернівок по конічній поверхні без лопаток (а) та по конічній поверхні вздовж лопаток (б), $k_V = 0,125$;

Для визначення раціональних параметрів конічного розкидача, які забезпечують максимальне розходження траєкторій, використано математичну модель силової зернівки з ротаційною конічною поверхнею, визначеною векторним рівнянням (5.61). Використовуючи визначені сили, що діють на зернівку, та їхні проєкції на осі прямокутної системи координат $OXYZ$ через напрямні косинуси, рівняння (5.61) можна представити в координатній формі у вигляді системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2 \cdot \omega \cdot \dot{y} + x \cdot [\omega]^2 - k_V \cdot (\dot{x})^2 \cdot \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} - \frac{N}{m} \cdot \left[\frac{x \cdot \cos \gamma}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + \frac{f \cdot \dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] \\ \ddot{y} = -2 \cdot \omega \cdot \dot{x} + y \cdot [\omega]^2 - k_V \cdot (\dot{y})^2 \cdot \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} - \frac{N}{m} \cdot \left[\frac{y \cdot \cos \gamma}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + \frac{f \cdot \dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right], \\ \ddot{z} = -k_V \cdot \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} + \frac{N}{m} \cdot \left[\sin \gamma + \frac{f \cdot \dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] - g \end{cases} \quad (5.79)$$

де $\dot{x} = \frac{dx}{dt}; \dot{y} = \frac{dy}{dt}; \dot{z} = \frac{dz}{dt}; \ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}; \ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}; \ddot{z} = \frac{d^2z}{dt^2}$.

$$N = m \cdot \left[g + \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \cdot \left[\omega - \frac{1}{1 + \frac{y}{x}} \right] \cdot \cos \theta \right] \cdot \sin \theta. \quad (5.80)$$

Початкові умови задано з огляду таких міркувань. Під час переміщення зернівки вздовж твірної конуса стійкий рух уверх може бути здійснений за такої умови:

$$\tan \gamma \geq \frac{f \cdot R \cdot \omega^2 + g}{R \cdot \omega^2 - f \cdot g}, \quad (5.81)$$

де R – радіус, на якому знаходиться зернівка.

Звідки величина мінімального радіуса визначиться нерівністю:

$$R_0 \geq \frac{g \cdot [1 + f \cdot \tan \gamma]}{\omega^2 [\tan \gamma - f]}. \quad (5.82)$$

При цьому величина мінімального кута розкриття конуса визначиться як

$$\tan \gamma \geq f. \quad (5.83)$$

Тоді початкові умови визначимо так:

$$t = 0; x(0) = x_0; y(0) = y_0; z(0) = z_0; x_0 \geq R_0; y_0 \geq R_0; z_0 \geq \frac{R_0}{\tan \gamma}; \quad (5.84)$$

$$\frac{dx}{dt} = V_{x0}; \frac{dy}{dt} = V_{y0}; \frac{dz}{dt} = V_{z0}, \quad (5.85)$$

де x_0, y_0, z_0 – початкові координати зернівки;

V_{x0}, V_{y0}, V_{z0} – початкові значення проекцій швидкості зернівки.

На основі проведених теоретичних досліджень руху компонентів зернового матеріалу в повітряному каналі та ротаційних розкидачах були визначені раціональні параметри каналу і розкидачів. Пневмоканал: ширина каналу – $B = 0,18$ м, кут нахилу твірної до горизонту – 45° . Розкидач: радіус конуса в місці сходу матеріалу – $R = 0,36$ м, радіус дискової частини – $R_{\text{диска}} = 0,2$ м, кут розкриття конуса – 90° , $r_0 = 0,05$ м. За такими даними виготовлено вдосконалену пневмоканальну систему (рис. 5.17) та дві нові конструкції розкидачів (рис. 5.18).

Експериментальні дослідження проводили в удосконаленій пневмосепарувальній камері (рис. 5.17, а), б) промислового вібровідцентрового сепаратора БЦСМ з новими розкидачами до відцентрового сепаратора (рис. 5.18). Визначався вплив режимних параметрів: швидкість повітряного потоку в каналі, подача зернового матеріалу, частота обертання розкидача на якісні показники процесу сепарування: ефективність E та чіткість Z сепарації. Ефективність та чіткість сепарації визначалися за ступенем виділення сміттєвих фракцій та відносного вмісту основної фракції.



Рис. 5.17. Загальний вигляд стенду вдосконаленої пневмоканальної системи до установки для дослідження пневмовідцентрового процесу сепарування

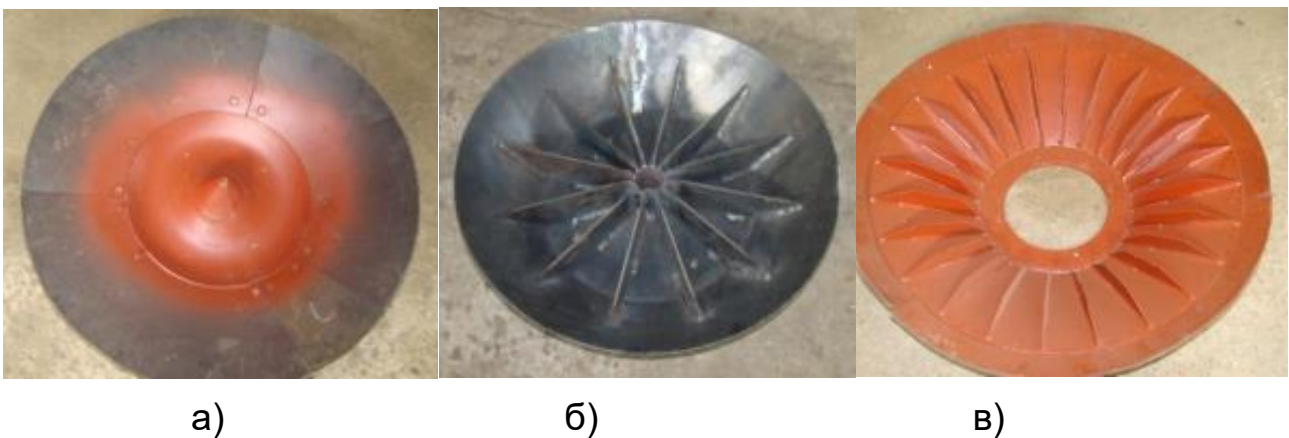


Рис. 5.18. Конструкційне виконання нових розкидачів до відцентрового сепаратора:

- а) – конічний розкидач (подільник) без лопаток;
- б) – конічний розкидач (подільник) із лопатками; в) – серійний розкидач

Експериментальні дослідження проводили в удосконаленій пневмосепарувальній камері (рис. 5.17, а), б) промислового вібровідцентрового сепаратора БЦСМ з новими розкидачами до відцентрового сепаратора (рис. 5.18). Визначався вплив режимних параметрів: швидкість повітряного потоку в каналі, подача зернового матеріалу, частота обертання розкидача на якісні показники процесу сепарування: ефективність E та чіткість Z сепарації. Ефективність та чіткість сепарації визначалися за ступенем виділення сміттєвих фракцій та відносного вмісту основної фракції.

Установлено, що найбільш впливові фактори та визначені межі їхнього варіювання такі: швидкість висхідного повітряного потоку u , подача зерна q , частота обертання розкидача n . Досліди проведено за планом трифакторного експерименту.

5.5 Удосконалена математична модель відцентрово-пневматичного сепаратора з висхідно-гальмівним повітряним потоком

Зернівка представлена як матеріальна точка з масою m . Рух зернівки відбувається на площині в прямокутній декартовій системі координат XOY . Подача зернівки під кутом α_0 з початковою швидкістю V_0 , як показано на рисунку 5.19.

Канал нахилений до горизонту (осі OX) під кутом β . У повітряному потоці на зернівку діють такі сили: тяжіння $\bar{G} = mg$; аеродинамічного опору $\bar{R} = m \cdot k_V \cdot (V_p(x, y) - V_a(x))^2$; враховуючи наявність поперечного градієнта швидкості повітря $V_p(x)$, утворюється бокова сила типу Жуковського $\bar{F}_G = \rho_{\Pi} \cdot \bar{u} \cdot \bar{\Gamma} = \rho_{\Pi} \cdot (\bar{u}_p(x, y) - \bar{V}) \cdot \bar{\Gamma}$, де $\Gamma = \text{grad}_x u_y$ – циркуляція повітряного потоку навколо зернівки з радіусом r ; $\text{grad}_x u_y$ – градієнт швидкості повітряного потоку; $k_V = g/V_{\text{ВІТ}}^2$ – коефіцієнт

вітрильності, $V_{\text{вит}}$ – швидкість витання зернівки; $\rho_{\text{п}}$ – густина повітряного потоку; $V_p(x, y)$ – швидкість повітря в перетині каналу; $\bar{u}_p(x, y)$ – відносна швидкість зернівки; $V_a(x)$ – абсолютна швидкість зернівки.

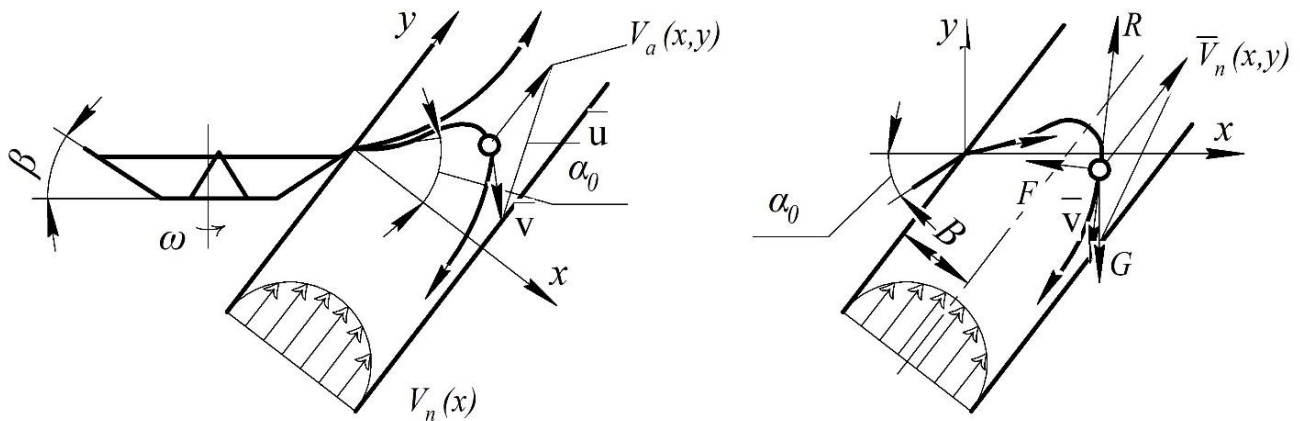


Рис. 5.19. Схема швидкостей та сил, що діють на зернівку в пневмоканалі

Прийmemo розподіл повітря в поперечному перетині за [77] у вигляді степеневої функції:

$$V(x) = V_{\text{max}} \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{\frac{1}{7}}, \quad (5.86)$$

де V_{max} – максимальна швидкість повітряного потоку на осі каналу;

x – координата, яка змінна в часі;

B – половина ширини каналу.

Враховуючи, що канал має кільцево-конічну форму (рис. 5.19) з розкриттям конуса вгору, швидкість повітря в напрямку руху буде зменшуватися. Прийmemo лінійний розподіл осьової швидкості повітря в каналі:

$$V_{\text{max}}(y) = a - b \cdot y, \quad (5.87)$$

де a, b – коефіцієнти лінійної апроксимації.

Розподіл швидкості повітря в каналі визначиться функцією

$$V(x, y) = (a - b \cdot y) \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{\frac{1}{7}}, \quad (5.88)$$

Відносна швидкість визначатиметься залежністю

$$\bar{u}_p(x, y) = \left[(a - b \cdot y) \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{\frac{1}{7}} \cdot \bar{i} - \bar{V} \right], \quad (5.89)$$

де $\bar{i}$ – одиничний вектор осі OY.

Значення поперечного градієнта швидкості повітря визначається як

$$\text{grad}_x u_y = \frac{du_y}{dx} = \frac{a-b \cdot y}{7 \cdot B^{\frac{1}{7}} \cdot x^{\frac{6}{7}}}. \quad (5.90)$$

Циркуляція вздовж колового контуру

$$\Gamma = \text{grad}_x u_y \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^2 = \frac{[a-b \cdot y] \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^2}{7 \cdot B^{\frac{1}{7}} \cdot x^{\frac{6}{7}}}, \quad (5.91)$$

де $r_{\text{ц}}$ – радіус еквівалентного циліндра, що моделює зернівку.

Підставляючи значення відносної швидкості та циркуляції у формулу для бокової сили (типу Жуковського), отримаємо вираз для її визначення:

$$\bar{F}_G = \frac{1}{7} \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^2 \cdot \rho_{\text{п}} \cdot \left[(a - b \cdot y) \cdot \left[\frac{x}{B} \right]^{\frac{1}{7}} \cdot \bar{i} - \bar{V} \right] \cdot \frac{a-b \cdot y}{B^{\frac{1}{7}} \cdot x^{\frac{6}{7}}}. \quad (5.92)$$

Для сферичної зернівки необхідно отриманий вираз (5.92) помножити на перпендикулярний розмір сферичної зернівки [77], який для сфери дорівнює $\frac{4}{3}r_{ц}$.

Силу Магнуса не враховуємо через малу довжину каналу (без зовнішнього імпульсу зернівка самотійно не набере обертів).

Для визначення траєкторій руху зернівки в каналі на основі моделі силової взаємодії її з потоком повітря можна записати диференціальне рівняння руху зернівки у векторній формі:

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = \vec{R} + \vec{G} + \vec{F}_G, \quad (5.93)$$

де $\vec{V} = \vec{u}_p(x, y) + \vec{V}(x, y)$.

Проектуючи сили, що діють на осі ОХ та ОУ, рівняння (5.93) запишеться в координатному вигляді:

$$m \frac{dV_x}{dt} = R_x + G_x + F_{Gx} = G_x - R \cdot \sin \alpha - F_G \cdot \cos \alpha; \quad (5.94)$$

$$m \frac{dV_y}{dt} = R_y + G_y + F_{Gy} = G_y + R \cdot \cos \alpha - F_G \cdot \sin \alpha, \quad (5.95)$$

де $\sin \alpha = \frac{\dot{x} - V(x, y) \cdot \cos \beta}{u}$; $\cos \alpha = \frac{\dot{y} + V(x, y) \cdot \sin \beta}{u}$;

$u = \sqrt{[\dot{x} - V(x, y) \cdot \cos \beta]^2 + [\dot{y} + V(x, y) \cdot \sin \beta]^2}$.

Проекції визначених сил на координатні осі ОХ, ОУ матимуть такий вигляд:

$$G_x = 0; \quad G_y = -mg; \quad (5.96)$$

$$R_x = -m \cdot k_V \cdot \left[\frac{dx(t)}{dt} - V(x, y) \cdot \cos \beta \right] \cdot \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} - V(x, y) \cdot \cos \beta \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V(x, y) \cdot \sin \beta \right)^2} \quad (5.97)$$

$$R_y = m \cdot k_V \cdot \left[\frac{dy(t)}{dt} + V(x, y) \cdot \sin \beta \right] \cdot \sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} - V(x, y) \cdot \cos \beta \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V(x, y) \cdot \sin \beta \right)^2} \quad (5.98)$$

$$F_{Gx} = k_G \cdot \frac{\frac{dy(t)}{dt} + V(x, y) \cdot \sin \beta}{\sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} - V(x, y) \cdot \cos \beta \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V(x, y) \cdot \sin \beta \right)^2}}; \quad (5.99)$$

$$F_{Gy} = k_G \cdot \frac{\frac{dx(t)}{dt} - V(x, y) \cdot \cos \beta}{\sqrt{\left(\frac{dx(t)}{dt} - V(x, y) \cdot \cos \beta \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} + V(x, y) \cdot \sin \beta \right)^2}}; \quad (5.100)$$

$$k_G = \frac{4}{21} \cdot \pi \cdot r_{\text{ц}}^3 \cdot \rho_{\text{п}} \cdot \frac{a-b \cdot y}{B^{\frac{1}{7}} \cdot x^{\frac{6}{7}}}. \quad (5.101)$$

Початкові умови для цієї системи диференціальних рівнянь мають такий вигляд:

$$t = 0; x(0) = 0; y(0) = 0; \frac{dx(t)}{dt} = V_0 \cdot \cos \alpha_0; \frac{dy(t)}{dt} = V_0 \cdot \sin \alpha_0; \quad (5.102)$$

Величини початкової швидкості V_0 (швидкості введення зернівки в повітряний потік) та кута введення α_0 залежать від конструкції ротаційного розкидача та його кінематичних параметрів.

У роботі М. В. Сліпченка [163] у відцентрово-пневматичному сепараторі СВС-25 використано тарілчастий розкидач, який скомпонований із пневмоканалом за схемою на рисунках 5.7, в) та 5.7, г). Форму поверхні такого розкидача можна представити як параболоїд обертання. Для надання зернівкам початкового обертового руху на його дні розміщують радіальні лопаті.

Розглядаючи рух зернівки по поверхнях (конус із лопатками – параболоїд обертання) розкидача в декартових прямокутних координатах OXYZ, визначимо сили, які діють на зернівку на поверхні параболічного розкидача, який обертається навколо вертикальної осі OZ із постійною кутовою швидкістю ω .

Зернівка рухається під дією сили тяжіння $\bar{G}$, нормальної реакції поверхні розкидача $\bar{N}$, сили опору тертям $\bar{F}_T$, переносної сили інерції від обертального руху розкидача $\bar{F}_{\text{ВЦ}}$, сили Коріоліса $\bar{F}_K$ та сили опору повітряному середовищу $\bar{R}$.

Отже, диференціальне рівняння руху зернівки по поверхні у векторній формі записується в такому вигляді:

$$m \frac{d\bar{V}}{dt} = \bar{G} + \bar{N} + \bar{R} + \bar{F}_T + \bar{F}_{\text{ВЦ}} + \bar{F}_K. \quad (5.103)$$

Поверхня розкидача (параболоїд обертання) в декартовій системі координат задана функцією

$$\Phi(x, y, z) = z - b \cdot x^2 - b \cdot y^2 = 0, \quad (5.103)$$

де b – константа, що визначає кривизну в площинах $x - z$ і $y - z$, відповідно.

Спроектуємо (5.103) на осі координат OXYZ, зв'язаних із розкидачем – поверхнею параболоїда. Проекції сил $\bar{F}_{\text{ВЦ}}$, $\bar{F}_K$ та напрямні косинуси для проектування сил $\bar{G}$, $\bar{F}_T$ визначаються за аналогією розділу 4.

Визначимо значення напрямного косинуса $\cos(\bar{N}, \bar{n}_{01})$ за аналогією із [4] і відповідні частинні похідні та модуль градієнта функції $\Phi(x, y, z)$:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Phi}{\partial x} = -2bx; \frac{\partial \Phi}{\partial y} = -2by; \frac{\partial \Phi}{\partial z} = 1 \\ \nabla \Phi = \sqrt{\left[\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right]^2 + \left[\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right]^2 + \left[\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right]^2} = \sqrt{4b^2(x^2 + y^2) + 1} \end{cases} \quad (5.105)$$

Напрямні косинуси швидкості зернівки:

$$\cos(V_x, V) = \frac{V_x}{V}; \quad (5.106)$$

$$\cos(V_y, V) = \frac{V_y}{V}; \quad (5.107)$$

$$\cos(V_z, V) = \frac{V_z}{V} \cos(V_z, V) = \frac{V_z}{V}, \quad (5.108)$$

де $\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} = V$; $\dot{x} = V_x = \frac{dx}{dt}$; $\dot{y} = V_y = \frac{dy}{dt}$; $\dot{z} = V_z = \frac{dz}{dt}$.

Сила опору $\bar{R} = m \cdot k_V \cdot \bar{V}^2$, проекції якої на осі ОХ, ОУ, ОZ мають вигляд:

$$R_x = -m \cdot k_V \cdot V^2 \cdot \frac{V_x}{V}; \quad (5.109)$$

$$R_y = -m \cdot k_V \cdot V^2 \cdot \frac{V_y}{V}; \quad (5.110)$$

$$R_z = -m \cdot k_V \cdot V^2 \cdot \frac{V_z}{V}. \quad (5.111)$$

Підсумовуючи проекції сил на осі ОХ, ОУ, ОZ з урахуванням (5.104) та (5.105) за аналогією із [4], остаточно сформулюється математична модель руху зернівки по ротаційній поверхні у формі параболоїда обертання з вертикальною віссю:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = 2 \cdot \omega \cdot \frac{dx}{dt} + x \cdot [\omega]^2 - k_V \cdot \frac{\frac{dx}{dt}}{\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}} - \frac{N}{m} \cdot \left[\frac{2 \cdot x \cdot b}{\sqrt{4bz+1}} + \frac{f \cdot \frac{dx}{dt}}{\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}} \right] \\ \frac{d^2y}{dt^2} = -2 \cdot \omega \cdot \frac{dy}{dt} + y \cdot [\omega]^2 - k_V \cdot \frac{\frac{dy}{dt}}{\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}} - \frac{N}{m} \cdot \left[\frac{2 \cdot y \cdot b}{\sqrt{4bz+1}} + \frac{f \cdot \frac{dy}{dt}}{\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}} \right] \\ \frac{d^2z}{dt^2} = -g - k_V \cdot \frac{\frac{dz}{dt}}{\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}} + \frac{N}{m} \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{4bz+1}} + \frac{f \cdot \frac{dz}{dt}}{\sqrt{\left[\frac{dx}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dy}{dt}\right]^2 + \left[\frac{dz}{dt}\right]^2}} \right] \\ z - b \cdot x^2 - b \cdot y^2 = 0 \end{cases} \quad (5.112)$$

Для визначення нормальної реакції поверхні $\bar{N}$ скористуємося методикою П. М. Василенка [36].

Диференціюючи рівняння зв'язку (поверхні параболоїду), отримаємо

$$\begin{aligned}\frac{d[\Phi(t)]}{dt} &= \frac{dz(t)}{dt} - 2B \left[x(t) \frac{dx(t)}{dt} + y(t) \frac{dy(t)}{dt} \right] = 0; \\ \frac{d^2[\Phi(t)]}{dt^2} &= \frac{d^2z(t)}{dt^2} - 2B \left[\left(\frac{dx(t)}{dt} \right)^2 + \left(\frac{dy(t)}{dt} \right)^2 + x(t) \frac{d^2x(t)}{dt^2} + y(t) \frac{d^2y(t)}{dt^2} \right] = 0. \quad (5.112, a) \\ \dot{\Phi}(t) &= \dot{z}(t) - 2B \cdot [x(t) \cdot \dot{x}(t) + y(t) \cdot \dot{y}(t)] = 0; \\ \ddot{\Phi}(t) &= \ddot{z}(t) - 2B \cdot [\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + x(t) \cdot \ddot{x}(t) + y(t) \cdot \ddot{y}(t)] = 0\end{aligned}$$

Підставляємо в рівняння (5.112). З розв'язку отриманих рівнянь визначається величина N .

$$\begin{cases} \ddot{x} = -\frac{N}{m} \left[\frac{2bx}{\sqrt{4bx+1}} + \frac{f\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] + \omega^2 x + 2\omega\dot{y} - k_v\dot{x}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \\ \ddot{y} = -\frac{N}{m} \left[\frac{2by}{\sqrt{4by+1}} + \frac{f\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] + \omega^2 y + 2\omega\dot{x} - k_v\dot{y}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \\ \ddot{z} = \frac{N}{m} \left[\frac{1}{\sqrt{4bz+1}} - \frac{f\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \right] - g - k_v\dot{z}\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2} \end{cases}$$

$$\dot{z} - b(\dot{x}^2 + \dot{y}^2) = 0$$

Умова безвідривного режиму руху: $N > 0$.

Рівняння зв'язку: $\Phi(t) = z(t) - B \cdot (x(t)^2 + y(t)^2) = 0$, $B = \frac{1}{2 \cdot b^2}$

Початкові умови будуть:

$$t = 0; x(0) = x_0; y(0) = y_0; z(0) = z_0; \frac{dx}{dt} = V_{x0}; \frac{dy}{dt} = V_{y0}; \frac{dz}{dt} = V_{z0}, \quad (5.113)$$

де x_0, y_0, z_0 – початкові координати зернівки;

V_{x0}, V_{y0}, V_{z0} – початкові значення проєкцій швидкості зернівки.

Диференціюємо рівняння зв'язку:

$$\begin{aligned}
N = & \left(g + 2 \cdot B \cdot \omega^2 \cdot x(t)^2 + 2 \cdot B \cdot \omega^2 \cdot y(t)^2 + 4 \cdot B \cdot \omega \cdot y(t) \cdot \dot{x}(t) + 2 \cdot B \right. \\
& \cdot \dot{x}(t)^2 + 4 \cdot B \cdot \omega \cdot x(t) \cdot \dot{y}(t) + 2 \cdot B \cdot \dot{y}(t)^2 - 2 \cdot B \cdot k_v \cdot x(t) \cdot \dot{x}(t) \\
& \cdot \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2} - 2 \cdot B \cdot k_v \cdot y(t) \cdot \dot{y}(t) \\
& \cdot \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2} + k_v \cdot \dot{z}(t) \cdot \sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2} \Big) \\
& / \left(\frac{2 \cdot B \cdot x(t) \cdot \left(\frac{2 \cdot B \cdot x(t)}{\sqrt{1 + 4 \cdot B \cdot x(t)}} \right) + \frac{f \dot{x}(t)}{\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2}}}{m} \right. \\
& + \frac{2 \cdot B \cdot y(t) \cdot \left(\frac{2 \cdot B \cdot y(t)}{\sqrt{1 + 4 \cdot B \cdot y(t)}} \right) + \frac{f \dot{y}(t)}{\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2}}}{m} \\
& \left. + \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{1 + 4 \cdot B \cdot x(t)}} \right) + \frac{f \dot{z}(t)}{\sqrt{\dot{x}(t)^2 + \dot{y}(t)^2 + \dot{z}(t)^2}}}{m} \right)
\end{aligned}$$

Для визначення умови початку стійкого руху зернівки вгору приймемо, що нижня частина розкидача виконана конусом із кутом розкриття 2θ . Тоді мінімальний радіус r_0 визначиться з нерівності:

$$r_0 \geq \frac{g \cdot (1 + f \cdot \tan \theta)}{\omega^2 \cdot (\tan \theta - f)}, \quad (5.114)$$

де f – коефіцієнт тертя.

Якщо на конусній поверхні встановлені лопатки для надання зернівкам початкового обертального руху, величина визначиться кутом розкриття конусної частини ($\alpha_0 = 90 - \theta$), за умови $x_0 = y_0 = r_0$, а швидкість переходу на параболоїдну поверхню – розв'язком рівняння (5.112).

Іноді в дослідженнях ротаційних розкидачів із конічною поверхнею для спрощення розрахунків приймають припущення про рух зернівки, що

відбувається вздовж твірної, а опір середовищу, пропорційний швидкості руху. У цьому разі використовують рівняння

$$\frac{d^2r}{dt^2} = \omega^2 \cdot r \cdot \sin \theta \cdot [\sin \theta - f \cdot \cos \theta] - k_V \cdot \left[\frac{dr}{dt} \right]^2 - g \cdot [f \cdot \sin \theta + \cos \theta], \quad (5.115)$$

розв'язок якого відомий:

- зміна переміщення зернівки в часі запишеться рівнянням

$$r(t) = C_1 \cdot e^{\gamma_1 \cdot t} + C_2 \cdot e^{\gamma_2 \cdot t} + \frac{D}{C}, \quad (5.116)$$

де $\gamma_{1,2} = -k_V \pm 0,5 \cdot \sqrt{k_V^2 - 4 \cdot \omega^2 \cdot \sin \theta \cdot [\sin \theta - f \cdot \cos \theta]}$;

$D = -g \cdot [f \cdot \sin \theta + \cos \theta]$; $C = \omega^2 \cdot \sin \theta \cdot [\sin \theta - f \cdot \cos \theta]$;

$$C_1 = -\frac{\gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2} \cdot \left[r_0 - \frac{D}{C} \right]; \quad C_2 = \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - \gamma_2} \cdot \left[r_0 - \frac{D}{C} \right];$$

- зміна швидкості переміщення зернівки в часі запишеться рівнянням

$$\frac{dr(t)}{dt} = \gamma_1 \cdot C_1 \cdot e^{\gamma_1 \cdot t} + \gamma_2 \cdot C_2 \cdot e^{\gamma_2 \cdot t}. \quad (5.117)$$

Рівняння (5.116) та (5.117) дозволяють визначити графічно залежність швидкості $\frac{dr(t)}{dt} = V$, за якої зернівка переходить на поверхню параболоїда від координати $r = r_k$ (де r_k – радіус конуса).

5.6 Математичний опис процесів переміщення зерна у відцентрово-пневматичному сепараторі з ротаційним розкидачем, форма якого виконана у вигляді нахилених лопатевих поверхонь

У роботі В. О. Швиді [197] для визначення просторової траєкторії руху компонентів зернового матеріалу у вертикальному циліндричному аспіраційному каналі з подачею матеріалу в повітряний потік відцентровим розкидачем розроблена тривимірна математична модель процесу руху зернівки, яка в проекціях на прямокутні осі координат OXYZ (рис. 5.20) має вигляд системи диференціальних рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{dv_x}{dt} = -\frac{g}{v_{\text{ВИТ}}^2} \cdot v_x \cdot \sqrt{\left[\frac{u}{\varepsilon} - v_z\right]^2 + v_x^2 + v_y^2} \\ \frac{dv_y}{dt} = -\frac{g}{v_{\text{ВИТ}}^2} \cdot v_y \cdot \sqrt{\left[\frac{u}{\varepsilon} - v_z\right]^2 + v_x^2 + v_y^2} \\ \frac{dv_z}{dt} = \frac{g}{v_{\text{ВИТ}}^2} \cdot \left[\frac{u}{\varepsilon} - v_z\right] \cdot \sqrt{\left[\frac{u}{\varepsilon} - v_z\right]^2 + v_x^2 + v_y^2} - g \end{cases}, \quad (5.118)$$

де u_x , u_y , u_z – проекції абсолютної швидкості руху частинки на осі координат x , y , z , відповідно, м/с;

$v_{\text{ВИТ}}$ – швидкість витання компонентів;

u – швидкість повітря (висхідний потік);

ε – порозність зернового матеріалу в каналі;

$v_{\text{ВИТ}}$ – початкова швидкість введення матеріалу в повітряний потік, м/с;

g – прискорення вільного падіння.

Для частинки, швидкість витання якої менше швидкості повітряного потоку: $u_{\text{ВИТ}} < u$ значення $\bar{u}$, порозність ε фактично дорівнює 1, тому що легка частинка миттєво покидає зерновий шар.

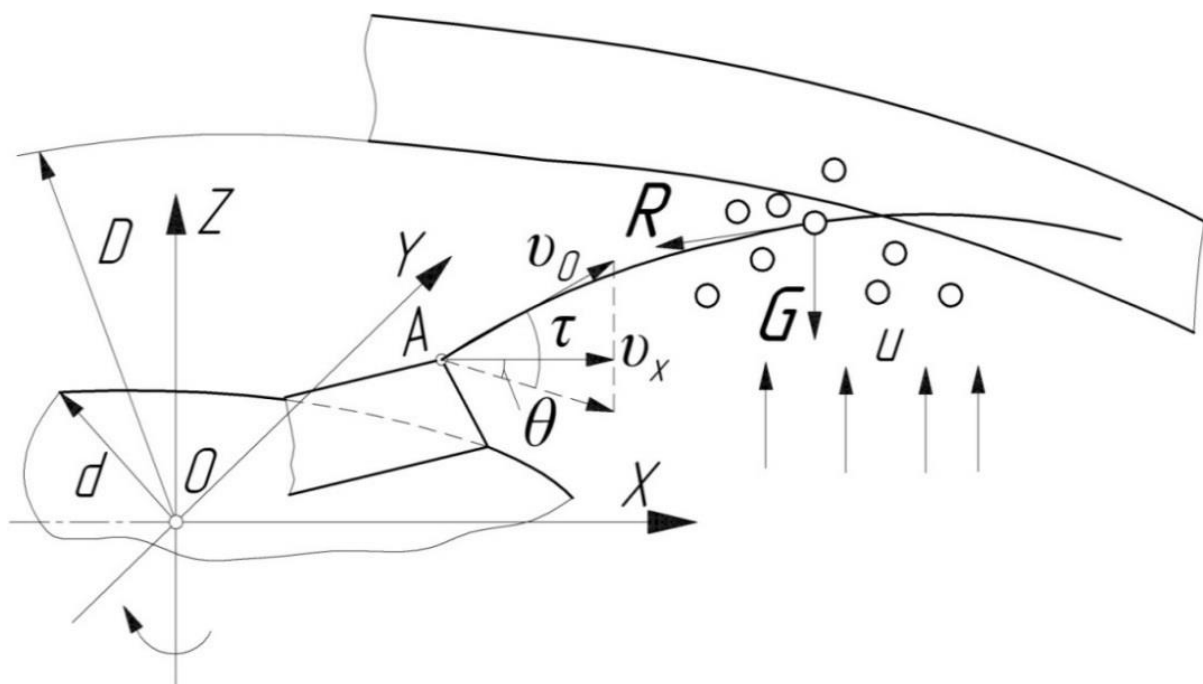


Рис. 5.20. Схема дії сил на зернівку, що рухається в повітряному потоці [197]

Розв'язок системи диференціальних рівнянь (5.118) не виражається через елементарні функції. Тому скористаємося чисельним методом Рунге-Кутта 4 порядку, що реалізується функцією Odesolve пакету програм MathCad.

Рішення системи диференціальних рівнянь виконувалися за таких початкових умов: $u_y = u_0 \cdot \cos(\tau) \cdot \sin(\theta)$; $u_x = u_0 \cdot \cos(\tau) \cdot \cos(\theta)$; $u_z = u_0 \cdot \sin(\tau)$, де u_0 – початкова швидкість вводу матеріалу в повітряний потік, м/с; θ, τ – напрямні кути початкової швидкості, град.

Розв'язок представлений у вигляді просторових траєкторій руху фракцій (рис. 5.21) в об'ємі аспіраційного каналу при таких параметрах: $u = 7$ м/с; $\varepsilon = 0,8$ і швидкостях витання фракцій: $u_{\text{вит}} = 11$ м/с – важка фракція; $u_{\text{вит1}} = 2,5$ м/с – легка фракція та умовах вводу в повітряний потік: $u_0 = 2,7$ м/с; $\theta = 5$ град; $\tau = 15$ град.

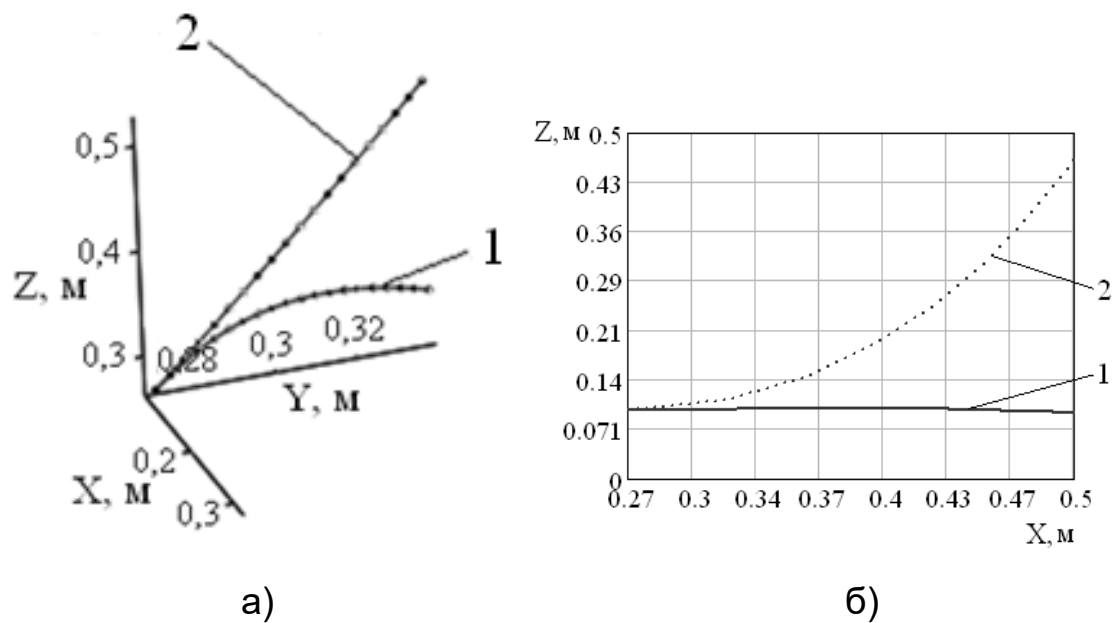
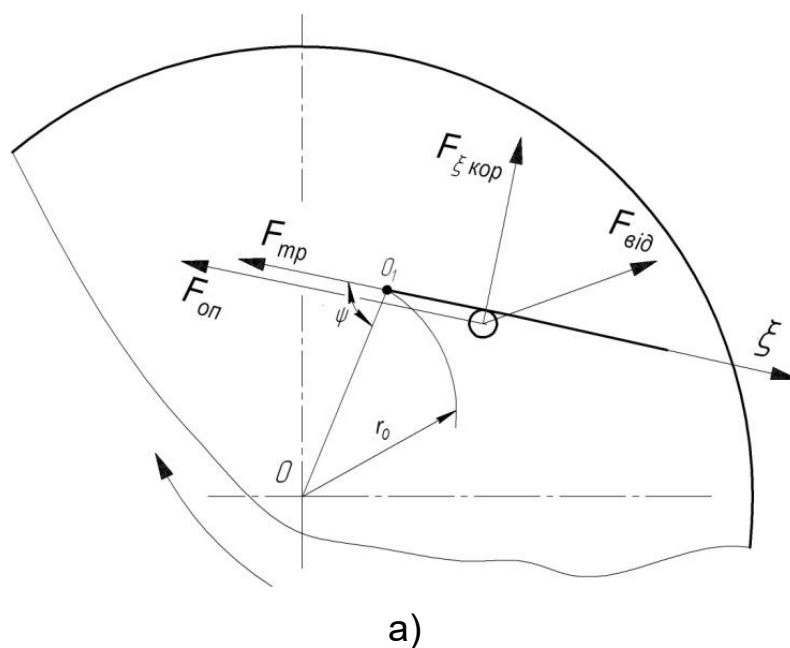
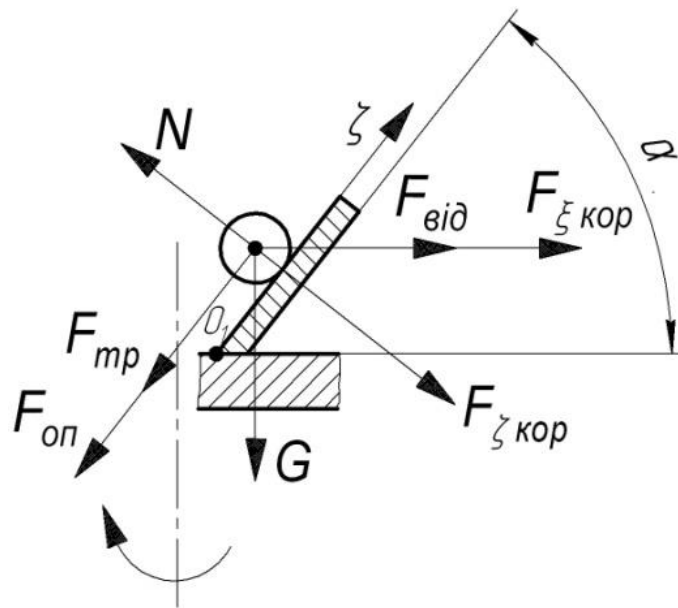


Рис. 5.21. Просторова траєкторія руху фракцій (а) та траєкторія руху в площині ZX (б) у висхідному повітряному потоці [197]:

1 – траєкторія руху важкої фракції; 2 – траєкторія руху легкої фракції

Для визначення початкових умов введення в повітряний потік (u_0, θ, τ) розглянемо рух зернівки по відцентровому робочому органу з похилою поверхнею лопаток у плоскій системі координат (рис. 5.22).





б)

Рис. 5.22. Схема дії сил на зернівку:

а) – уздовж стінки секторної лопатки;

б) – уперек стінки секторної лопатки

Рух зернівки по поверхні відцентрового робочого органу розглянемо у двох напрямках: уздовж стінки лопатки і вперек лопатки.

Диференціальні рівняння руху в проєкціях на осі ξ та ζ , як наведено на рисунку 5.22, приймають вигляд:

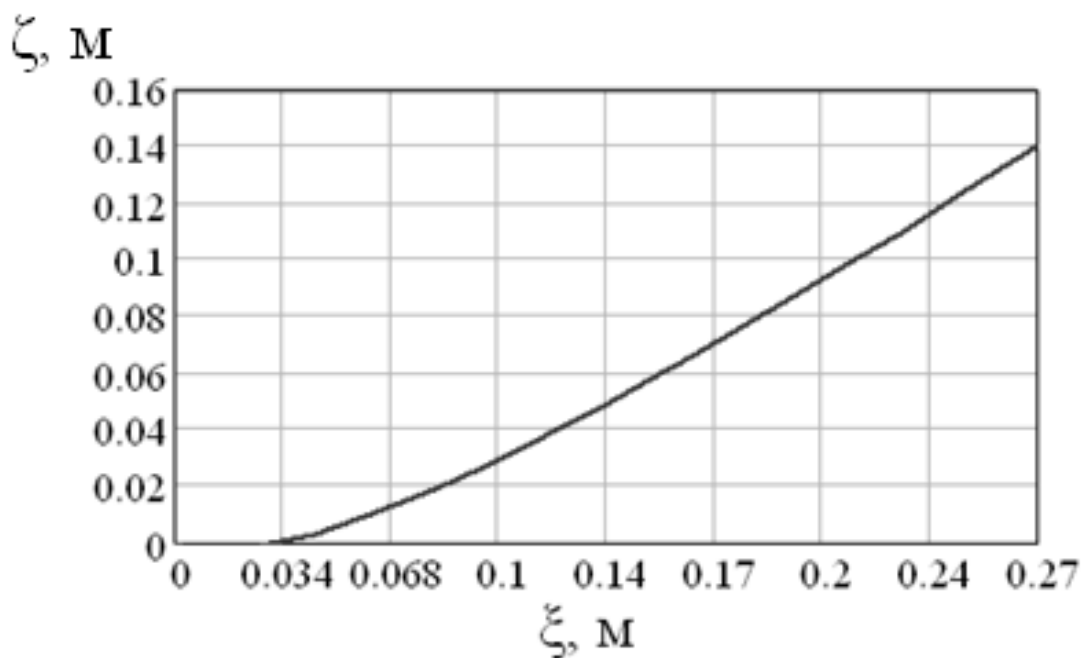
$$\begin{cases} \frac{d^2}{dt^2} \xi(t) + 2 \cdot f \cdot \omega \cdot \frac{d}{dt} \xi(t) - \omega^2 \cdot \xi(t) + \frac{g}{v_{\text{БІТ}}^2} \cdot \left(\frac{d}{dt} \xi(t) \right)^2 = \\ \quad = r_0 \cdot \omega^2 \cdot \frac{\cos(\psi_0 - \chi)}{\cos \chi} - f \cdot g \\ \frac{d^2}{dt^2} \zeta(t) = r_0 \cdot \omega^2 \cdot \sin \Psi_0 \cdot \cos \alpha + 2 \cdot \omega \cdot \frac{d}{dt} \xi(t) \cdot \cos \alpha - \\ - 2 \cdot f \cdot \omega \cdot \frac{d}{dt} \zeta(t) - \frac{g}{v_{\text{БІТ}}^2} \cdot \left(\frac{d}{dt} \zeta(t) \right)^2 - g \cdot \sin \alpha - f \cdot g \cdot \cos \alpha \end{cases}, (5.119)$$

де $\xi(t)$, $\zeta(t)$ – залежності переміщення частинки від часу вздовж і вперек поверхні лопатки, відповідно, м;

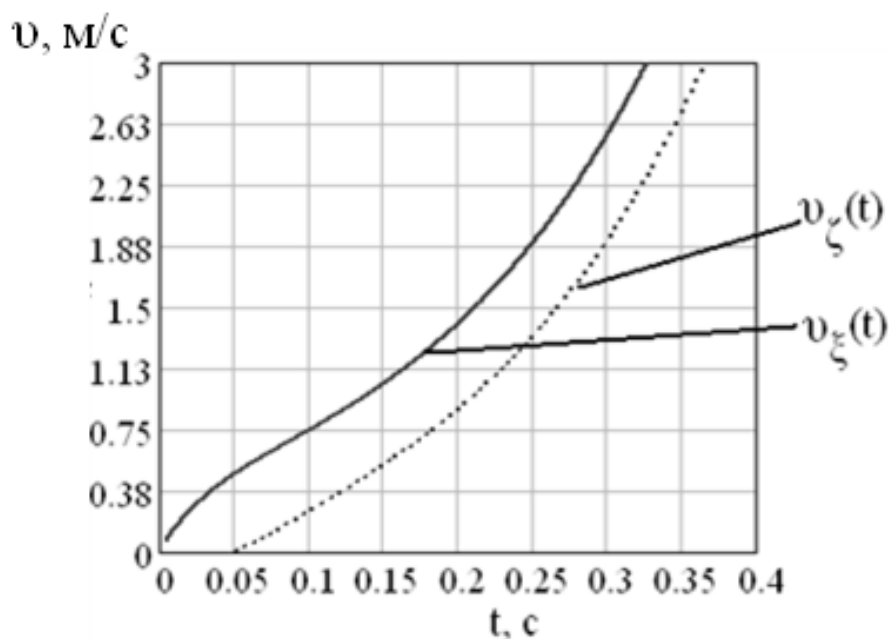
f – коефіцієнт тертя частинки по поверхні відцентрового робочого органу;
 ω – кутова швидкість обертання відцентрового робочого органу, рад/с;
 r_0 – відстань початку секторної лопатки від центр диска, м;
 ψ_0 – початкове значення кута ψ , град; ψ – кут між радіальним напрямком і поверхнею секторної лопатки, град;
 χ – кут тертя, град.

Рішення системи диференціальних рівнянь виконувалися за значень переміщень і швидкостей при $t = 0$ вздовж осей ξ та ζ , які дорівнюють нулю, та кутової швидкості обертання відцентрового робочого органу $\omega = 13,6$ рад/с.

На рисунку 5.23 представлено розв'язок системи диференціальних рівнянь (5.119) у вигляді графічних залежностей швидкостей руху зернівки вздовж $u_\xi(t)$ та впоперек $u_\zeta(t)$ стінки секторної лопатки від часу та траєкторії руху зернівки по її поверхні, які були отримані за допомогою пакета програм MathCad і блока Odesolve.



a)



б)

Рис. 5.23. Траєкторії руху зернівки на поверхні секторної лопатки (а) та графічні залежності швидкості руху зернівки вздовж $u_{\xi}(t)$ та впоперек $u_{\zeta}(t)$ стінки секторної лопатки від часу t (б)

Отримано чисельні розв'язки, які дають можливість знайти значення початкової швидкості u_0 і напрямних кутів γ , τ (рис. 5.24):

$$u_0 = \sqrt{u_{\text{від}}^2 + \frac{d^2 \cdot \omega^2}{4}}, \quad (5.120)$$

$$\tau = \arcsin \frac{u_{\zeta} \cdot \sin \alpha}{u_0}, \quad (5.121)$$

$$\gamma = \arccos \frac{\frac{d^2 \cdot \omega^2}{4} + (u_0 \cdot \cos \tau)^2 - u_{\xi}^2}{d \cdot \omega \cdot u_0} \quad (5.122)$$

де $u_{\text{від}}$ – відносна швидкість руху частинки, м/с.

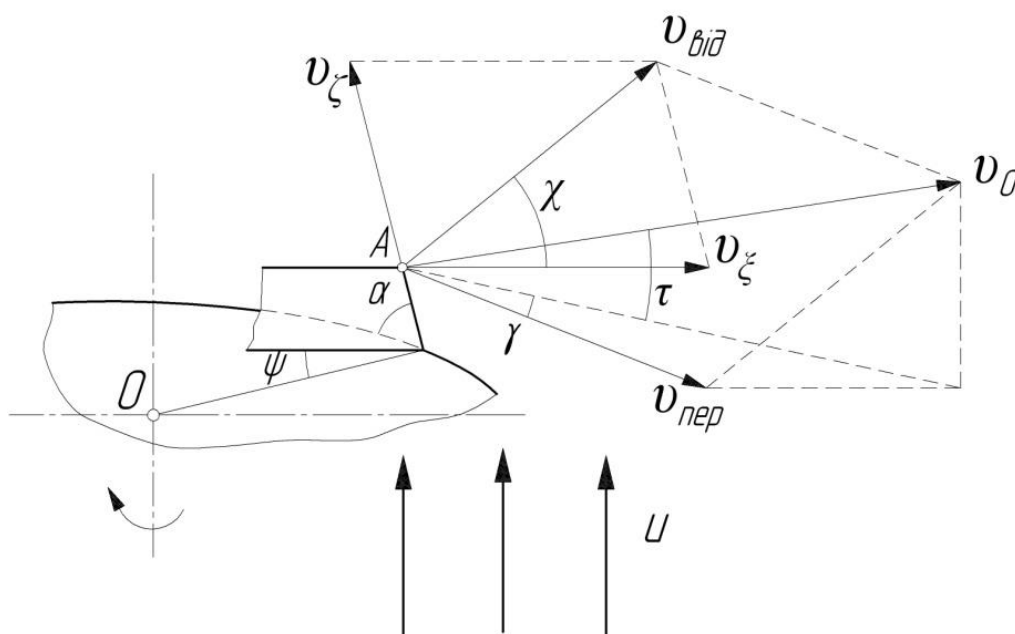


Рис. 5.24. Схема для визначення напрямних косинусів вектора початкової швидкості введення зернового матеріалу [197]

Отже, отримана детермінована математична модель дає можливість визначити початкові умови введення зернового матеріалу у висхідний повітряний потік (u_0 , γ , τ) залежно від конструкційно-режимних параметрів: d , ω , α , ψ відцентрового робочого органу.

Рішення системи диференціальних рівнянь (5.118) та (5.119) дає можливість визначити параметри установки елементів відцентрового робочого органу k_{min} (рис. 5.25).

Мінімальне значення кроку установки секторних лопаток по гвинту:

$$k_{min} = h_{min} \cdot k_t, \quad (5.123)$$

де h_{min} – мінімальна товщина зернового шару, за якої забезпечується ефективний процес сепарації, м;

k_t – коефіцієнт підйому траєкторії частинки зернової суміші, що дорівнює відношенню координати Z (рис. 5.19, а) в зоні розділення до початкової координати вводу в момент часу $t = 0$.

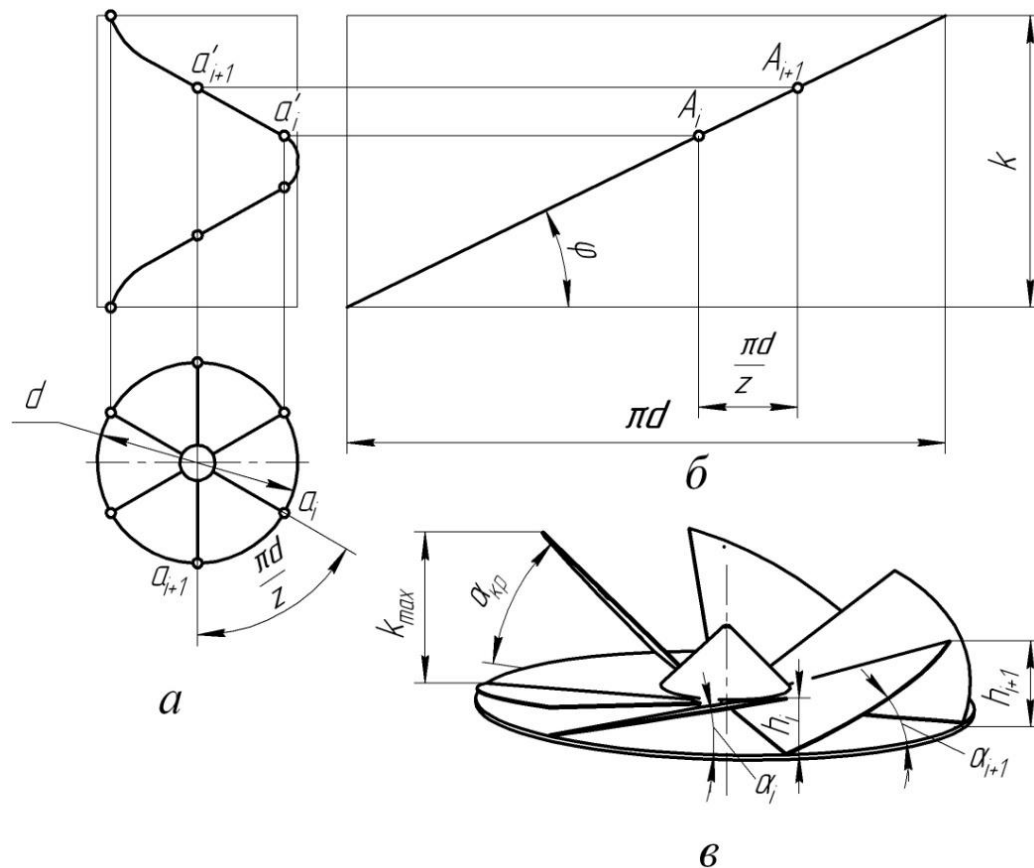


Рис. 5.25. Схема побудови (а), розгортки гвинтової лінії (б) та установки секторних лопаток по гвинтовій лінії (в) [197]

Наведені математичні моделі наявних та проектуємих конструкційних схем пневовідцентрових сил дозволяють розрахувати (побудувати чисельними методами з використанням типових програмних середовищ) траєкторії переміщення частинок, які різняться аеродинамічними властивостями, й на їхній основі визначити доцільність та ефективність сепарації конкретних зернових матеріалів на апаратах наведених технологічних схем (якими не обмежуються можливі, більш досконалі, схеми сепараторів зерна).

6. ОСНОВИ ТЕОРІЇ ПНЕВМАТИЧНОГО СЕПАРУВАННЯ ЗЕРНОВИХ МАТЕРІАЛІВ У ПСЕВДОЗРІДЖЕНОМУ ШАРІ

6.1 Математична модель процесу розділення компонентів зернових матеріалів у псевдозрідженому шарі

Такий спосіб розділення зернових матеріалів на дві або три частини (фракції) ефективний у тому разі, коли компоненти суттєво різняться за швидкістю витання зернівок, наприклад для очищення зерна від легких домішок [51], пилових частинок. Крім цього, сепарацію в псевдозрідженому (завислому) шарі застосовують для попередньої підготовки зернового шару перед подачею в повітряні канали або інші робочі органи зерносепарувальних машин у спосіб розшарування зернового потоку повітря [32, 147, 148, 159, 185,].

Одними з важливих факторів, що характеризують ступінь розділення зернового матеріалу в середині шару, є час переміщення зернівок, швидкість переміщення та довжина шляху «спливних» або «занурених» зернівок (спливна зернівка – більш легка за своєю густиною, занурена – зернівка, що більш виповнена та має більшу густину).

Якщо скористатися аналогією між псевдозрідженим шаром зернового матеріалу та крапельною рідиною [51, 147] і прийняти частинку (зернівку) за тверду кулю радіусом r_k , то, використовуючи вертикальну систему відліку OZ в напрямку висхідного повітряного потоку, рух частинки можна визначити диференціальним рівнянням у векторній формі [147, 148]:

$$m \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_a + \vec{F}_T + \vec{F}_\Pi - \vec{F}_g, \quad (6.1)$$

де $\vec{F}_a$ – сила Архімеда,

$$\bar{F}_a = \frac{4}{3}\pi r_k^3 \rho_{sh} \bar{g},$$

ρ_{sh} – щільність шару матеріалу;

$\bar{F}_T$ – сила тертя частинки в середовищі за законом Стокса,

$$\bar{F}_T = 6\pi\mu r_k \bar{V},$$

μ – коефіцієнт динамічної в'язкості середовища;

V – швидкість переміщення частинки;

$\bar{F}_\Pi$ – сила опору повітряного потоку,

$$\bar{F}_\Pi = P\pi r_k^2;$$

P – тиск повітря в шарі;

$\bar{F}_g$ – сила тяжіння,

$$\bar{F}_g = m\bar{g} = \frac{4}{3}\pi r_k^3 \rho_r \bar{g}, \rho_{sh}$$

ρ_r – густина зернівки.

Після інтегрування рівняння (6.1) отримано залежність швидкості переміщення частинки від часу перебування в шарі матеріалу:

$$V(t) = \frac{2}{9} \frac{r}{\mu} [rg(\rho_{sh} - \rho_r) - P] \left(1 - e^{-\frac{6\pi\mu r t}{m}}\right). \quad (6.2)$$

За умови $\rho_r > \rho_{sh}$; $V < 0$; частинка занурюється, а при $\rho_r < \rho_{sh}$; $V > 0$; частинка спливає.

Враховуючи, що $V = \frac{dz}{dt}$, повторним інтегруванням можна визначити зміну переміщення в часі $z(t)$ і, знаючи товщину шару зернової суміші, визначити час «спливання» або час «занурення» частинки. Процес розглядається на горизонтальній поверхні. У роботі також розглядається можливість інтенсифікації переміщення частинок у шарі зерна використанням пульсального повітряного потоку.

6.2 Моделювання розшарування компонентів зернового матеріалу в псевдозрідженому шарі

У роботі Ю. П. Борща [32] розглянуто математичну модель переміщення частинок зернового матеріалу в шарі зернового матеріалу на лускатій повітропроникній поверхні, нахиленої до горизонту на кут θ (рис. 6.1).

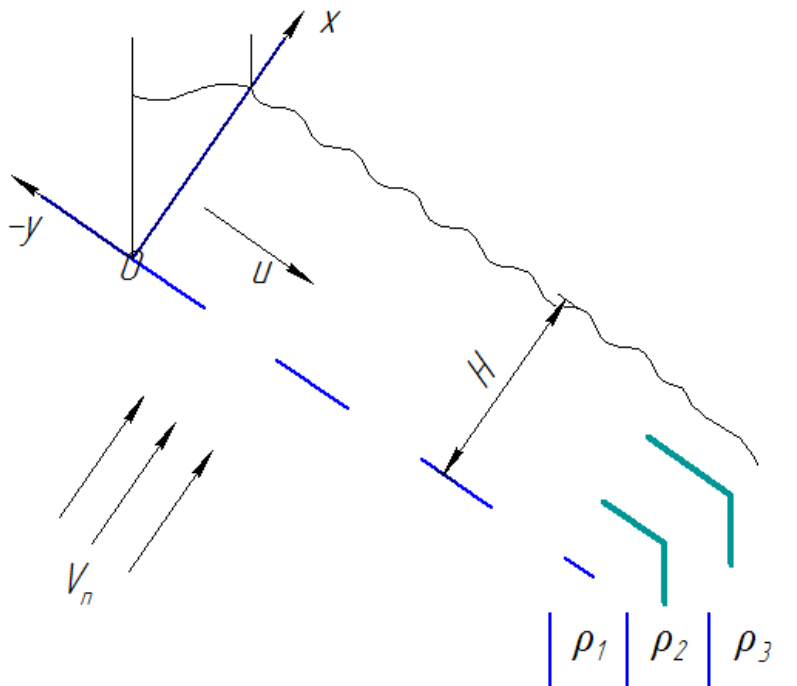


Рис. 6.1. Схема установки лабораторного пневмосепаратора [32]

У першому наближенні використано рівняння Ланжевена руху частинки домішок під дією гравітації та записані у вигляді [32]:

$$\begin{cases} \frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{18\mu_0}{\rho_p d_p^2} \left[u - \frac{dx(t)}{dt} \right] + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_p} \right) g \cos \theta + \xi_x, \\ \frac{d^2y(t)}{dt^2} = \frac{18\mu_0}{\rho_0 d_p^2} \left[-\frac{dy(t)}{dt} \right] + \left(1 - \frac{\rho_0}{\rho_p} \right) g \sin \theta + \xi_y. \end{cases}, \quad (6.3)$$

де $x(t), y(t)$ – координати переміщення в прямокутній системі, t – час;
 μ_0 – в'язкість псевдозрідженого шару за малих швидкостей зсуву;
 ρ_0, ρ_p – густина частинки і дисперсного середовища;
 d_p – еквівалентний діаметр частинки;
 $x(t), y(t)tu$ – швидкість переміщення шару матеріалу.

$$u(y) = \frac{\rho \cdot g \cdot H \sin \theta}{\mu_0} \left[\beta + \frac{H}{2} \left(1 - \left[1 - \frac{y}{H} \right]^2 \right) \right], \quad (6.7)$$

де $Hu(y)$ – профіль швидкості руху шару зернового матеріалу, який спрощено визначено за рівнянням;

H – висота шару зернового матеріалу.

Відмітимо, що прирівнюючи рівняння $w(\varepsilon)$ (6.4) та отримане рівняння за умови $\frac{d^2x(t)}{dt^2} = \frac{d^2y(t)}{dt^2} = 0$ до значення виразу:

$$w = \frac{d_p^2 [\rho_p - \rho_0]}{18\mu_0} g, \quad (6.8)$$

можна визначити значення коефіцієнтів в'язкості μ_0 :

$$\frac{d_p^2 [\rho_p - \rho_0]}{18\mu_0} g = w_0 \frac{1+k[1-\varepsilon_0]}{1+k[1-\varepsilon]},$$

звідки

$$\mu_0 = \frac{d_p^2 g [\rho_p - \rho_0] [1+k[1-\varepsilon]]}{18w_0 [1+k[1-\varepsilon_0]]}. \quad (6.9)$$

Отримані рівняння дозволяють визначити траєкторії переміщення частинок легких домішок, тобто частинок, які спливають у рухомому шарі зернового матеріалу як перед подачею в горизонтальний пневмоканал, так і в самостійному робочому органі для подачі зернового матеріалу за густиною відповідно до схеми рисунка 6.1 [185].

6.3 Математична модель нелінійної динаміки очищення зерна повітряним потоком на конусно-каскадній поверхні

У роботі М. В. Сліпченка [163], використовуючи рівняння збереження маси та руху суцільних середовищ, створено математичну модель нелінійної динаміки трифазного середовища «зерно – легкі домішки – повітряний потік» для процесу очищення зерна на конусно-каскадній поверхні, яка представлена такими рівняннями й записана в позначеннях автора [163]:

$$\ddot{x} = g \cos \beta + \frac{0,165}{\rho_2^0 a_2} \left\{ \begin{aligned} &V_x^{(3)} \cdot \sqrt{(V_x^{(3)})^2 + (V_y^{(3)})^2} + \\ &+ k_z (V_x^{(1)} - V_x^{(2)}) \sqrt{(V_x^{(1)} - V_x^{(2)})^2 + (V_y^{(1)} - V_y^{(2)})^2} \end{aligned} \right\}; \quad (6.10)$$

$$\begin{aligned} \ddot{y} = -g \sin \beta + \\ + \frac{0,165}{\rho_2^0 a_2} \left\{ \begin{aligned} &V_y^{(3)} \cdot \sqrt{(V_x^{(3)})^2 + (V_y^{(3)})^2} + \\ &+ k_z (V_y^{(1)} - V_y^{(2)}) \sqrt{(V_x^{(1)} - V_x^{(2)})^2 + (V_y^{(1)} - V_y^{(2)})^2} \end{aligned} \right\}, \end{aligned} \quad (6.11)$$

з початковими умовами:

$$x(0) = 0; y(0) = y_0; \dot{x}(0) = \dot{x}_0; \dot{y}(0) = 0; \quad (6.12)$$

з розподілом швидкості повітряного потоку в шарі у вигляді:

$$V^{(3)}(x) = V_x^{(3)} + V_y^{(3)} = V_{\Pi} \sin \alpha \frac{V_{\Pi} \cos \alpha}{\varepsilon_3(x)} = V_{\Pi} \sin \alpha \frac{V_{\Pi} \cos \alpha}{1 - \varepsilon_1(x)}, \quad (6.13)$$

з рівнянням для визначення об'ємної щільності:

$$\frac{d\varepsilon_1}{dx} = \left[\frac{0,165}{\rho_1^0 a_1} [V_{\Pi} \sin \alpha]^2 + g \sin \beta \right] \left[\frac{k_p}{\rho_1^0 \varepsilon_1} \frac{dF(\varepsilon_1)}{d\varepsilon_1} - \frac{Q_0^2}{\varepsilon_1} \right]^{-1}, \quad (6.14)$$

де α – кут нахилу вектора швидкості потоку до нормалі опорної повітропроникної поверхні;

β – кут нахилу опорної поверхні до горизонту;

$$F(\varepsilon_1) = \varepsilon_1 \frac{\left[\frac{\varepsilon_1^0}{\varepsilon_1} \right]^{\frac{1}{3}} - 1}{[1 - \varepsilon_1]^2};$$

$$Q_1 = \varepsilon_1 V_{\Pi} \sin \alpha = 0.64 \cdot V_{\Pi} \sin \alpha;$$

$$\varepsilon_1(0) = \varepsilon_1^0; \quad k_p = \frac{107}{1 - k_{ak}^2} \left[\frac{\rho_3^0}{\rho_1^0} \right]^2$$

$F(\varepsilon_1) = \varepsilon_1 \frac{\left[\frac{\varepsilon_1^0}{\varepsilon_1} \right]^{\frac{1}{3}} - 1}{[1 - \varepsilon_1]^2} k_{ak}$ – коефіцієнт акомодатії; k_z – феноменологічний коефіцієнт, що враховує відмінність сили Стокса для зерна від відповідної сили для повітряного потоку.

$\rho_1^0, \rho_2^0, \rho_3^0$ – щільність зерна, домішок і повітря;

a_1, a_2 – еквівалентні радіуси частинок зерна і домішок, відповідно;

$\varepsilon_{1,2}$ – їхні об'ємні щільності;

$V^{(1)}, V^{(2)}, V^{(3)}$ – складові швидкості зернової фази в криволінійній системі координат r, φ, n .

Результати розв'язку рівнянь (6.1)–(6.14) наведено в [163] у вигляді зміни швидкості частинок домішок ($a_1 = 0,001 \dots 0,0025$ м) за довжиною опорної поверхні.

6.4 Детермінована математична модель руху насіння по нахилений повітропроникній площині за продування повітряного потоку крізь шар псевдозрідженого матеріалу

У роботах Д. В. Богатирьова [26], М. М. Петренка, І. О. Скринніка та інших [148] розроблено моделі руху зернівок у шарі під дією пульсального потоку повітря.

Оскільки значення густини частинок 1, 2, 4 та 5 (які «впливають» на частинку 3) невідомі, то, підставляючи значення F_p в рівняння руху вздовж осі OZ, отримано [147]:

$$P_0 - N_3 = F_p \cdot \operatorname{tg} \gamma. \quad (6.16)$$

З виразів (6.14) і (6.15) отримано прискорення по осях:

$$a_{\alpha 1} = \frac{d^2 x}{dt^2} = \frac{(P - N_3) \operatorname{ctg} \gamma + F_p}{m_1 \left(\frac{\rho_3}{\rho_c} - 1 \right)}; \quad a_{z1} = \frac{d^2 z}{dt^2} = \frac{(P - N_3) + F_p \operatorname{tg} \gamma}{m_1 \left(\frac{\rho_3}{\rho_c} - 1 \right)} \quad (6.17)$$

і відповідно рівняння руху в проєкціях на осі:

$$z = V_{oz} t + \frac{a_z t^2}{2}; \quad x = V_{ox} t + \frac{a_x t^2}{2}, \quad (6.18)$$

де складові початкової швидкості:

$$V_{oz} = V_0 \sin \alpha, \quad V_{ox} = V_0 \cos \alpha, \quad V_0 = \frac{4 \rho_c V_\phi}{(\rho_3 + \rho_c)}.$$

Остаточні рівняння руху частинки в пневмозрідженому шарі записано у вигляді [147]:

$$z = \left[4 \rho_c \frac{V_\phi}{\rho_3} \sin \alpha \right] t + \frac{(P_0 - N_3) F_p \operatorname{tg} \gamma}{2 \rho_3 (\rho_3 - \rho_c) V_3} t^2 \rho_c; \quad (6.18)$$

$$x = \left[4\rho_c \frac{V_\phi}{\rho_3 + \rho_c} \cos\alpha \right] t + \frac{(P_0 - N_3)ctg\gamma + F_p}{2\rho_3(\rho_3 - \rho_c)V_3} t^2 \rho_c. \quad (6.19)$$

де

V_3 – об'єм частинки, яка має найбільшу густину ρ_3 і масу m_3 ;

ρ_c – густина повітря;

k – сумарний коефіцієнт опору середовища;

f – площа міделевого перетину частинки;

V_ϕ – швидкість фільтрації повітря крізь шар зерна;

α – кут нахилу опорної поверхні;

c – середня швидкість повітря;

$\gamma = \alpha + \beta + \psi$; β – кут укладки сферичних частинок;

ψ – кут внутрішнього тертя.

У роботі Д. В. Богатирьова [26] для пневматичного зрідження шару насіння запропоновано використовувати пульсальний повітряний потік, який представлено змінною за гармонійним законом швидкості фільтрації:

$$\omega_\Pi = A \cdot \sin(\omega_\Pi t), \quad (6.20)$$

а частота пульсацій визначається з формули

$$\omega_\Pi = \frac{2\pi \cdot \omega_\phi \cdot n}{L} \left(\frac{\rho}{\rho + c} \right),$$

де n – кількість лопатей пульсатора;

L – довжина каналу.

6.5 Математичне моделювання руху зернівок у псевдозрідженому шарі пневмотранспортувального сепаратора

Для очищення зерна від домішок використовують установки у вигляді аерогравітаційних транспортерів [35, 51, 77].

Завданням моделювання процесу сепарації зерна в псевдозрідженому (завислому) шарі є визначення параметрів переміщення частинок у рухомому шарі зерна, через який продувається рівномірний по площі решітки потік повітря. Визначення значення швидкості та переміщення частинок (які мають різну швидкість витання) дає можливість розрахувати траєкторію руху частинок і визначити ефективність поділу.

У значній кількості робіт, присвячених дослідженню руху тіла в киплячому шарі зернового матеріалу, не містяться формули, які дозволяють точно визначити параметри переміщення частинок у псевдозрідженому шарі.

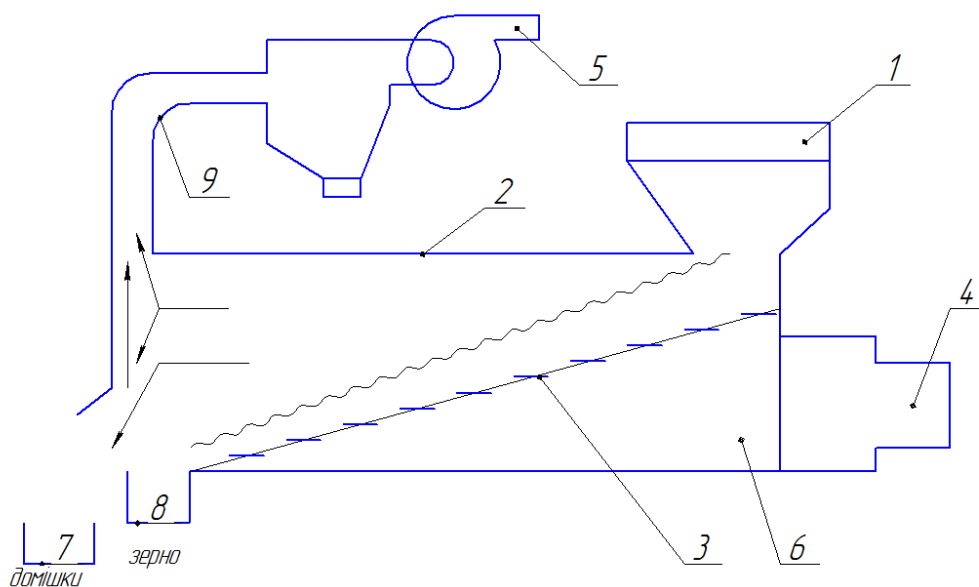


Рис. 6.2. Технологічна схема пневмотранспортувального сепаратора:

- 1 – бункер зерна; 2 – корпус сепаратора; 3 – безпровальне решето;
- 4, 5 – нагнітальний та відсмоктувальний вентилятори; 6 – повітропровід;
- 7, 8 – збірники зерна та домішок; 9 – система пиловловлювання

Математичний опис процесу руху зернівки в псевдозрідженому шарі сформульовано на основі даних експериментальних досліджень робіт В. В. Кліменка, В. П. Блохина та ін.

Загалом швидкість переміщення частинок у псевдозрідженому шарі є функція від швидкості зріджувального шару повітря V_ϵ та геометричних параметрів шару зерна: висоти H та площі решітки (площа шару в плані).

Частинки меншого розміру та маси рухаються до відкритої поверхні зваженого шару, а більшого розміру занурюються в шар до решітки. При цьому швидкість переміщення збільшується зі збільшенням швидкості потоку повітря.

У розглянутих моделях розрахунок швидкості руху частинок здійснювався або за допомогою коефіцієнта гідравлічного опору [25], або за допомогою рівнянь руху суцільного в'язкого середовища [32, 185].

Враховуючи подвійну властивість псевдозрідженого зернового шару (повітря з твердими частинками), необхідно враховувати стисненість руху частинки й розглядати опір середовища переміщенню частинки як силу в'язкого опору (типу Стокса) та реакцію повітряного потоку.

Отже, рух частинки розглянуто як результат дії сили тяжіння, сили в'язкого опору середовища (за Стоксом):

$$F_\mu = 3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot d_e \cdot V \quad (6.22)$$

та сили інерційного опору (за Ньютоном) для стисненого руху:

$$R = \xi(Re) S_m \frac{\rho}{2} (V_n^2 - V)^2, \quad (6.23)$$

де μ – коефіцієнт в'язкості середовища;

d_e – еквівалентний діаметр частинки;

V – швидкість частинки;

$\xi(Re)$ – коефіцієнт опору;

$S_m = \pi \frac{d_e^2}{4}$ – площа міделевого перетину частинки;

ρ – густина повітря;

V_n – швидкість повітря.

Тоді рівняння руху частинки у вертикальному напрямку (горизонтально розміщений зважений шар зерна) можна описати диференціальним рівнянням у вигляді

$$m \frac{d\mu}{d\tau} = mg - 3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot d_e \cdot V - \xi(Re) S_m \frac{\rho}{2} (V_n^2 - V)^2. \quad (6.24)$$

Коефіцієнт опору для умов стисненого руху частинки в повітряному середовищі можна визначити за формулою [18]

$$\xi(Re) = \frac{3}{4} \frac{Ar}{Re_{cb}} \left(1 - 1,2\beta(\varepsilon)^{\frac{2}{3}} \right)^2, \quad (6.25)$$

де Re – критерій Рейнольдса,

$$Re = \frac{u d_e}{\nu},$$

ν – коефіцієнт в'язкості повітря;

Ar – критерій Архімеда,

$$Ar = \frac{q d_e^3 (\rho_T - \rho)}{\rho \nu^3},$$

ρ_T – густина частинки;

β – об'ємна концентрація зерна в шарі.

Величина концентрації зерна в завислому шарі може бути виражена через порозність шару очевидним співвідношенням:

$$\beta = \frac{1}{\varepsilon} - 1. \quad (6.26)$$

Порозність зваженого шару як міру вільного об'єму шару виражають залежністю:

$$\varepsilon = 1 - \frac{1-\varepsilon_0}{h/h_0}, \quad (6.27)$$

де ε_0, h_0 – порозність та висота статичного шару зерна;

h/h_0 – ступінь розширення шару.

Для зерна пшениці А. С. Гинзбурс та В. А. Резчиков отримали емпіричну залежність ступеня розширення шару від швидкості повітря в міжзерновому просторі u :

$$\frac{h}{h_0} = 0.71 + 0.32 \frac{V_{\phi}(\varepsilon)}{V_{\text{ВИТ}}}, \quad (6.28)$$

де $V_{\text{ВИТ}}$ – швидкість (середня) витання зерна, що знаходиться в шарі;

$V_{\phi} - V_{\phi} = \frac{V_{\Pi}}{\varepsilon}$ швидкість повітря в міжзерновому шарі, $V_{\phi} = \frac{V_{\Pi}}{\varepsilon}$.

З урахуванням (6.28) порозність завислого шару (6.23) визначиться за формулою:

$$\varepsilon = 1 - \frac{1-\varepsilon_0}{0.71+0.32 \frac{V_{\phi}(\varepsilon)}{V_{\text{ВИТ}}}}. \quad (6.29)$$

Отже, величина порозності завислого шару залежить від звужувальної швидкості повітря V_{Π} й може бути розрахована за залежністю (6.29)

Величина коефіцієнта динамічної в'язкості завислого шару μ у виразі (6.22) також є функцією звужувальної швидкості повітря – $\mu = \mu(V_{\Pi})$.

Блохінін П. В. експериментально визначені залежності коефіцієнта ефективної в'язкості для зерна пшениці:

$$\mu = 74 \exp(-1,6V_{\Pi}) \quad (6.30)$$

та для проса:

$$\mu = 37,3 \exp(-1,6V_{\Pi}), \quad (6.30, a)$$

де μ – ефективна в'язкість [у Пуазах];

$V_{\Pi} = \frac{Q_v}{F_p}$, Q_v - об'ємні витрати повітря; F_p - площа решітки

Отже, з урахуванням залежності (6.30) сила в'язкого опору визначиться рівнянням

$$F_{\mu} = 3.74 e^{-1.6V_{\Pi}} d_c k_1 V, \quad (6.31)$$

де k_1 – коефіцієнт перерахунку розмірності μ .

Величина сили опору (6.23) з урахуванням (6.25)–(6.29) визначається залежністю:

$$R = \frac{\pi \cdot q \cdot d^4 (\rho_e - \rho)}{6V} \left[1 - 1,2 \left(1 - \frac{1 - \varepsilon_0}{0.71 + 0.32 \left(\frac{V_n}{\varepsilon V_{\text{Вит}}} \right)} \right)^{2/3} \right]^2 (V_n - V). \quad (6.32)$$

Загальну силу, що характеризує опір середовища переміщенню частинки, можна визначити за формулою:

$$F_c = [\bar{A}(\varepsilon_1 V_n) + B(\varepsilon_1 V_n)] V + B(\varepsilon_1 V_n) V_n, \quad (6.33)$$

де $\bar{A}(\varepsilon_1 V_n) = 222 \exp(-1,6 \frac{V_n}{\varepsilon}) d_e k_1$;

$$B(\varepsilon_1 V_n) = \frac{\pi q d^4 (\rho_e - \rho)}{6V} \left[1 - 1,2 \left(1 - \frac{1 - \varepsilon_0}{0.71 + 0.32 \left(\frac{V_n}{\varepsilon V_{\text{ВИТ}}} \right)} \right)^{2/3} \right]^2,$$

а рівняння (6.24) переписати у вигляді

$$m \frac{d\mu}{d\tau} = mg - k_c V - k_0 V_n. \quad (6.34)$$

Отримане рівняння відрізняється тим, що враховує властивості частинки, зріджувального середовища та гідродинамічного режиму шару зерна.

Розв'язок рівняння за стаціонарного повітряного потоку $V_n(t) = \text{const}$ і за початкових умов $\tau = 0$; $u = 0$ відомий:

$$V(t) = a(1 - e^{-\frac{k_c}{m}t}), \quad (6.35)$$

де $a = \frac{mg - B(\varepsilon_1)}{A(\varepsilon) + B(\varepsilon)}$.

Оскільки $V = \frac{dh}{dt}$, то величина вертикального переміщення частинки визначиться інтегруванням рівняння:

$$\int dh = a \int dt - a \int e^{-\frac{k_c}{m}t} dt; \quad (6.36)$$

$$h(t) = at + \frac{m}{k_c} a(1 - e^{-\frac{k_c}{m}t}). \quad (6.37)$$

Визначивши з рівняння (6.35) величину часу t і підставивши його значення в (6.37), можна розрахувати зміну швидкості частинки по висоті шару: $V = f(h)$.

Для визначення траєкторії переміщення частинок (у шарі) необхідно визначити швидкість переміщення шару за горизонтального розміщення повітропроникної решітки.

Використаємо аналогію псевдозрідженого шару з крапельною рідиною; із закону нерозривності потоку маємо

$$Q = V \cdot S = V \cdot h \cdot b, \quad (6.38)$$

де Q – об'ємні витрати рідини;

S – площа перетину потоку;

V – швидкість потоку;

h, b – висота та ширина потоку.

$$V = \frac{Q}{B \cdot h(\varepsilon)}. \quad (6.39)$$

Висота шару зерна під час вивантаження з бункера – h_0 . За зрідження шару висота змінюється відповідно до виразу:

$$h = h_0 \left[0.71 + 0.32 \frac{V_n}{V_{\text{ВИТ}}} \right]. \quad (6.40)$$

Отже, швидкість потоку зерна залежить від швидкості повітря під решіткою:

$$V = \frac{Q}{B \cdot h_0 \left[0.71 + 0.32 \frac{V_n}{V_{\text{ВИТ}}} \right]} = \frac{dy}{dt}, \quad (6.41)$$

де y – координата довжини решітки сепаратора.

Час переміщення повітрянозернової суміші наближено можна визначити з рівняння (6.41):

$$t = \frac{B \cdot h_0 \left[0.71 + 0.32 \frac{V_n}{V_{\text{ВИТ}}} \right]}{Q} S', \quad (6.42)$$

де s' – довжина решітки сепаратора

Підставляючи отримане із (6.42) значення часу перебування матеріалу на решітці в рівняння (6.37), матимемо

$$h = a \cdot p \cdot s + \frac{m}{k_c} a \left(1 - e^{-\frac{k_c}{m} \rho t} \right), \quad (6.43)$$

$$\text{де } p = \frac{B \cdot h_0 \left[0.71 + 0.32 \frac{V_n}{V_{\text{ВІТ}}} \right]}{Q}.$$

Рівняння визначає траєкторію руху частинки, яка мала критичну швидкість $V_{\text{кр}}$, діаметр d , густину ρ_e у віброзрідженому шарі, залежно від аеродинамічного режиму.

7. МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ РОЗДІЛЕННЯ КОМПОНЕНТІВ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ У ВИХРОВИХ (ЗАКРУЧЕНИХ) ПОТОКАХ ПОВІТРЯ

7.1 Математична модель руху твердої частинки у вихровому повітряному потоці змінного за висотою радіуса

Відцентрово-повітряні сепаратори з обертовою зоною сепарації оснований на таких самих принципах, як і пневмоінерційні, тільки в якості масової сили використовується відцентрова сила, хоча суттєвий вплив на рух частинок надає і сила Коріоліса.

Одним із традиційних способів реалізації відцентрово-повітряної сепарації є початкова закрутка засміченого повітряного потоку на вході в циліндричну, або конічну камеру-циклон, а процес переміщення твердих частинок у вихровому (закрученому) потоці газу (повітря) в циклонній камері називають циклонним процесом. Циклони є найбільш характерними з пневмоінерційних пристроїв для відокремлення дрібних пиловидних частинок від потоків повітря (пиловловлювачів), які мають просту конструкцію й високу пропускну здатність.

Тому саме за цих переваг циклонні установки набули широкого застосування в машинах, де є потреба очищення відпрацьованого повітряного потоку.

Процес сепарування, що відбувається в циклонних установках, на сьогодні описується так [151, 152]. Частинки, які подаються в циклон разом із повітрям, під дією сил інерції в початковий момент часу рухаються по прямолінійних траєкторіях, а потім дія обертального повітряного потоку викривлює їхні траєкторії, причому тим більше, чим більша відстань від місця входу частинок до зовнішньої циліндричної стінки циклона. Початкова ділянка (за тангенціального введення двофазного потоку) характеризується інтенсивною сепарацією найбільш

важких частинок. У цьому пункті розділу процес сепарування розуміється як відокремлення частинок від повітря й фіксується досягнення зернівками в їхньому русі зовнішньої стінки циклона. Надалі інтенсивність руху зернівки визначається безперервною зміною вектора тангенціальної складової швидкості повітря.

Під впливом сили тяжіння, відокремлення від повітря частинки (зернівки) опускаються в конічну частину циклона. Повітряний потік із «невловленими» зернівками (малого розміру та маси), опускаючись із кільцевого простору циклона в конусну частину і продовжуючи обертатися в закрученому повітряному потоці, виходять через «вихлопну» трубу назовні. Нижче входу «вихлопної» труби від основної маси потоку, що спускається донизу, поступово відділяються внутрішні шари зернового середовища і весь об'єм повітря переходить зі спадної спіралі у висхідну спіраль, яка за своєю траєкторією руху нагадує спіраль Архімеда. При цьому утворюється радіальний «стік», тобто рух частини повітряного потоку до центру циклонної течії, який спостерігається по всій висоті циклона, особливо інтенсивно в конічній частині.

Радіальні складові швидкості перешкоджають сепараційному руху частинок до периферії, визначаючи своєю величиною крупність частинок (зернівок), які можуть бути винесені через вихлопну трубу циклона.

Отже, під дією радіального стоку у висхідний радіальний потік будуть вловлені ті частинки, відцентрова сила яких менша, ніж виносна (захоплювальна) сила радіального стоку, що пояснює неповну сепарацію дрібних частинок у циклонних установках. Але цей недолік у повернено-поточних циклонах (тобто потік повітря змінює напрямок свого руху) – винос дрібної фракції використовують для фракціонування дрібнодисперсних матеріалів, з'єднуючи послідовно ряд циклонів, налаштованих на вловлювання частинок певної фракції, як показано на рисунку 7.1.

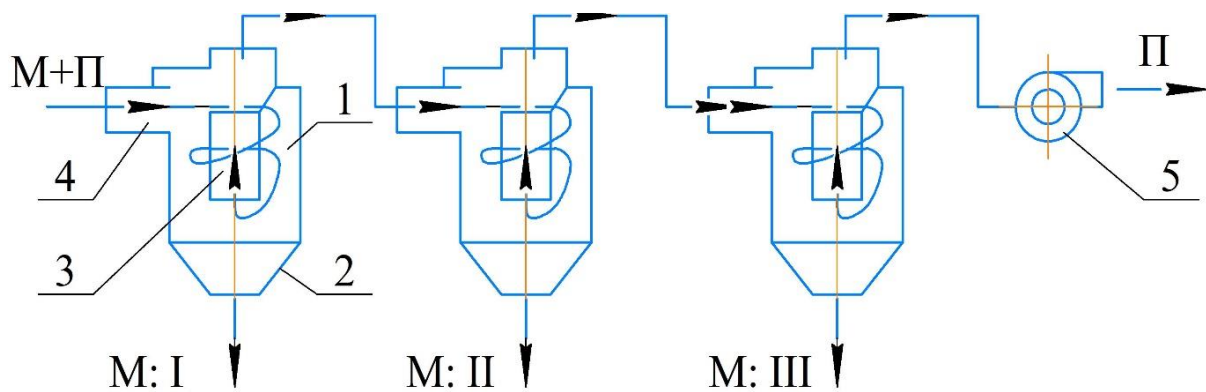


Рис. 7.1. Схема циклонного поділу дисперсного матеріалу на фракції:

- 1 – циліндрична частина циклона; 2 – конічна частина циклона;
- 3 – вихлопна труба; 4 – тангенціальний патрубок подачі двофазного потоку ($M + П$); M – матеріал; $П$ – повітря; 5 – вентилятор;
- I, II, III – фракції за розміром

Інший спосіб повітряно-відцентрового фракціонування реалізується в прямоточному циклоні, перевага якого в значно меншому аеродинамічному опорі. У роботі [87] за схемою прямоточного циклона спроектовано відцентровий циклон-класифікатор (рис. 7.2).

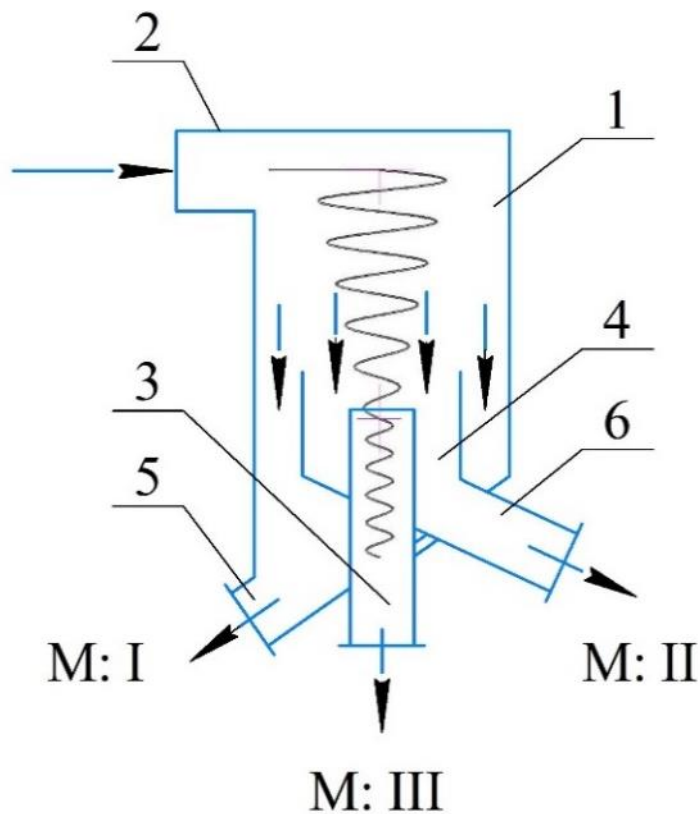


Рис. 7.2. Схема відцентрового циклона-класифікатора:

1 – корпус; 2 – тангенціальний підвод повітряно-дисперсного потоку;
3 – вихлопна труба; 4 – циліндрична вставка; 5, 6 – патрубки відведення
видалених частинок; 7 – вентилятор; I, II, III – фракції за розміром

Така схема циклона-класифікатора може бути використана для очищення й поділу за аеродинамічними властивостями дрібно-дисперсної суміші: дрібного насіннєвого матеріалу (насіння бобових трав, гірчиці, ріпаку, маку та інших).

Розглянемо повітряний циліндричний канал із закрученим повітряним потоком. Потік у циклоні закручується у вхідному пристрої, виконаному у вигляді тангенціального вхідного патрубку (рис. 7.3).

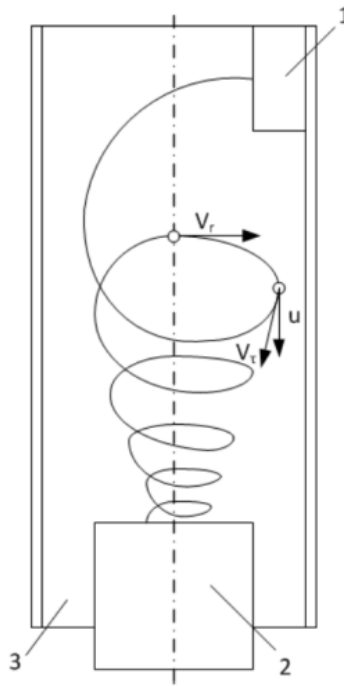


Рис. 7.3. Схема прямоточного циклона:

- 1 – патрубок вводу матеріалу; 2 – патрубок відводу чистого повітря;
3 – вихід матеріалу (пил)

Для аналізу руху частинок у рухомому обертовому (вихровому) середовищі, що складається з інерційних частинок і носійного повітряного потоку, було прийнято такі припущення: частинки є твердими, мають форму кулі та не взаємодіють між собою і повітряними каналами конструкції циклона; вхід потоку в циклон тангенціальний і має рівномірне поле швидкості; аеродинамічний опір руху частинки описується за законом Стокса; тангенціальна та осьова складові швидкості частинки і повітряного потоку співпадають; радіальні швидкості частинок є швидкістю осідання; частинка, яка досягає зовнішньої стінки циклона, вважається вловленою (осадженою).

На частинку, що рухається в криволінійному закрученому потоці, діють такі сили:

- сила тяжіння $\bar{F}_T = m \cdot \bar{g}$;
- сила Архімеда $\bar{F}_a = m_o \bar{g} \mu$;

- сила стоксівського опору $\bar{F}_c = 3\pi d\bar{V}_c$;
- відцентрова сила $\bar{F}_y = m\bar{\omega} (\bar{\omega} \cdot R)$;
- сила Коріоліса (що викликає обертання частинки) $F_k = m \cdot \bar{\omega} \cdot \bar{V}_c$;
- сила проти тиску, що виникає за наявності градієнта тиску по радіусу циклона: $\bar{F}_n = m_0 \cdot \bar{\omega} \cdot W_\tau$, яку можна оцінити за формулою [87],
 $\bar{F}_n = 3\pi\mu d \frac{\rho_o}{\rho} \cdot \bar{V}_c$.

Рівняння руху частинки з врахуванням сил, що діють, може бути записано у вигляді

$$m \cdot \frac{d\bar{V}_c}{d\tau} = \sum F_i = \bar{F}_\tau + \bar{F}_a + \bar{F}_c + \bar{F}_y + \bar{F}_k + \bar{F}_n, \quad (7.1)$$

де $m = \frac{\pi d^3}{6} \cdot \rho_\tau$ – маса частинки; $m_o = \frac{\pi d^3}{6} \cdot S_o$ – маса повітря в об'ємі частинки; W , ω – колова і кутова швидкості; d – діаметр частинки; ρ, ρ_o – густина матеріалу частинки і повітря; μ – динамічний коефіцієнт в'язкості повітря; V_c – швидкість переміщення частинки.

У розгорнутому вигляді рівняння руху частинки отримано А. І. Перумовим [151] у вигляді:

$$\frac{d\bar{V}_c}{dt} + \bar{\omega} \cdot [\bar{\omega} \cdot \bar{R}] + 2 \cdot [\bar{\omega} \cdot \bar{V}_c] + \left[\frac{d\bar{\omega}}{dt} \cdot \bar{R} \right] = \frac{1}{\tau} \cdot \bar{V}_c, \quad (7.2)$$

де $\bar{V}_c = \bar{V} - \bar{\omega}$, $\bar{V}$ – абсолютна швидкість; $\bar{\omega}$ – швидкість повітряного потоку.

Проектуючи рівняння (7.1) на координатах ОХУZ (з урахуванням проєкцій: $V_x = \frac{dx}{dt}$, $V_y = \frac{dy}{dt}$, $V_z = \frac{dz}{dt}$, де x, y, z – координати частинки під час руху), отримано математичну модель процесу сепарації пилу в циклоні [87] в координатах тривимірного простору:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = \omega^2 x - \frac{1}{\tau} \cdot \frac{dx}{dy} - 2\omega \frac{dy}{dt} + 2\omega \frac{dz}{dt} - \frac{\rho_o}{\rho} \cdot \omega^2 x, \\ \frac{d^2y}{dt^2} = \omega^2 y - \frac{1}{\tau} \cdot \frac{dy}{dt} + 2\omega \frac{dx}{dt} - 2\omega \frac{dz}{dt} - \frac{\rho_o}{\rho} \cdot \omega^2 y, \\ \frac{d^2z}{dt^2} = g \left(1 - \frac{\rho_o}{\rho}\right) - \frac{1}{\tau} \cdot \frac{dz}{dt} + 2\omega \frac{dx}{dt} - 2\omega \frac{dy}{dt} + \frac{\rho_o}{\rho} \cdot \omega^2 z, \end{cases}, \quad (7.3)$$

де $\tau = \frac{d^2\rho}{18\cdot\mu}$ – час релаксації, $\tau = \frac{d^2\rho}{18\cdot\mu}$.

Початкові умови: $t = 0$; $x(0) = x_o$, $y(0) = y_o$, $z(0) = z_o$; $\frac{dx}{dt} = \frac{dy}{dt} = \frac{dz}{dt} = 0$.

Система рівнянь нелінійна та неоднорідна, не має аналітичного розв'язку. Реалізація моделі здійснена наближеним числовим методом у роботі [87].

Для аналізу руху частинок і визначення можливості поділу їх за аеродинамічними властивостями в установках циклонного типу, через складність фізичного процесу, припустимо використання спрощених модельних уявлень. Зокрема в практиці досліджень осадження дрібнодисперсних домішок у закручених потоках прийнято вважати, що в тангенціальному напрямку частинка рухається разом із потоком повітря, тому розглядаються тільки сили, які діють у радіальному напрямку. Враховуючи, що сили тяжіння, Архімеда, проти тиску мають значення в десятки разів менші [177] за відцентрову силу, іншими величинами можна знехтувати та отримати математичну модель [116, 152] руху частинки у вихровому потенційному потоці в полярних координатах:

$$\frac{d^2r}{dt^2} = r \left(\frac{d\varphi}{dt} \right) + \frac{1}{\tau} \cdot \frac{dr}{dt} = 0; \quad (7.4)$$

$$r^2 \frac{d^2\varphi}{dt^2} + 2r \frac{dr}{dt} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{r^2}{\tau} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{k}{\tau} = 0, \quad (7.5)$$

де φ – кутова координата переміщення частинки $k = r \cdot V_\tau$, V_τ – тангенціальна колова швидкість.

Систему (7.4) і (7.5) слід доповнити рівнянням вертикального переміщення частинки:

$$\frac{d^2z}{dt^2} = \frac{1}{\tau} \cdot \left(\frac{dz}{dt} - u \right), \quad (7.6)$$

де u – швидкість повітря в осьовому напрямку.

Система рівнянь, що описує рух частинки у вихровому потоці повітря, дозволяє розрахувати траєкторії руху за початкових умов: $t = 0$, $\varphi = 0$, $r = r_0$, $z = 0$, $\frac{d\varphi}{dt} = \frac{dr}{dt} = 0$ з використанням комп'ютерних програм.

Для отримання спрощення аналітичних залежностей, що визначають траєкторії руху частинки, в першому наближенні включимо коріолісове прискорення [109] і врахуємо тільки дві сили: відцентрову та опору середовища. Тоді рівняння (7.1) запишемо у вигляді:

$$\rho \frac{dV}{dt} = \rho \frac{V_\tau^2}{\tau} - 3\mu \frac{6}{\pi d^2} V, \quad (7.7)$$

або, враховуючи, що $V_\tau = r\omega$, $V = \frac{dr}{dt}$:

$$\frac{d^2r}{dt^2} + \frac{dr}{dt} - \omega^2 \tau = 0. \quad (7.8)$$

Таке рівняння використовують у роботах [152, 164, 177] для визначення мінімального (практичного) розміру частинки, що може досягти стінки циклона.

Розв'язок рівняння (7.8) відомий:

$$r(t) = C_1 e^{\gamma_1 t} + C_2 e^{\gamma_2 t}, \quad (7.9)$$

де $\gamma_{1,2} = 0,5[-k^2 \pm \sqrt{k^2 - 4\omega^2}]$ – корені характеристичного рівняння: $k = 1/\tau$.

Сталі інтегрування C_1, C_2 визначені за початкових умов: $t = 0$; $r = r_1$; $\frac{dr}{dt} = 0$, де r_1 – початкова координата місця введення зернівки в циклон:

$$C_1 = -r_1 \frac{\gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}; \quad C_2 = r_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - \gamma_2}. \quad (7.10)$$

Загальний розв'язок запишемо у вигляді:

$$r(t) = r_1 \frac{\gamma_1}{\gamma_1 - \gamma_2} [\gamma_1 e^{\gamma_2 t} - \gamma_2 e^{\gamma_1 t}]. \quad (7.11)$$

Рівняння (7.11) визначає зміну переміщення частинки за часом у радіальному напрямку.

Переміщення зернівки в основному напрямку (Oz) під дією осьової складової швидкості повітря можна визначити з рівняння:

$$dz = u \cdot d\tau. \quad (7.12)$$

Величина осьової швидкості є змінною за радіусом – $u_z = u(r)$. Розподіл осьової швидкості за радіусом кільцевого перетину можна визначити за емпіричною формулою, отриманою з експериментів у прямооточному циклоні [13]:

$$\frac{u}{u_o} = 0,4 + 1,6 \left(\frac{r}{R} \right) - 0,6 \left(\frac{r}{R} \right)^2 \pm 0,2, \quad (7.13)$$

де $\frac{u}{u_o}$ – відносна осьова швидкість у закрученому потоці в циліндричній трубі з тангенціальним впуском;

R – радіус циклона.

Відповідно до графіку залежності $\left(\frac{u}{u_o}\right) = f\left(\frac{r}{R}\right)$, наведеної в [94], її можна з певною точністю апроксимувати лінійною залежністю у вигляді:

$$\frac{u}{u_o} = a + \frac{r}{R} \cdot b, \quad (7.14)$$

де $a = 0,47$; $b = 1,05$; з урахуванням (7.14) рівняння (7.12) можна записати у вигляді:

$$dz = [a^* + b^* \cdot r^*(t)]dr, \quad (7.15)$$

де $a^* = au_o$; $b^* = bu_o$; $r^*(t) = \frac{r(t)}{R}$, і, враховуючи залежність (7.11), матимемо після інтегрування за початкових умов $\tau = 0$; $z = 0$:

$$z(t) = a^* \cdot t + A \cdot \frac{\gamma_2}{\gamma_1} \cdot (1 - e^{\gamma_1 t}) - A \cdot \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \cdot (1 - e^{\gamma_2 t}), \quad (7.16)$$

де $A = \frac{r}{R} \cdot \frac{b^*}{\gamma_1 - \gamma_2}$.

Рівняння (7.16) визначає залежність проекції вертикального переміщення частинки від часу руху.

Для розрахунку і побудови траєкторії руху зернівки в прямоточному циклоні (у координатах rOz) необхідно для кожного моменту часу t_i , на які умовно розділено час перебування зернівки в циклоні, визначити за рівняннями (7.11) і (7.16) координати зернівки r_i та z_i і побудувати графічну залежність між координатами $r = f(z)$, тобто траєкторію переміщення зернівки в координатах rOz .

Траєкторію руху зернівки в поперечному перетині циклона розглянемо в полярній системі координат. У цій системі координат траєкторія руху зернівки визначається залежністю радіальної координати (радіуса r) від полярного кута (φ); $r = f(\varphi)$.

Залежність радіуса руху зернівки r від часу t замінимо залежністю радіуса руху від полярного кута $r(t)$, яку визначимо з кінетичного рівняння [71]:

$$\frac{du}{dt} = \frac{u_\varphi}{r}, \quad (7.17)$$

де u_φ – колова швидкість зернівки в потенційному обертальному потоці повітря, $u_\varphi = \omega \cdot R$; $\frac{dr}{dt} = \omega \cdot \frac{dr}{d\varphi}$.

Отже, з урахуванням (7.17) рівняння (7.8) набуває вигляду:

$$\frac{d^2r}{d\varphi} + k \frac{dr}{d\varphi} - \frac{\omega}{2} r = 0. \quad (7.18)$$

Розв'язок рівняння (7.18) за початкових умов $\varphi = 0$; $r = r_1$; де r_1 – місце введення зернівки в циклон:

$$r(\varphi) = C_1^* e^{\gamma_1^1 \varphi} + C_2^* e^{\gamma_2^1 \varphi}, \quad (7.19)$$

де $\gamma_{1,2}^1 = 0,5[-k \pm \sqrt{K_c^2 - 2\omega}]$ – корені характеристичного рівняння;

$$C_1^* = \frac{r_0 \cdot \gamma_2^1}{\gamma_1^1 - \gamma_2^1}; \quad C_2^* = \frac{r_0 \cdot \gamma_1^1}{\gamma_1^1 - \gamma_2^1}.$$

Отримане рівняння (7.19) описує траєкторію руху зернівки в обертальному потенціальному потоці навколо осі циклона. Це дозволяє визначити кількість обертів зернівки (двофазного) потоку n за формулою [152] і розрахувати мінімальний (критичний) розмір зернівок, які досягли стінки циклона, тобто вважаються вловленими:

$$d_{\min} = 3 \sqrt{\frac{\mu}{\pi \cdot \omega \cdot \rho \cdot n}}. \quad (7.20)$$

На рисунках 7.4–7.5 наведені, як приклад, траєкторії руху зернівок у потенціальному обертовому потоці циліндричного циклона, навколо (а) і вздовж (б) осьової лінії циклона.

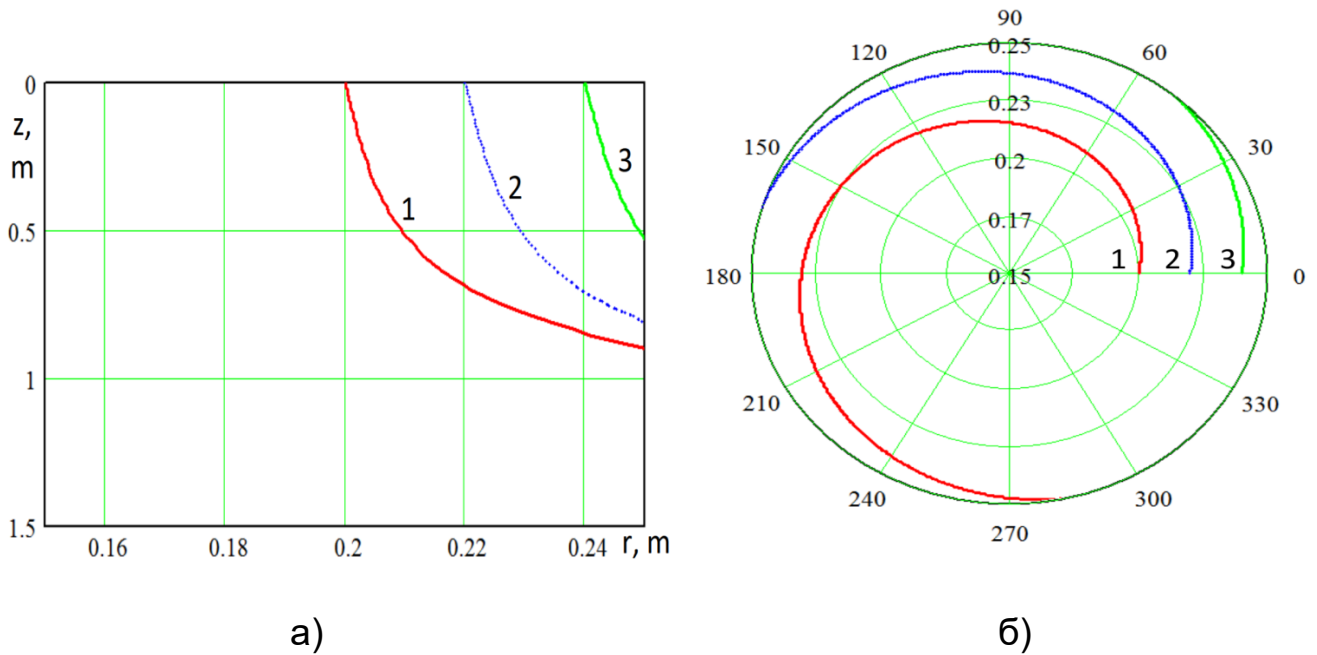


Рис.7.4. Траєкторії руху зернівок однакового розміру в циклоні:

1 – $r_1 = 0,2 \text{ м}$; 2 – $r_2 = 0,22 \text{ м}$; 3 – $r_3 = 0,24 \text{ м}$

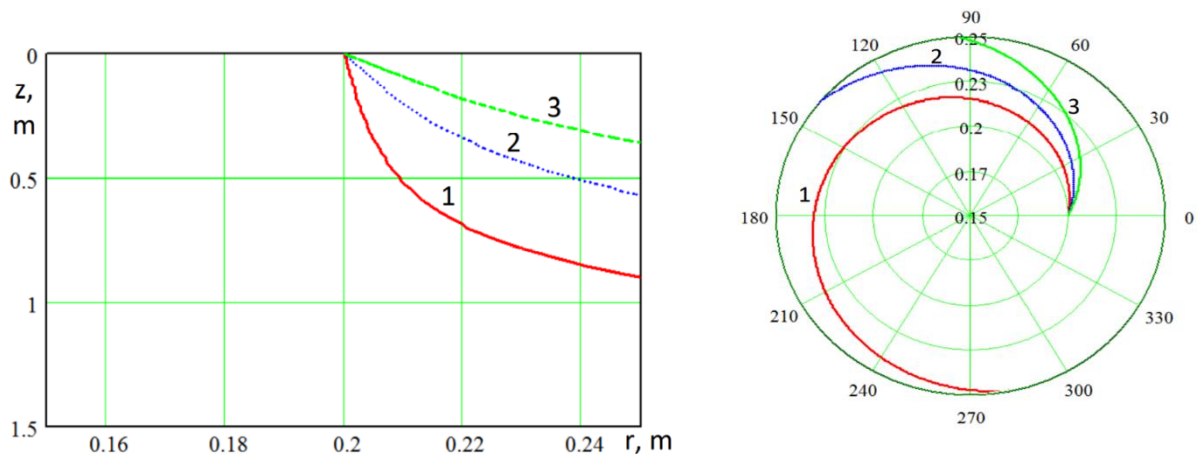


Рис. 7.5. Траєкторії руху частинок різного розміру в циклоні:

1 – $d_1 = 30 \text{ мкм}$; 2 – $d_2 = 50 \text{ мкм}$; 3 – $d_3 = 100 \text{ мкм}$

Проведеним теоретичним аналізом руху однієї зернівки в обертальному потенціальному потоці навколо осі циклона отримані спрощені аналітичні залежності, які можна використовувати для траєкторного аналізу та визначення ефективності циклонів. Отримані залежності дозволяють визначити конструкційні та режимні параметри циклона, які забезпечують ефективне знепилювання повітряного потоку.

7.2 Математична модель руху компонентів зернового матеріалу в конічній аспіраційній камері з тангенціальним введенням повітряного потоку

В універсальних серійних вібровідцентрових сепараторах типу БЦС (25-50) для попереднього очищення зернового матеріалу (видалення легких домішок: пилу, соломи, решток бур'янів) використовуються пневмосепарувальні пристрої, які, за даними промислової експлуатації, не забезпечують нормовану якість очищення (8%).

У роботі [163] для підвищення ефективності видалення сміттєвих домішок запропоновано використовувати для «доочистки» зернового потоку після пневмоканалу конусно-каскадну поверхню (рис 7.6) з кільцевими щілинами для подачі повітря в зерновий потік.

У роботах [авторські свідоцтва] щілини для подачі повітря розміщені на поверхні конуса вздовж твірної так, що утворюють міні-сопла для тангенціального вводу повітря. При цьому сформульовано новий принцип відцентровоповітряної сепарації, сутність якого полягає в тому, що, якщо штучно створити вихровий (обертальний) потік повітря в конічному об'ємі (поверхня якого є повітропроникною) так, щоб утворювався конічний висхідний (відносно меншого – нижнього перетину конуса) вихор, а з боку верхнього – більшого перетину конуса вводити тонким шаром зерновий матеріал (засмічений), то під дією вихрового повітряного потоку зерно (під дією аеродинамічного тиску) буде рухатися вздовж конічної поверхні (в

напрямку руху повітря), утворюючи спадний спірально-гвинтовий потік до нижньої частини конуса.

Так можна реалізувати обертально-протитечієвий рух повітря і зерна (рис 7.6.).

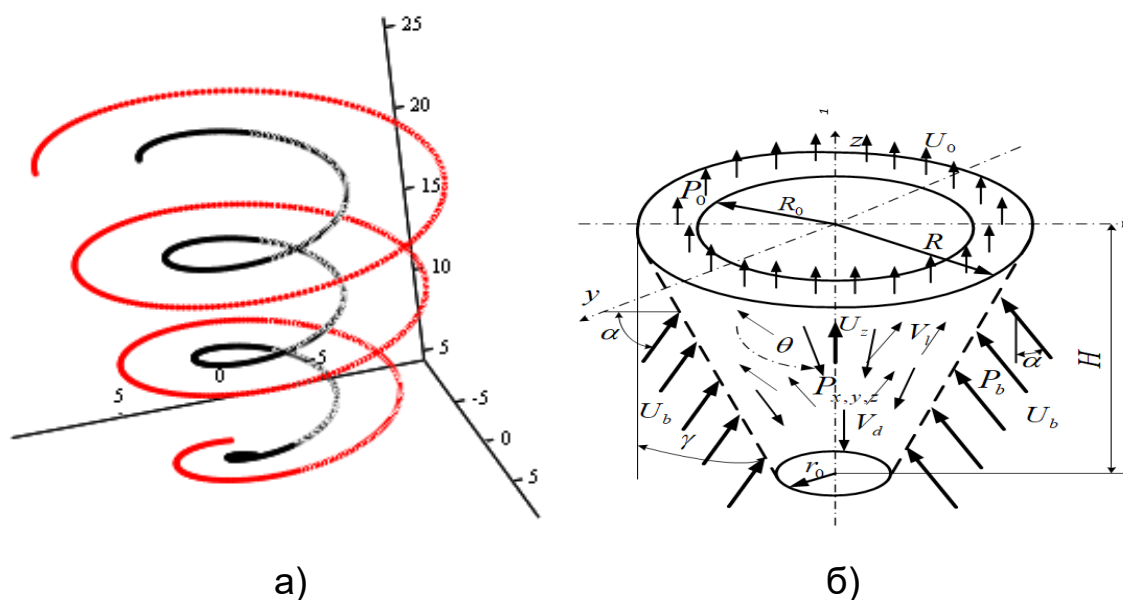


Рис. 7.6. Схема траєкторії руху потоків повітря і зерна (а) та вихрової конічної камери (б)

Завдяки створенню якісної рівномірності розподілу частинок в об'ємному просторі повітряного потоку під дією відцентрових сил важчі частинки будуть віддалятися від осі обертання повітрянозернової суміші, а легші – наближатися до середини потоку. При цьому час знаходження частинок зернової суміші в повітряному вихровому потоці буде значно збільшено завдяки її руху по спірально-гвинтових траєкторіях збільшеної довжини, порівнюючи із часом проходження частинок крізь повітряний потік пневмоканалів відомих пневмовідцентрових сепарувальних пристроїв [49, 55, 163]. Це забезпечить підвищення якості сепарування, а відповідно й ефективності пневмосепарувального пневмовихровідцентрового пристрою.

На основі цього принципу була розроблена схема пневмовихровідцентрового пристрою, яка представлена на рисунку 7.7.

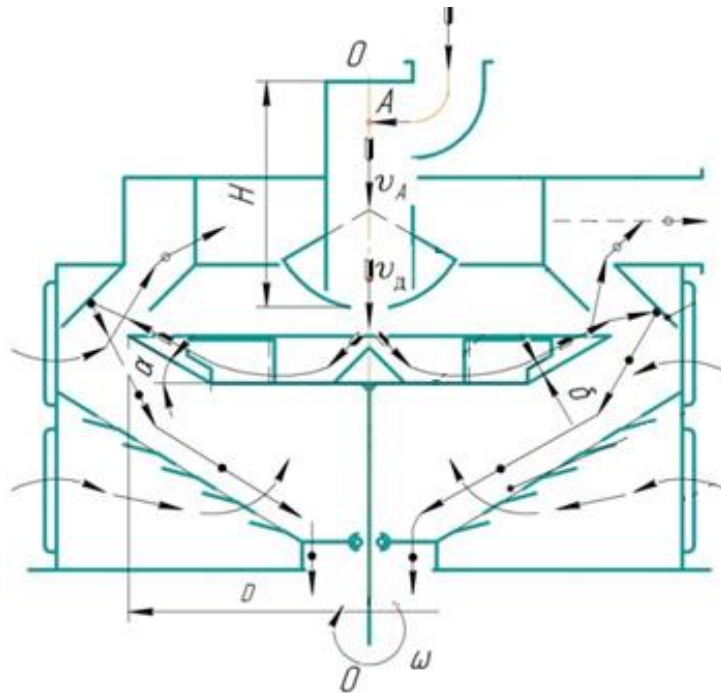


Рис. 7.7. Технологічна схема пневмовихрової аспіраційної камери

Детальний опис конструкційної, технологічної та розрахунок нової схеми пневмовихрової сепараційної/аспіраційної камери, принципів функціонування за різних схем розміщення щілин для вводу повітряних струменів у внутрішній об'єм конусної поверхні подано в авторських свідоцтвах [205, 206].

Нижче наведено схеми (рис. 7.8. а, б) для пояснення фізичної моделі процесу виділення сміттєвих домішок із зернового потоку.

$$\omega = v_{Ti}/R_i = \text{const} \omega, v_{Ti} R_i$$

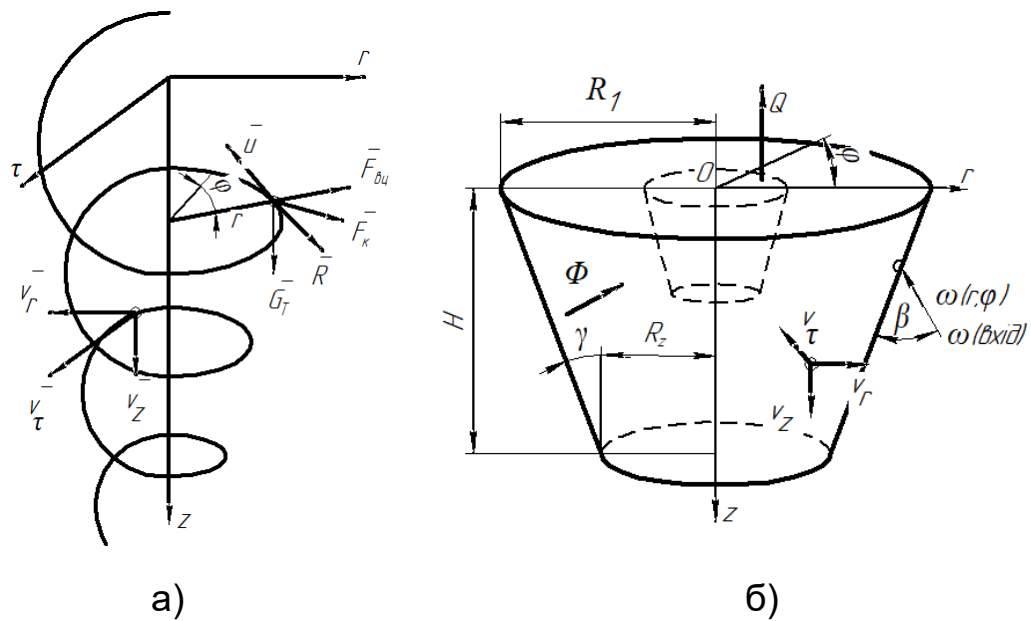


Рис. 7.8. Схема сил, що діють, (а) та швидкостей потоків (б):

v_j – тангенціальна швидкість; v_p – радіальний дрейф;

v_z – осьова швидкість; Φ – радіальний стік

Для дослідження закономірностей руху твердої частинки у вихровому потоці змінного за висотою радіуса необхідно мати математичний опис динаміки руху частинки в конічній камері з тангенціальним введенням потоку.

Специфіка питання, що розглядається, обумовлює аналітичний метод дослідження на основі складання й аналізу рівнянь руху частинки у вигляді кулі у вихровому повітряному потоці конічного каналу з нерівномірним розподіленням швидкості повітряного потоку за висотою [176].

Розглядається рух твердої частинки в повітряному середовищі в середині конусної повітрянопроникної поверхні; крізь бічну поверхню конуса із жалюзійними щілинами (отворами) в тангенціальному напрямку всмоктується повітря (з об'ємними витратами Q). Щільові отвори розміщені на бічній поверхні так, щоб виконувалась умова $\omega = \vartheta_{Ti}/R_i = \text{const}$ на кожному перетині ($Z_i = h$) по всій висоті конуса (ω, ϑ_{Ti} – кутова і

тангенціальна швидкості; R_i – радіус поперечного перетину конуса на висоті $Z_i = h$).

Відповідно до розрахункової схеми, наведеної на рисунку 7.8 (а, б), в цьому разі фізична модель моделює сепараційний процес у пневмовихровому зерносепараторі, опис якої наведено в роботах.

Під час формулювання математичного опису руху твердої частинки у вихровому (спіральному) повітряному потоці (рис. 7.8), радіус закручування якого змінюється в осьовому напрямку, за наявності «радіального стоку» [116, 151] враховано такі загально прийняті спрощувальні припущення: розглядається рух однієї твердої (недеформованої) частинки без врахування взаємодії з поверхнею конуса; обертання частинки навколо своєї осі не розглядається; початок координат – у верхній частині конуса; у початковий момент часу частинка знаходиться в пристінній зоні верхнього краю конуса; частинка рухається по спадній траєкторії; у середині конуса діє «радіальний сток» повітря, зумовлений розрідженням у камері. Радіальні складові швидкості перешкоджають відцентровому руху частинок [151] і визначають крупність частинок, які можуть виноситися потоком з об'єму «конічної зони» до центру; відведення потоку повітря (відсмоктування) відбувається у верхній частині конуса, виведення твердої фази – з нижньої частини конуса.

На частинку у вихровому потоці повітря діють сили:

- сила тяжіння $G_T = mg$ – спрямована вертикально вниз;
- відцентрова сила $F_{вц} = m\bar{\omega}(\bar{\omega} \times \bar{R})$ – спрямована за радіусом потоку до периферії;
- сила Коріоліса $F_K = 2m(\bar{\omega} \times \bar{U})$ – спрямована до периферії потоку;
- сила аеродинамічного опору $\bar{R} = (R_e) \frac{\rho \cdot S'_M \bar{u}^2}{2}$ – спрямована в протилежний бік від відносної швидкості $\bar{u}$.

Радіальні складові швидкості потоку, зумовлені стоком повітря (у середину конуса), перешкоджають руху «легких» частинок до периферії потоку.

Аеродинамічна сила, прикладена до частинки, що знаходиться на відстані r_i від осі конуса, визначається [151] як

$$\bar{R} = (Re) \frac{\rho \cdot S'_M}{2} \left(\frac{\Phi_i}{r} \right)^n, \quad (7.21)$$

де $\Phi_i = \frac{Q}{2\pi H}$ – сили на одиниці висоти H конуса, Q – об'ємні витрати повітря.

Рух частинки у вихровому потоці повітря можна описати диференціальним рівнянням у векторній формі:

$$m \frac{dv}{dt} = \bar{G} + \bar{F}_{By} + \bar{F}_K + \bar{P}, \quad (7.22)$$

Кожна складова правої частини рівняння (7.22) являє собою компонент сили $m \frac{dv}{dt}$, з якою частинка діє на повітряний потік.

Відповідно до вихрової теорії [179] прийнято, що обертання повітряного потоку в горизонтальній площині уніформно з його швидкістю й характеризується радіальним ω_r , азимутальним ω_T її компонентами, а тангенціальна швидкість зв'язана з поточним радіусом співвідношенням:

$$\omega_i = \frac{\omega_{Ti}}{R_i} = \text{const}, \quad (7.23)$$

яке виконується для кожного поперечного перерізу (Z_i) конуса. Оскільки радіус обертового потоку (вихру) є змінним за висотою, то величина ω_i (кутової швидкості) також буде змінюватися на висоті h_i .

За визначених припущень і схеми організації відносного руху потоків (твердих частинок і повітря) траєкторії руху частинки визначаються

диференціальними рівняннями [71, 189], які в полярних координатах (двовимірному простору) мають вигляд (7.22), (7.23.), а для тривимірного простору додаються рівняння:

$$\begin{cases} I_p = \frac{F_p}{m} = \frac{dv_p(t)}{dt} - \frac{v_T^2(t)}{r}; \\ I_T = \frac{F_T}{m} = \frac{dv_T(t)}{dt} + \frac{v_p(t) \cdot v_T(t)}{r}; \\ I_z = \frac{F_z}{m} = g - \frac{dv_z(t)}{dt}; \end{cases} \quad (7.24)$$

$$F_p = F = C(R_e) \frac{\rho}{2} S \cdot u_p^2(t); \quad (7.25)$$

$$u_p = v_p - \omega_p(z, r); \quad u_T = v_T - \omega_T(z, r); \quad (7.26)$$

де I_p, I_T, I_z – прискорення частинки в радіальному, тангенціальному (кутовому) та осьовому напрямках;

$m = \rho_r \frac{\pi d^3}{6}$ – маса частинки;

F – аеродинамічна сила (сила опору) (F_p – у радіальній складовій потоку повітря, F_m – у тангенціальній складовій потоку повітря);

d, ρ_r – діаметр частинки та її густина;

ρ – густина повітря;

ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості повітря;

$S = \frac{\pi d^2}{4}$ – площа міделєвого перетину;

u – відносна швидкість (швидкість обтікання частинки);

g – прискорення вільного падіння;

v_p, v_T, v_z – проєкції швидкості частинки;

$\omega_p, \omega_T, \omega_z$ – проєкції швидкості потоку;

u_p, u_T, u_z – проєкції відносної швидкості потоку;

$Re = \frac{du}{\nu}$ – критерій Рейнольдса;

r – координата руху в радіальному напрямку;

ω_i – кутова швидкість потоку повітря в i -му перетині;

$C(Re) = ARe^n$ – коефіцієнт аеродинамічного опору.

До цих рівнянь слід додати рівняння кінематики

$$\frac{dr}{dt} = v_p(t); \quad \frac{d\varphi}{dt} = \frac{v_T(t)}{r}; \quad \frac{d\varphi(t)}{dt} = \omega; \quad \frac{dz(t)}{dt} = v_z(t). \quad (7.27)$$

Рівняння (7.22)–(7.26) суттєво нелінійні як за формою рівнянь, так і нелінійною залежністю коефіцієнта опору $C(Re)$ і можуть бути розв’язані чисельними методами у вигляді залежностей $r(\varphi, z, \tau)$ за таких початкових і граничних умов: $t = 0; R = R_0; Z = 0; \varphi = 0; v_z = 0; v_p = 0; v_T = 0; v_T = v_{\text{вх}} \cdot \sin \alpha$ (α – кут між вектором швидкості та дотичною до колового перетину конуса).

Визначимо залежності складових швидкості потоку від координат $v_R(r, z); v_T(r, z); v_z(r)$.

Величина радіальної складової швидкості повітря відповідно до [6, 7] визначається за величиною стока Φ :

$$\Phi = \frac{Q_1}{2\pi H} \frac{M^2}{c}, \quad (7.28)$$

де Φ – стік на одиниці висоти H конуса;

Q_1 – витрати повітря (об’ємні).

Швидкість потоку в радіальному напрямку буде визначатися як

$$v = \frac{\Phi}{r(z)}. \quad (7.29)$$

З геометричних співвідношень для вертикального перетину конуса матимемо:

$$r(z) = R_1 - z \tan \gamma, \quad (7.30)$$

де γ – половина кута розкриття конуса;

R_1 – діаметр більшої основи конуса.

Із співвідношень (7.29) і (7.30) отримаємо радіальну швидкість повітря в точці з координатами r_i, z_i :

$$\omega(r, z) = \frac{\Phi}{r_i - z_i \tan \gamma}; \quad (7.31)$$

Складова тангенціальної швидкості $V_T(r, z)$ визначиться із співвідношення (7.31):

$$V_T(r, z) = r(z) \omega$$

або

$$V_T(r, z) = (r - z \tan \gamma) \omega, \quad (7.32)$$

де ω_i – кутова швидкість потоку в i -му перетині.

Осьова складова швидкості потоку в конусі змінюється відповідно до рівняння нерозривності, оскільки змінюється площа поперечного перерізу $S(z)$:

$$V(z) = \frac{Q}{S(z)}. \quad (7.33)$$

Радіус конуса змінюється за висотою конуса, враховуючи, що $\tan \gamma = \frac{R_1 - R_2}{H}$, і визначається за формулою:

$$R(z) = R - \frac{z}{H} (R_1 - R_2) = R \left(1 - \frac{z}{H} \tan \gamma \right). \quad (7.34)$$

Площа поперечного перетину змінюється за висотою відповідно до залежності:

$$S(z) = \pi[R(z)]^2 = \pi R_1^2 \left[1 - \frac{z}{H} \tan \gamma\right]^2 = S_0 \left[1 - \frac{z}{R} (1 - \tan \gamma)\right]^2. \quad (7.35)$$

Середня швидкість у перетині вздовж осі 0Z

$$\omega(z) = \frac{Q}{S(z)} = \omega_0(z) \left[1 - \frac{z}{H} \tan \gamma\right]^{-2}. \quad (7.36)$$

Локальна швидкість (осьова) у поперечному перетині, як експериментально визначено, залежить від координати r і цю залежність можна апроксимувати лінійним співвідношенням

$$\frac{\omega_z(r)}{\omega_{cp}} = a + b \frac{r}{R_1}, \quad (7.37)$$

де a, b – коефіцієнти лінійної апроксимації.

Тоді з урахуванням (7.36) із виразу (7.37) матимемо:

$$\omega_z'(r, z) = \left(a + b \frac{r}{R_1}\right) \omega_0 \left[1 - \frac{z}{H} \tan \gamma\right]^{-2}. \quad (7.38)$$

Без урахування зміни локальної осьової швидкості за радіусом вихрового потоку осьову швидкість визначено за спрощеною формулою, отриманою з геометричних співвідношень:

$$\omega_z(r, z) = \frac{Q}{S_0 \left(1 - \frac{z}{H} \left(1 - \frac{r}{R_1}\right)\right)}. \quad (7.39)$$

Використовуючи запис сили аеродинамічного опору через коефіцієнт вітрильності k_{Π} ,

$$F = m \cdot k_{\Pi} u^2, \quad (7.40)$$

де $k_{\Pi} = C(R_e) \frac{\rho}{r} S \frac{1}{m} = \frac{g}{v_{\text{ВІТ}}}$, $v_{\text{ВІТ}}$ – швидкість витання частинки (критична швидкість).

Підставляючи значення складових співвідношень (7.25)–(7.27), (7.31), (7.32), (7.40) у рівняння, остаточно матимемо:

$$\frac{d^2 r(t,z)}{dt^2} - r \left(\frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} \right)^2 = k_V \left(\frac{\Phi}{r - z t q \gamma} - \frac{dr(t,z)}{dt} \right)^2, \quad (7.41)$$

$$r \frac{d^2 \varphi(t)}{dt^2} - \frac{dr(t,z)}{dt} \cdot \frac{\partial \varphi(t)}{\partial t} = k_V \left((r - z t q \gamma) \omega - r \frac{d\varphi}{dt} \right)^2, \quad (7.42)$$

$$\frac{d^2 z(t,r)}{dt^2} + q = k_V \left(\frac{Q}{S_0 \left(1 - \frac{z}{H} \left(1 - \frac{r}{H} \right) \right)} + \frac{dz(t,r)}{dt} \right)^2; \quad (7.43)$$

Система рівнянь (7.41)–(7.43) із граничними і початковими умовами:

$$\begin{aligned} z = 0; r = R_1; z = h; S = S_0; t = 0; r = r_0 = R_1; \varphi = 0; \\ Z = 0; v_p = 0; v_T = v_{\text{ВХ}} \cdot \cos \alpha; v_z = v_{z0} \end{aligned} \quad (7.44)$$

описує рух частинок, аеродинамічні властивості яких визначаються коефіцієнтом вітрильності K_v , у висхідному гвинто-спіральному повітряному потоці за наявності радіального стоку повітря всередині конусної аспіраційної камери (унаслідок відсмоктування повітря вентилятором).

Дослідженнями руху повітряного середовища всередині конуса із жалюзійною поверхнею з відсмоктуванням повітря у верхньому кільцевому зазорі та всмоктуванням повітря струменями на бічній поверхні конуса (3-D модель на рис 7.9), проведеними в роботі [176], встановлено:

1) повітря крізь щілинні отвори вводиться у внутрішній об'єм конусної камери у вигляді струменів, які спрямовано під певним кутом до осей координат (рис. 7.10);

2) за досить щільного розміщення отворів та збільшення витрат повітря струмені повітря, що витікають, зливаються в суцільний вихровий потік, утворюючи конусно-кільцеву зону сепарації; тобто кільцевий вихровий потік рівномірно «обтікає» внутрішню поверхню конуса.



Рис. 7.9. Схема перфорованого конуса з обертальним робочим органом (диском) для реалізації моделювання швидкостей руху пневмовихрового середовища

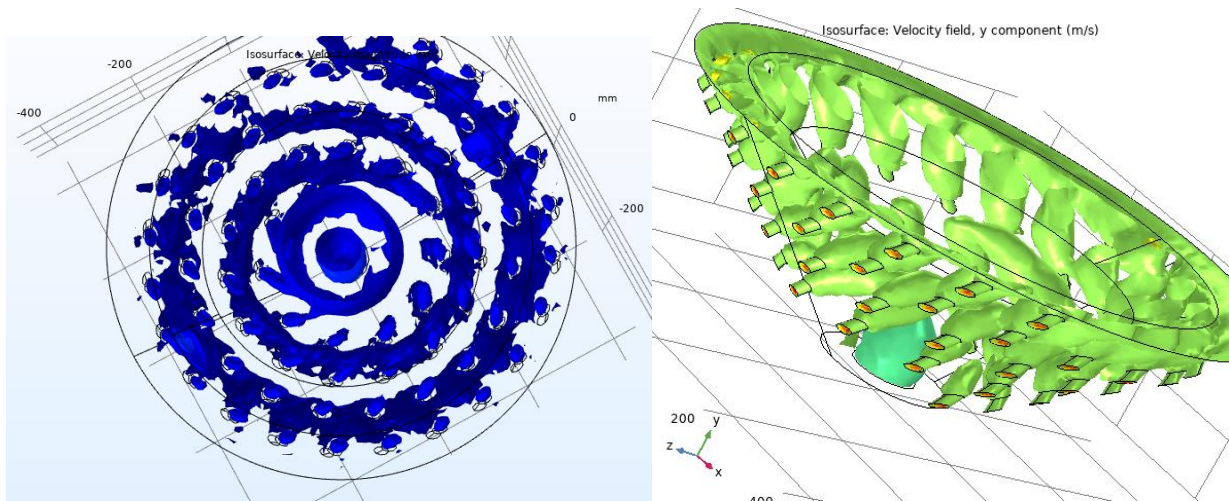


Рис. 7.10. Результати чисельного моделювання руху зерноповітряної суміші в пневмовихровому середовищі аспіраційної камери вібровідцентрового сепаратора

За таких умов (кільцевий вихровий рух повітряного потоку в зазначеному горизонтальному перетині) тангенціальна швидкість і радіус зв'язані рівнянням $\omega_{T_i} = \omega_i R_i$, де $\omega_i = \text{const}$, і проєкції складових швидкостей всмоктувального потоку будуть визначатися співвідношеннями:

$$\omega_T = v_{BK} \cos \alpha; \quad \omega_p = v_{BK} \sin \alpha; \quad \tan \alpha = \frac{\omega_p}{\omega_T}. \quad (7.45)$$

Для забезпечення стійкого переміщення частинок зернового матеріалу носійним (зважувальним) потоком повітря його колова швидкість має перевищувати швидкість витання частинок основного розміру – $\omega_T > v_{\text{ВИТ}}$, а радіальна складова швидкості вхідного потоку (струменя) повинна забезпечити переміщення частинок сміттєвих домішок із периферійної зони сепарування в бік центру. Тому вибір кута нахилу вектора вхідної швидкості (кут відхилення козирка щілини) має передувати розрахункам траєктрій руху частинок із різними значеннями K_v над конусною поверхнею.

Для визначення впливу кута нахилу вектора вхідного (струменевого) потоку на траєкторії руху частинок із різним K_v у горизонтальній площині можна використати модель плоского пневмовідцентрового сепаратора і розрахувати траєкторію частинок за спрощеною процедурою.

Враховуючи, що $v_T = \left(\frac{d\varphi}{dt}\right)r = \omega r$ та $dt = \frac{d\varphi}{\omega}$ в рівнянні (7.22), отримаємо

$$\omega \frac{d^2 r}{d\varphi^2} - r\omega^2 + K_v \left(\omega \frac{dr}{d\varphi} - \omega_{T_{\text{BX}}} \right)^2 = 0, \quad (7.46)$$

де $\omega_{T_{\text{BX}}} = V_{\text{BX}} \cos \alpha$

Рівняння (7.46) за початкових умов: $\varphi = 0, r = R, \frac{dr}{d\varphi} = 0, \varphi = 0$ дозволяє визначити траєкторію переміщення частинки $r(\varphi)$ в координатах (r, φ) .

Під час переміщення зерна вздовж конічної поверхні, площа якої зменшується в напрямку руху зерна, для забезпечення незмінної товщини шару зерна необхідно збільшувати вертикальну складову швидкості зерна в напрямку руху.

Одним із способів реалізації збільшення швидкості переміщення зерна є розміщення щілин (лускатих) під різним кутом до твірної й при цьому кут зменшується в напрямку зменшення діаметра конуса (рис. 7.11.).

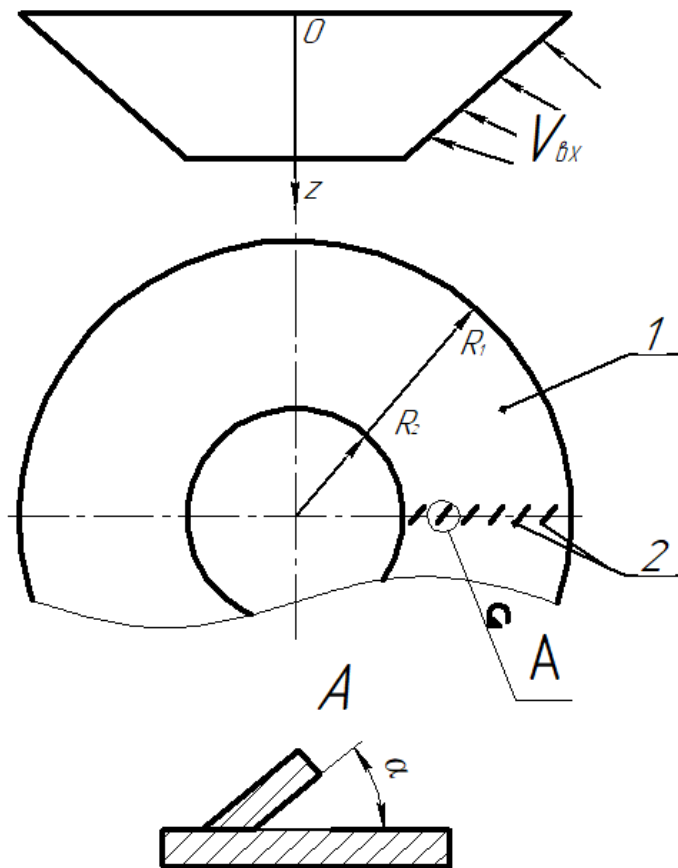


Рис. 7.11 Схема розміщення щілин і швидкостей потоку повітря:

1 – конус; 2 – щілини

Проекція швидкості струменя повітря на вісь Z: $V_2 = V_{BK} \sin \beta$.

Зміну проекції вертикальної швидкості повітря за висотою конуса в першому наближенні визначено за лінійною залежністю:

$$V_z(z) = V_{BK} \sin(\beta_{\max} - bz), \quad (7.47)$$

де $\beta_{\max}$ – максимальний кут нахилу ($\beta_{\max} \approx 60^\circ$);

$b = 300$.

На рисунку 7.12 наведена залежність вертикальної проекції швидкості від висоти конуса $V_t(z)$.

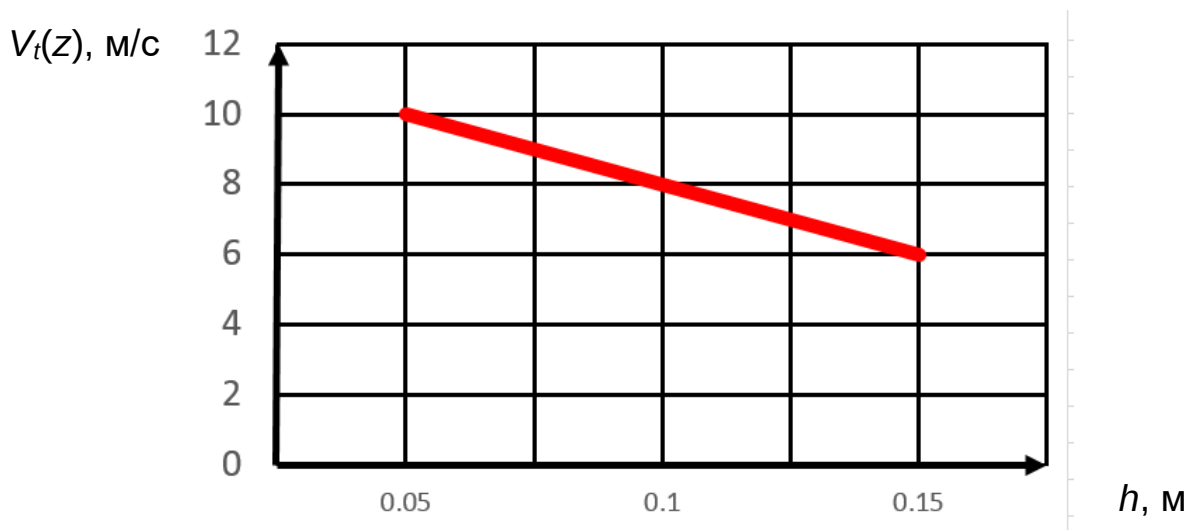


Рис. 7.12. Вертикальна швидкість повітря залежно від висоти конуса h

Як випливає з графіка, частинки зі швидкістю витання до 5 м/с ($K_v = 0,39$) будуть виноситися із зони сепарації ззовні.

Рівняння (7.43) слід переписати у вигляді:

$$\frac{d^2 z(t,z)}{dt^2} + q = K_v \left[V_{\text{BX}} \sin(b_{\text{ш}} - bz) - \frac{dz(t,z)}{dt} \right]^2. \quad (7.48)$$

Конструкція пневмовихрового сепаратора, розглянута вище, є новим типом повітряних сепараторів, функціонування яких мало вивчено. Тому розглянуті математичні моделі дозволяють наближено оцінити їхні потенційні можливості та ефективність. Надалі слід більш детально дослідити вплив розмірів, конфігурації та кута нахилу щілин жалюзійної форми на переміщення компонентів зернового матеріалу.

7.3 Теоретичний аналіз знепилення повітряних потоків у прямокутному циклоні з поперечно-поточною зоною сепарації

Аспіраційні системи повітряно-решітних сепараторів, особливо в пересувному варіанті, повинні забезпечувати роботу пневмосепараційних

каналів з одночасним очищенням запиленого повітряного потоку за допомогою пилоочисникового знепилювального обладнання. Жалюзійно-інерційні канали та аспіраційні камери не можуть забезпечити нормальний рівень запиленості робочих місць операторів. Зі збільшенням продуктивності зерносепараторів запиленість робочої зони значно зростає.

Найбільш ефективними знепилювальними установками на сьогодні є циклони – пиловловлювачі системи, в яких тверді частинки (зернівки) видаляються із закрученого газового потоку під дією відцентрових сил. Але циклони мають значні габарити, особливо за висотою, що робить незручним їх використання в пересувних зерноочисних агрегатах. Тому виникла потреба в розробці малогабаритних пилоочисників із мінімальною висотою. Таким вимогам відповідає горизонтальний прямоточний циклон (рис. 7.13).

У роботі [109] подано оригінальну схему роботи відокремлювача твердих частинок із вихрового потоку в циліндричній камері через тангенціальну щілину. Оскільки елементи циклонного пристрою відрізняються від звичайних циклонів, для яких більшість математичних моделей для обґрунтування параметрів не задовільняють фізичного процесу, тому є потреба проведення аналітичного аналізу процесу сепарації.

Для визначення закономірностей руху частинки у закрученому потоці повітря на основі спрощених формул треба побудувати траєкторії їхнього руху з метою обґрунтування параметрів пиловловлювача і його ефективності в камері сепарації прямоточного циклона.

Розглянемо роботу циклонного пристрою з поперечно-поточною зоною поділу (відведення пилу), схема якого наведена на рисунку 7.13.

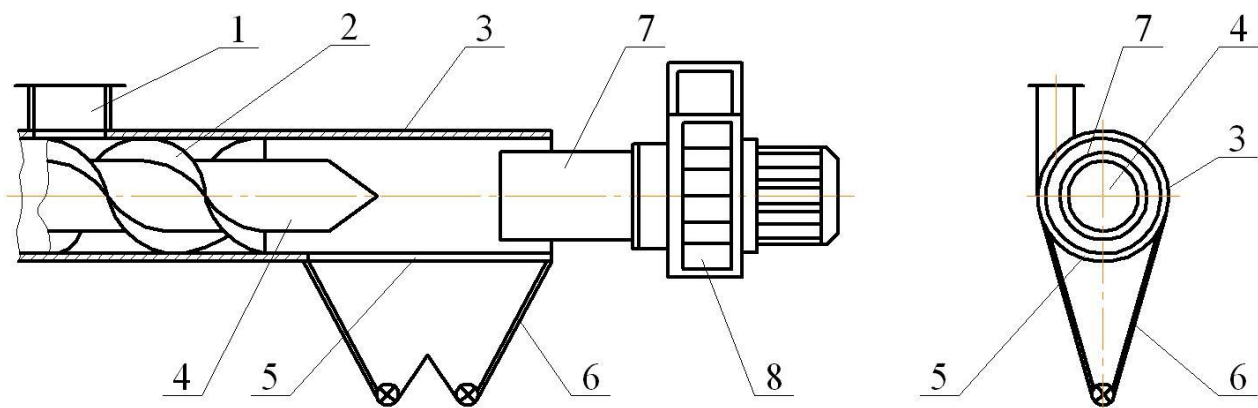


Рис. 7.13. Конструкційна схема циклонного пилоочищувача (сепаратора):

- 1 – тангенціальний патрубок; 2 – гвинтовий завихрювач;
- 3 – циліндричний корпус; 4 – вставка; 5 – тангенціальна щілина;
- 6 – пилоосадова камера; 7 – відвідний повітряний канал;
- 8 – відсмоктувальний вентилятор

Потік повітря з матеріалом (частинки дрібнодисперсного пилу) потрапляє через тангенціальний патрубок 1 у завихрювач 2 гвинтового типу, де набуває обертального руху. Під дією відцентрової сили частинки отримують радіальний рух у напрямку від осі до стінки циклона 3, поблизу якої підвищується їхня концентрація. Концентрований потік частинок, що переміщується вздовж стінки, потрапляє в тангенціальну щілину 5 і через неї в пилосбірник 6; очищене повітря через канал 7 відсмоктується вентилятором 8 і викидається в атмосферу.

Для формування математичного опису руху частинок у потоці повітря в циклонній камері прямої схеми зробили такі припущення: частинки мають форму кулі, не деформуються і не взаємодіють між собою; частинки рухаються в подовжньому напрямку зі швидкістю повітря; у радіальному напрямку частинка рухається рівномірно під дією відцентрової сили, яка врівноважується силою опору з боку повітряного потоку; сила опору визначається за законом Стокса; радіальна швидкість повітря у гвинтовому русі дорівнює нулю. Інші сили, відповідно до аналізу

їхньої дії, внаслідок їхньої малості в розрахунках не враховуються; швидкість частинки по колу приймається такою, що дорівнює коловій швидкості повітря.

Загалом рівняння траєкторії руху однієї частинки в повітряному потоці мають такий вигляд у координатах rOz :

$$V_z = \frac{dz}{dt} = f_1(z, r); \quad (7.49)$$

$$V_r = \frac{dr}{dt} = f_2(z, r), \quad (7.50)$$

у полярних координатах:

$$V_\varphi = \frac{d\varphi}{dt} = f_3(z, r, \varphi), \quad (7.51)$$

де V_r, V_z, V_φ – радіальна, осьова та колова складові швидкості частинки;
 t – час перебігу процесу пилоочищення.

Сила опору середовища за Стоксом визначається:

$$F_c = 3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot d \cdot V_r. \quad (7.52)$$

де μ – динамічна в'язкість повітря (середовища);
 d – діаметр частинки.

Відцентрова сила, що діє на частинку:

$$F_B = m \cdot \frac{U_\varphi^2}{r}, \quad (7.53)$$

де $m = \frac{\rho \pi d^3}{6}$ – маса частинки, ρ – густина матеріалу частинки;

U_r, U_z, U_φ – радіальна, осьова та колова складові швидкості потоку повітря;

$V_r, V_z, V_\varphi m = \frac{\rho \cdot \pi \cdot d^3}{6} \cdot \mu \cdot \rho \cdot r$ – поточна координата в радіальному напрямку.

Відповідно до зроблених припущень рух частинки в радіальному напрямку визначається рівнянням:

$$m \cdot \frac{U_\varphi^2}{r} = 3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot d \cdot V_r. \quad (7.54)$$

Для гвинтового руху газу колова швидкість визначається співвідношенням [198]:

$$U_\varphi = r \cdot \frac{U_z}{S} \cdot \pi. \quad (7.55)$$

де S – крок гвинта завихрювача.

Підставляючи значення U_φ із (7.55) у рівняння (7.54), після перетворень матимемо:

$$\frac{dr}{dt} = \frac{3 \cdot \pi \cdot \mu \cdot d \cdot U_z^2}{m} = \frac{r \cdot U_z^2}{t \cdot S^2}. \quad (7.56)$$

Враховуючи, що $U_z = \frac{dz}{dt}$, і виключаючи dt з рівнянь (7.56) і (7.49), отримаємо рівняння, що визначає траєкторію руху (у координатах rOz):

$$dz = \frac{S^2}{r \cdot U_z(r) \cdot \tau} dr, \quad (7.57)$$

величину $\tau = \frac{\rho d^2}{18 \cdot \mu}$ називають часом релаксації [151].

У рівняння (7.57) входить величина $U_z(r)$, що характеризує розподіл осьової швидкості за радіусом. У роботі [180] залежність осьової швидкості від радіуса в закрученому потоці циліндричної труби отримано за експериментальними даними та описано рівнянням:

$$U_z(r) = 0,4 \cdot u + 1,6 \cdot u \cdot \left[\frac{r}{R} \right] - 0,6 \cdot u \cdot \left[\frac{r}{R} \right]^2, \quad (7.58)$$

де $u = \frac{4 \cdot L}{\pi \cdot D_{\text{ц}}^2}$ – середня осьова швидкість повітря, L – витрата повітря в циклоні (радіальний стік повітря), $D_{\text{ц}}$ – діаметр циклона;
 R – радіус циклона $D_{\text{ц}}$, $R = 0,5 \cdot D_{\text{ц}}$.

Для спрощення розрахунків апроксимуємо вираз (7.58) лінійною залежністю:

$$U_z(r) = a + b \cdot r, \quad (7.59)$$

де $a = 0,47 \cdot \frac{u}{R}$; $b = 1,05 \cdot \frac{u}{R}$.

З урахуванням рівняння (7.59) рівняння (7.57) набуло вигляду:

$$dz = \frac{s^2}{\tau \cdot r \cdot [a + b \cdot r]} dr. \quad (7.60)$$

Інтегруючи рівняння (7.60) за граничної умови: $z = 0$, $r = r_0$, матимемо:

$$z(r) = \frac{s^2}{a \cdot \tau} \ln \frac{br(br+a)}{br_0(br+a)}. \quad (7.61)$$

Отриманий вираз є рівнянням траєкторії руху частинки. Початок руху при $z = 0$ від радіуса r_0 .

Задача розрахунку процесу виділення частинки з потоку повітря вирішується знаходженням «крайової» траєкторії частинки, яка має найменший розмір; усі частинки більшого розміру досягають стінки камери і вважаються вловленими. Довжина проєкції траєкторії за умови $z = l$ під

час переміщення частинки визначатиме місце розміщення вихлопної труби.

Для визначення траєкторії руху частинки від кута обертання φ (кутова координата) зробимо в рівнянні (7.54) заміни:

$$V_r = \frac{dr}{dt} = \omega \cdot \frac{dr}{d\varphi}, \quad (7.62)$$

де ω – кутова швидкість;

$$U_\varphi = \omega \cdot r. \quad (7.63)$$

З урахуванням виразів (7.61) і (7.63) рівняння (7.54) запишемо у вигляді:

$$\frac{dr}{d\varphi} = \tau \cdot \omega \cdot r. \quad (7.64)$$

Розв'язок рівняння (7.64) за початкової умови: $\varphi = 0, r = r_0$ матиме вигляд:

$$r = r_0 \cdot e^{r_0 \cdot \omega \cdot \varphi}. \quad (7.65)$$

Рівняння (7.65) визначає положення частинки в процесі руху по радіусу в потенціальному обертовому потоці за зміни кута обертання.

Для визначення довжини робочої зони l , необхідної для вловлювання частинок мінімального розміру $d_{\min}$, необхідно в рівняння (7.59) підставити значення

$$\tau_{\min} = \frac{\rho_r \cdot d_{\min}^2}{18 \cdot \mu} \quad \text{та} \quad r = R \quad (7.66)$$

де $R_{\text{ц}}$ – радіус корпусу циклона.

$$l = \frac{S^2 \cdot 18 \cdot \mu}{a \cdot \rho_r \cdot d_{\min}^2} \ln \frac{aR(br_0 + a)}{br_0(bR + a)}. \quad (7.67)$$

На рисунку 7.14 наведено, як приклад, траєкторії осаджувальних частинок.

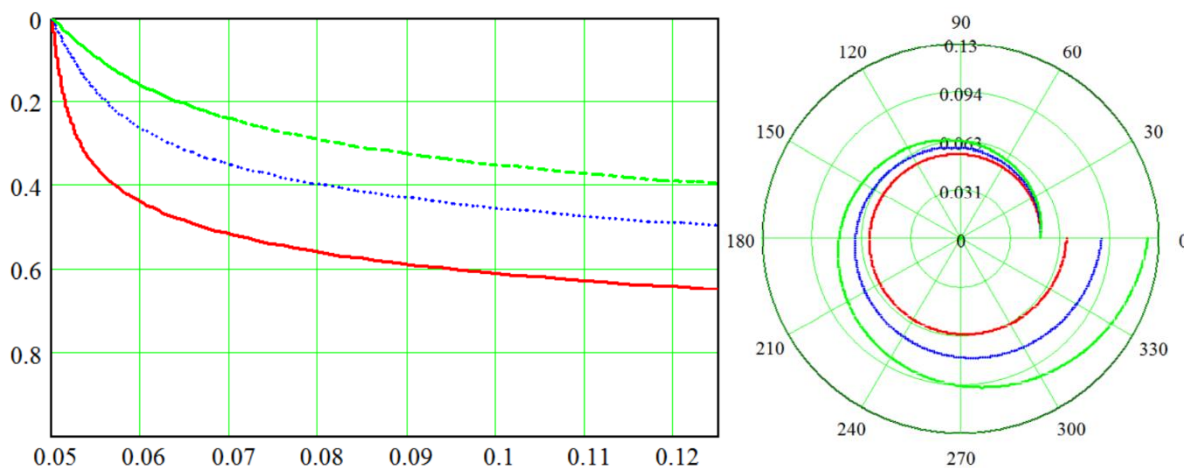


Рис. 7.14. Траєкторії руху частинок пилу в циклонній камері

Отже, на основі аналізу кінетики ізольованої частинки сферичної форми з невеликим діаметром на базі фізико-механічних параметрів процесу сепарації в обертальному повітряному потоці отримано розрахункові залежності, на основі яких можна проводити кількісне моделювання та обґрунтування раціональних параметрів удосконаленого знепилювального пристрою. Отримані спрощені залежності можна використовувати для траєкторного аналізу розробленого обладнання з метою знепилювання потоків газу у відцентровому полі.

8. ТЕХНОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ ПНЕВМОВІБРАЦІЙНИХ СЕПАРАТОРІВ ДЛЯ ВІДБОРУ ВИСОКОПРОДУКТИВНОГО НАСІННЯ

8.1 Функціональні можливості, технологічні схеми і математична формалізація процесу

Пневмо-вібраційна сепарація насінневого матеріалу застосовується для:

- сортування насінневого матеріалу за продуктивністю насіння (яка має високий кореляційний зв'язок за комплексом властивостей: густиною та масою 1000 насінин);
- виділення важковідокремлюваних домішок і малопродуктивного насіння;
- видалення легких та важких домішок нерослинного походження.

Основним принципом функціонування пневмовібраційних установок є розшарування насіння під дією повітряного потоку та вібрацій (рис. 8.1).

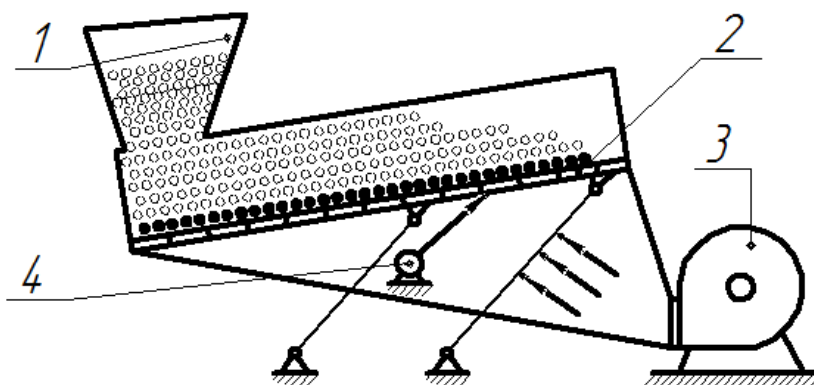


Рис. 8.1. Схема процесу розшарування насіння у вібро-псевдорозрідженому шарі:

1 – бункер; 2 – дека; 3 – вентилятор; 4 – вібробудник;

○ – легке насіння; ● – важке насіння

Під розшаруванням насіння розуміють перерозподіл зернівок за висотою шару. При цьому легкі частинки (які мають густину нижчу середньої) «спливають» у верхні шари, а важкі (з більшою густиною) занурюються в нижчі шари вібро-псевдорозрідженого об'єму.

Під час використання пневмосортувального стола процес сепарації відбувається у два етапи: розшарування на декілька зон деки (фракції, компоненти) та окремого (розділеного) їх транспортування. У зоні розшарування насінини переміщуються вертикально (важкі «тонуть», легкі «спливають»), у зоні транспортування рухаються в нахиленій площині під двома кутами: α_1 і α_2 .

Оскільки основний поділ на фракції відбувається в зоні розшарування, розглянемо фізичну і математичну моделі вібраційного розділення сипкої суміші за [58].

Інтенсивні коливання об'єму сипкого середовища з різнорідними частинами призводить до того, що сипке середовище подібно до системи середовища з вязким опором, тобто аналогічно рідині з коефіцієнтом вязкості, що суттєво залежить від параметрів коливань. При цьому одиночні частинки, більш важкі, ніж частинки, що їх оточують, однакового розміру (за відомих умов) занурюються («тонуть») в сипке середовище, а більш легкі частинки спливають до поверхні шару. Швидкість занурення (спливання) збільшується зі збільшенням різниці середньої густини означеної частинки і частинок середовища.

Так під дією вібрацій відбувається розшарування сипкої суміші, яка складається з різнорідних (за розмірами або густиною) частинок, що є одним з основних елементів процесу сепарації, тобто поділ компонентів зернового матеріалу за певною ознакою.

Теоретичні пояснення фізичної картини розрихлення сипкого середовища та його розшарування по координатах за фізичними властивостями досить детально висвітлено у [24, 25].

У теорії вібропневматичної сепарації під розшаруванням зернового матеріалу розуміють перерозподіл зернівок за висотою шару під дією вібрацій та повітряного потоку (частинки з густиною, що менша, ніж середня, «спливають» до верхніх шарів, а з більшою густиною занурюються до нижніх шарів) – зрідженого шару. Для повітряного потоку, що нагнітається, шар, який вібрує, підсилює інтенсивність його розпушення (яке характеризується збільшенням об'єму шару, його порозності).

Прийнявши режим коливань шару матеріалу, який прийнято називати постілью, квадистаціонарним (або встановленим), вважаючи, що всі середні значення параметрів коливань постелі в кожній точці (за період коливань) будуть незмінними, та не враховуючи випадкові дії з боку частинок постелі на частинки, які відрізняються від останніх густиною, отримано детерміновану модель процесу розшарування [24] у векторній формі:

$$m_1 \frac{d\bar{v}}{dx} = \bar{p} - m_0(\Delta - 1) \frac{d\bar{u}}{dx} + \bar{F}, \quad (8.1)$$

$$\Delta = \frac{m}{m_0}; \quad m_1 = m' + m_0;$$

де $\bar{v}$ – швидкість частинки відносно середовища;

$\bar{p}$ – зовнішня сила, що діє на частинку в середовищі;

$\Delta = \frac{m}{m_0}$; $m_1 = m' + m_0$; m – маса частинки, m_0 – маса середовища в об'ємі частинки, m' – приєднана маса частинки в середовищі;

$\bar{u}$ – абсолютна швидкість середовища в точці, яка співпадає із центром тяжіння частинки (швидкість переносного руху);

$\bar{p}\bar{F} = \bar{F}(v)$ – сила опору відносному руху частинки в середовищі (подібна до сили сухого тертя), спрямована в напрямку, протилежному відносній швидкості $\bar{v}$.

У разі, коли зовнішнє поле являє собою поле сили тяжіння:

$$\bar{p} = m_0(\Delta - 1) \cdot g, \quad (8.2)$$

де g – прискорення сили тяжіння.

Тоді рівняння відносного руху частинки в коливальному середовищі запишеться так:

$$m \frac{d\bar{v}}{dx} = m_0(\Delta - 1) \left(g - \frac{d\bar{u}}{dx} \right) + \bar{F}(v). \quad (8.3)$$

Для конкретизації залежності $\bar{F}(v)$ розглянемо систему прямокутних координат $Oxyz$, зв'язаних із незбуреним коливним середовищем, наближеної до точки, в якій знаходиться частинка; при цьому вісь Z спрямована вертикально вниз. Тоді [151] проєкції сили опору руху частинки $\bar{F} = \bar{F}(v)$ на осі $Oxyz$ визначаються формулами:

$$\begin{aligned} F_x &= -F_n \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}}; \quad F_y = -F_n \frac{V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}}; \\ F_z &= -F_v \frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}}; \\ V &= \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \neq 0. \end{aligned} \quad (8.4)$$

Припускається, що модуль сили опору F_v за руху у вертикальному напрямку може відрізнятися від модуля F_n за руху в горизонтальному напрямку.

Абсолютна швидкість незбуреного середовища біля частинки u задається рівнянням

$$\bar{u} = A \cdot \bar{\omega} \cdot \sin(\omega t + \alpha).$$

У разі, коли частинки середовища рухаються по колових траєкторіях у горизонтальній площині [24, 51], отримано рівняння руху частинки відносно середовища у вигляді:

$$\begin{cases} m_1 v_y = m_0(\Delta - 1)r \cdot \omega^2 \cos(\omega t + \alpha) - F_n \frac{V_x}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}} \\ m_1 v_x = m_0(\Delta - 1)r \cdot \omega^2 \sin(\omega t + \alpha) - F_n \frac{V_y}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}} \\ m_1 v_z = m(\Delta - 1)g - \frac{V_z}{\sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2}} \\ V = \sqrt{V_x^2 + V_y^2 + V_z^2} \neq 0 \end{cases} \quad (8.5)$$

Отримані в [24, 51] моделі (8.3) і (8.5) не враховують дії повітряних потоків, які підсилюють вплив вібрацій на розшарування насінневої суміші. Збільшується рухливість зернівок усередині зрідженого і розпушеного шару. Розділення інтенсифікується, оскільки за фіксованих кінематичних параметрів опорної поверхні швидкості «занурення» і «спливання» частинок збільшуються зі збільшенням швидкості фільтрації повітря.

Дослідження процесів, що відбуваються всередині вібропневморозрідженого шару дисперсного матеріалу, досить повно висвітлено в роботах В. М. Дринчи, В. М. Цециновського, Г. Е. Птушкіної, Б. В. Зевелева, Ю. Н. Сухарева, В. В. Бредикіна, І. І. Блехмана, В. В. Гортинського та інших наукових працях.

Математична модель переміщення частинки у вібророзрідженому шарі на основі фізичних уявлень, визначених у роботах І. І. Блехмана [23, 24], розглянута вище.

Далі викладено інші нетипові підходи до математичного опису процесу поділу зернового матеріалу у вібропневматичних сепараторах.

8.2 Математичний опис процесу переміщення компонентів насіннєвого матеріалу в шарі на вібропневматичному робочому органі – нахилений деці пневмостола

Розгляд задач переміщення частинки в зрідженому сипкому середовищі на деках пневмостола ускладнюється насамперед невизначеністю сил опору, які автори робіт [24, 25] не визначали.

Сили опору в аеруємому середовищі визначено та викладено Г. А. Васильовою в роботі [194], отримано узагальнене рівняння для визначення динамічної характеристики зернового матеріалу з урахуванням форми частинок, стану поверхні, концентрації частинок та інших факторів, а також запропоновано формулу для визначення швидкості стисненого витання C_s в такому вигляді:

$$C_s = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{g \cdot d_e (\rho - \rho_{\text{п}})}{k_{\beta} - \rho_{\text{п}}}}, \quad (8.6)$$

де d_e – еквівалентний діаметр;

$\rho + \rho_{\text{п}}$ – густина частинки і повітря;

$k_{\beta} = 0,57 k_{\phi} \left(1 - i, 2\beta^{\frac{2}{3}}\right)^{-2,7} \left[1 - \left(\frac{de}{4R+de}\right)^2\right]^{-2,1}$. $de\beta$ – об'ємна концентрація,

$\rho + \rho_{\text{п}} R$ – гідравлічний радіус.

З огляду на закон опору Ньютона можна записати:

$$R = k_c \frac{\gamma}{g} F C^2 = mg, \quad (8.7)$$

де c – швидкість повітря;

v – швидкість частинки;

звідки $k_c \frac{\gamma}{g} F = \frac{mg}{c^2}$, а сила тиску повітряного потоку на частинку дорівнює

$$R = mg \frac{(c-v)^2}{c_s^2}, \quad (8.8)$$

яка відображує аеродинамічну під'ємну силу, що діє на частинку в пневмозрідженому шарі зернового матеріалу.

Сила опору переміщення проходової частинки в постелі за наявності силової дії на неї в першому наближенні в роботі [194] визначено з огляду таких міркувань.

Дія силових полів (повітряного потоку і вібрації) призводить до безперервного каналоутворення в постелі, що забезпечує переміщення частинок у різних напрямках, але переважно в напрямку дії повітряного потоку, яке обумовлено меншим опором шару постелі. Тому природно припустити, що вектор швидкості буде спрямований у бік меншої товщини шару, тобто нормально до поверхні деки.

Рух частинки в миттєво утвореному каналі можна розкласти на дві складові: основна складова діє в напрямку осі каналу і сприяє переміщенню частинки в тому ж напрямку; друга (другорядна) знаходиться в площині, перпендикулярної до осі каналу, і зумовлена коливаннями постелі. Частинка обмежена стінками каналу, утвореного сусідніми частинками постелі, на які вона наштовхується і здійснює безпорядковий коливальний рух. Кожний удар об стінку каналу (рис. 8.2) супроводжується витратою кінетичної енергії частинки та обміном кількості руху. Більш швидкі частинки гальмуються, а більш легкі прискорюються, тобто відбувається процес, аналогічний турбулентному переміщенню.

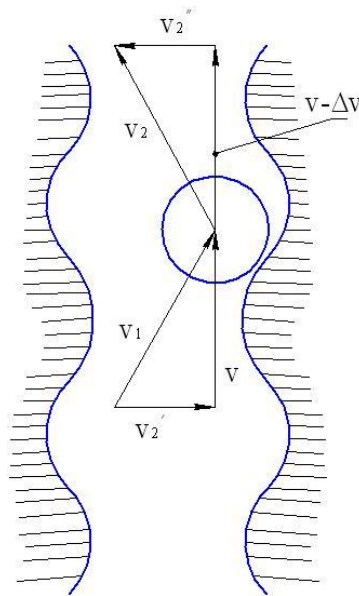


Рис. 8.2. Схема ударів частинок об стінку вертикального каналу всередині

Розглядаючи елемент миттєво утвореного вертикального каналу перетином f_0 і довжиною dx , в якому містяться dG матеріалу (рис 8.2), припущено [194], що частинки тут рухаються у вертикальному напрямку із середньою швидкістю v та в горизонтальному напрямку із середньою швидкістю v'_2 . Після удару частинки рухаються вертикально зі швидкістю $(v - \Delta v)$, а в перпендикулярному напрямку – під дією складової середньої швидкості v''_2 .

Для встановлення початкового стану (до удару) необхідно ці частинки знову прискорити, тобто прикласти силу dF , яку визначено з огляду на те, що [194] маса частинок, що досягла в одиницю часу стінки каналу, дорівнює:

$$q = \frac{dG}{f_0 dx} v'_2 S dx, \quad (8.9)$$

де $\frac{dG}{f_0 dx} = \gamma$ – об'ємна маса матеріалу;

$S dx$ – поверхня стінки каналу, S – периметр каналу.

Для створення прискорення необхідна сила

$$dF = \frac{\gamma v_2' S dx}{g}, \quad (8.10)$$

а оскільки v_2' і Δv за однакового кута падіння пропорційна K' , можна переписати так:

$$dF = dG \frac{S \cdot K' v^2}{f_0 \cdot 4 \cdot 2g}, \quad (8.11)$$

замінюючи форму перетину каналу на еквівалентне коло трубки діаметром D , визначили значення співвідношення

$$\frac{S}{f_0} = \frac{4}{D}$$

й формула (8.11) набуває вигляду [194]

$$dF = dG \frac{K' v^2}{2gD}, \quad (8.12)$$

Так визначають силу опору, залежну від співударяння та тертя частинок, яка спрямована проти руху частинки:

$$F = GK' \frac{v^2}{2gD} = m\mu' \frac{v^2}{D}, \quad (8.13)$$

де m – маса прохідної частинки;

μ' – узагальнений коефіцієнт опору.

Еквівалентний діаметр каналу визначається за отриманою в [194] формулою:

$$D = \frac{d}{(1-\varepsilon)^{\frac{1}{3}}}, \quad (8.14)$$

а сила опору в кінцевому вигляді з рівняння

$$F = m\mu'(1-\varepsilon)^{\frac{1}{3}} \frac{v^2}{d}, \quad (8.15)$$

де ε – порозність постелі;

d – діаметр частинки.

Для складання математичного опису руху (рівнянь руху) проходової частинки введено такі припущення:

- зернова суміш знаходиться в русі за дії особливого силового поля, утворюемого фільтрацією повітря та вібрацією опорної поверхні (деки);

- поле швидкостей частинок постелі на відстанях порядку розміру частинок у цьому полі однорідне;

- враховуючи, що швидкість U шарів постелі не співпадає зі швидкістю коливань деки, припускається, що амплітуда коливань постелі є функцією координати висоти постелі й її середнє значення співвимірне з амплітудою коливань деки, а коливання постелі має гармонійний характер.

Розглядаючи рух частинки в системі декартових координат, де площина XOY розміщена в площині деки, вісь x поміщена в площині коливань деки, а вісь z нормаль до неї (рис. 8.3), визначено [194] сили, що діють на проходову частинку:

- сила тяжіння – $G = mg$;

- сила інерції в переносному русі – $P_i = mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$;

- сила тиску повітряного потоку – $R = mg \frac{(C-z)^2}{C_S^2}$;

- сила опору вздовж осі Z – $F = \pm m\mu'(1-\varepsilon)^{\frac{1}{3}} \frac{z^2}{d}$; (знак «-» у разі

спливання частинки, знак «+» – за занурення),

де C – швидкість фільтрації повітря різних шарів (у каналі);

C_S – швидкість витання частинки в стиснених умовах.

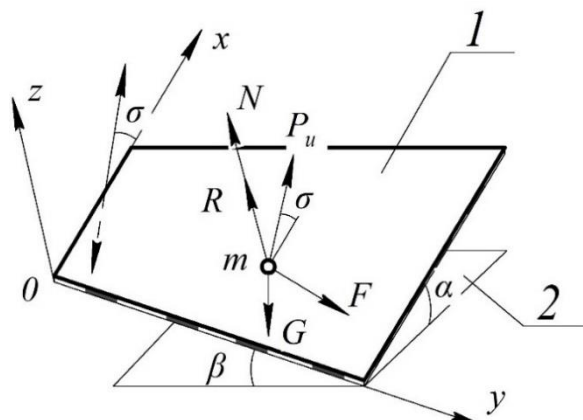


Рис. 8.3. Схема сил, що діють на частинку, яка знаходиться на похилій деці пневмостола:

1 – дека; 2 – горизонтальна площина;

σ – кут направлення коливань; α – повздовжній кут нахилу деки;

β – поперечний кут нахилу деки

Проекції сил, що діють на частинку у відносному русі в псевдозрідженому шарі (постелі), наведено в таблиці 8.1.

Таблиця 8.1. Проекції сил, що діють на частинку у відносному русі в псевдозрідженому шарі

Координати	Сили			
	тяжіння	інерції в перехідному русі	тиску повітряного потоку	опору
	$G = mg$	$P_u = mA\omega^2 \sin(\omega t + \varphi)$	$R = R(v)$	$F = F(v)$
X	$-m_0(\Delta - 1)g \sin \alpha$	$m_0(\Delta - 1)A\omega^2 \cos \sigma \sin(\omega t + \varphi)$	-	$-K_1 mx$
Y	$m_0(\Delta - 1)g \cos \alpha \sin \beta$	$-m_0(\Delta - 1)A\omega^2 \sin \sigma \sin \beta \sin(\omega t + \varphi)$	-	$-K_2 my$
Z	$-m_0(\Delta - 1)g \cos \alpha \cos \beta$	$m_0(\Delta - 1)A\omega^2 \sin \sigma \cos \beta \sin(\omega t + \varphi)$	$mg \frac{(C - z)^2}{C_S^2}$	$\pm K_3 mz^2$

Де m – маса прохідної частинки;

m_0 – маса частинок постелі в об'ємі частинок;

α – похил до горизонталі кут нахилу деки; β – поперечний кут нахилу деки;

σ – кут напрямлення коливань;

$$K_3 = \frac{\mu}{d} (1 - \varepsilon)^{\frac{1}{3}}; \Delta = \frac{m}{m_0};$$

Диференціальні рівняння руху прохідової частинки мають вигляд [194]:

$$\begin{cases} \ddot{X} = \varepsilon_0 g [K \cos \sigma \cdot \sin(\omega t + \varphi) - \sin \lambda] - K_1 \dot{x}; \\ \ddot{Y} = \varepsilon_0 g [\cos \lambda - K \sin \sigma \sin(\omega t + \varphi) \sin \beta] - K_2 \dot{y}; \\ \ddot{Z} = \varepsilon_0 g [K \sin \sigma \cdot \sin(\omega t + \varphi) - \cos \lambda] \cos \beta + g \frac{(c - \dot{z})^2}{c_s^2} \pm k_3 \dot{z}^2 \end{cases}, \quad (8.16)$$

$$\text{де } \varepsilon_0 = 1 - \frac{m_0}{m} = 1 - \frac{\gamma_0}{\gamma} = 1 - \frac{\sigma_0}{\sigma} (1 - \varepsilon); K = \frac{A \omega^2}{g}; K_3 = \frac{\mu}{d} (1 - \varepsilon)^{\frac{1}{3}};$$

γ, γ_0 – густина прохідової частинки і частинок постелі;

ε – порозність постелі;

A, ω – амплітуда і частота коливань;

φ – початкова фаза коливань;

$\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ – проекції швидкості прохідової частинки при поступальному русі на осі координат, зв'язані із середовищем частинок постелі;

λ, β – продольний і поперечний кути нахилу деки.

Наведені рівняння є нелінійними і їх розв'язок можливий чисельними методами. Для аналізу якісної картини занурення і спливання частинки практичний інтерес має третє рівняння системи (8.16).

У розглянутому випадку сила опору за відносного руху частинок донизу (занурення) більша за силу опору в разі руху частинки догори (спливання) в бік вільної поверхні, оскільки сила тиску зменшується.

8.3 Математичний опис процесів сепарації на пневмосортувальному столі на основі моделі гідродинаміки

У роботі Б. В. Зевелева [72] для моделювання математичного опису руху насіння в шарі по вібропневматичному (рис. 8.4.) робочому органу прийнято гіпотезу про аналогію динаміки шару псевдозрідженого сипкого матеріалу і в'язкості нестисненої рідини. Визначення закономірності переміщення частинок у віброаерозгущеному шарі проведено за системою рівнянь Нав'є – Стокса, що описує динаміку рідкого середовища, яке за умови незалежності відносних швидкостей частинок від координат на необмеженій площині робочого органу і відсутності перепаду тиску в напрямку осей x, y , рухомої системи координат x, y, z , (рис. 8.4) приводить до вигляду [79]:

$$\begin{cases} \frac{du_1}{dt} + \omega_1 \frac{du_1}{dz_1} = X_1 + v \frac{d^2 u_1}{dz_1^2}, \\ \frac{dv_1}{dt} + \omega_1 \frac{dv_1}{dz_1} = Y_1 + v \frac{d^2 v_1}{dz_1^2}, \\ \frac{d\omega_1}{dt} = Z_1 - \frac{1}{\rho} \frac{dP}{dz_1} \end{cases} \quad (8.17)$$

де u_1, v_1, ω_1 – швидкості частинок уздовж осей x_1, y_1, z_1 ;

t – час;

X_1, Y_1, Z_1 – проекції щільності розподілу підсумкової масової сили на осі x_1, y_1, z_1 ;

v – коефіцієнт кінематичної в'язкості;

$\bar{V}_{B.C}, \bar{V}_{C.C}, \bar{V}_{H.C}$ – середні швидкості переміщення верхнього, середнього та нижнього шару матеріалу, що обробляється, відповідно;

P – тиск;

$t\rho$ – густина. Pv

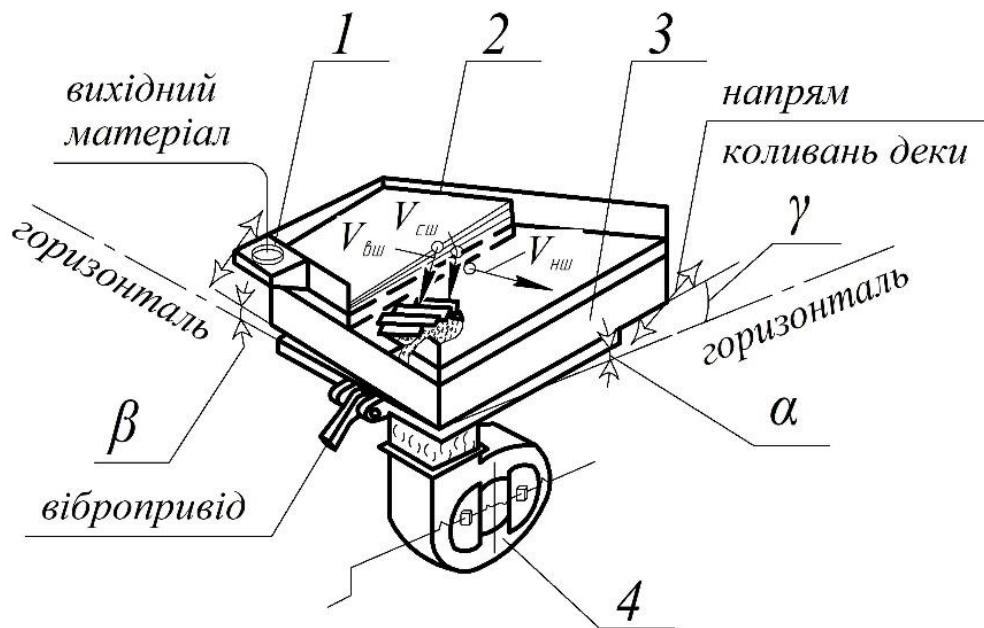


Рис. 8.4. Принципова схема пневмостола:

- 1 – приймальний лоток; 2 – робоча сітка деки;
3 – повітророзподільна камера; 4 – вентилятор

Після перетворення системи рівнянь (8.17) для рухомої системи координат x_2, y_2, z_2 за припущення відповідності законів руху прийнятої системи координат і нижніх частинок псевдозріженого шару, які контактують із декою, незмінення висоти H шару $H_{\text{зерна}}$ і відсутності відносного переміщення компонентів суміші вздовж осі z_2 параметри руху зерен визначаються з рівнянь [72]:

$$\begin{cases} \frac{du_2}{dt} = X_2 + v \frac{d^2 u_2}{dz_2^2}, \\ \frac{dv_2}{dt} = Y_2 + v \frac{d^2 v_1}{dz_2^2}, \end{cases} \quad (8.18)$$

де u_2, v_2 – відносні швидкості вздовж осей x_2, y_2 ;

X_2, Y_2 – проєкції щільності розподілу підсумкової масової сили на осі x_z, y_z .

Для визначеності розв'язку рівнянь (8.18) прийнято [72], що нижні частинки шару здійснюють рух, закономірності якого визначаються

характером переміщення одинокої плоскої частинки (матеріальна точка масою m) по шершавій поверхні (коефіцієнт тертя f), нахиленої під кутом λ, β до горизонту, які здійснюють гармонійні коливання з амплітудою та кутовою частотою ω . У цьому разі динаміка переміщення частинки (що моделює рухомий шар) описується системою рівнянь [72], складених для системи координат XYZ , яка переміщується разом із декою пневмостола:

$$\begin{cases} mX = -m \cdot g \cdot \sin\beta + m \cdot A \cdot \omega^2 \cos\gamma \cdot \sin\omega t \pm F_x \\ mY = m \cdot g \cdot \cos\beta \sin\lambda + m \cdot A \cdot \omega^2 \sin\gamma \cdot \sin\lambda \cdot \sin\omega t \pm F_y, \\ mZ = -m \cdot g \cdot \cos\beta \cdot \cos\lambda + R + m \cdot A \cdot \omega^2 \sin\gamma \cdot \sin\omega t \pm N \end{cases} \quad (8.19)$$

де X, Y, Z – проєкції прискорення відносного руху;

λ, β – кути поперечного і повздовжнього нахилу деки;

γ – кут нахилу дії вібрації;

F_x, F_y – складові сили тертя, спрямовані вздовж осей X та Y ;

R – сила дії повітряного потоку;

N – нормальна реакція опорної поверхні (деки).

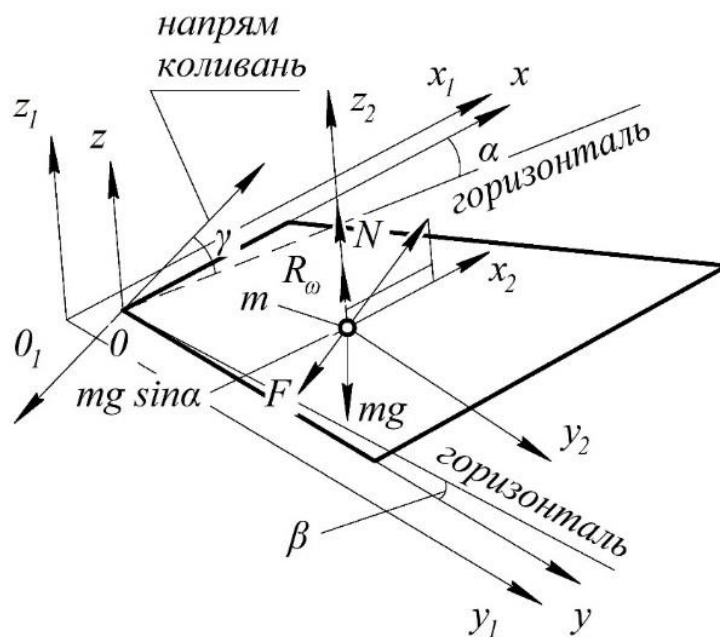


Рис. 8.5. Системи відліку параметрів руху і схема впливу сил на одиничну матеріальну частинку, яка переміщається по деці пневмостола

Для визначення складових рівняння (8.19) X_2 , Y_2 знехтувано швидкістю поперечного зміщення (через малі значення кута β , $|\dot{x}| \gg |\dot{y}|$). Тоді за безвідривного переміщення шару з рівнянь визначено швидкість:

$$\dot{x} = A_{a,\delta} t - \frac{1}{\omega} B_{a,\delta} \cos \omega t + \dot{X}_{0a,\delta}, \quad (8.20)$$

де $A_{a,\delta} = -g \sin \lambda \pm \left(g \cos \lambda \cos \beta - \frac{P}{m} \right) f$;

$B_{a,\delta} = \omega^2 A [\cos(\gamma - \lambda) \pm f \sin(\gamma - \lambda) \cos \beta]$;

$\dot{X}_{a,\delta} = \frac{B_{a,\delta}}{\omega} \cos \omega t_{1,2}$;

а, б – індекси, що вказують на проміжки часу, відповідно $t_1 < t < t_2$ і $t_2 < t < \frac{2\pi}{\omega} + t_1$, в які визначається означена функція; f – коефіцієнти тертя зерна об поверхню деки; γ – кут вектора вібраційної сили; $t_{1,2}$ – миті переключення відносного руху γf .

Приймаючи абсолютну швидкість переміщення частинки ($\dot{x}_1$) вздовж деки за переносну, отримано [72]:

$$X_2 = -g \sin \lambda - A_{a,\delta} - [B_{a,\delta} - \omega^2 A \cos(\gamma - \lambda)] \sin \omega t; \quad (8.21)$$

$$Y_2 = g \cos \lambda \sin \beta - \omega^2 A \sin(\gamma - \lambda) \sin \beta \sin \omega t. \quad (8.22)$$

У цьому разі розв'язком системи (8.21-8.22) є функція [72]:

$$\begin{aligned} U_{2a,\delta} = & \bar{S} \frac{t-t_{1,2}}{\varphi_{a,\delta}} [e^{-K_{1,2}Z_2} \cos(\varphi_{a,\delta} - K_{1,3}Z_2) - \cos \varphi_{a,\delta}] \pm \\ & \pm \omega A f \sin(\gamma - \lambda) \cos \beta [e^{-K_2Z_2} \cos(\omega t - K_2Z_2) - \cos \omega t] + U_{02a,\delta}; \\ v_2 = & \frac{1}{2v} g \cos \lambda \cos \beta (2Z_2H - Z_2^2) - \\ & - \omega A \sin(\gamma - \lambda) \sin \beta [e^{-K_2Z_2} \cos(\omega t - K_2Z_2) - \cos \omega t] \end{aligned}$$

де $U_{a,\delta}$ – швидкість відносного руху в проміжку часу $t_1 < t < \frac{2\pi}{\omega} + t_1$;

$$\bar{S} = \frac{\pi}{2} f(g \cos \lambda \cos \beta - \bar{m});$$

$$\varphi_a = \pi \frac{t - t_1}{t_2 - t_1}; \quad \varphi_b = -\pi \frac{t - t_2}{\frac{2\pi}{\omega} + t_1 - t_2};$$

$$k_1 = \sqrt{\frac{\pi}{2v(t_2 - t_1)}}; \quad k_2 = \sqrt{\frac{\omega}{2v}}; \quad k_3 = \sqrt{\frac{\pi}{2v\left(\frac{2\pi}{\omega} + t_1 - t_2\right)}};$$

$U_{02a,b}$ – сталі інтегрування, які являють собою розподіл швидкостей $U_{2a,b}$ за висотою шару, що регламентуються граничними умовами руху середовища.

Лінеаризація повних аналітичних функцій ($U_{02a,b}$), наведених у [72], дозволила автору визначити наближені вирази:

$$U_{2a,b}^* = q_{a,bi} \cdot z_2 + C_{0a,bi}, \quad (8.23)$$

де $q_{a,bi}$ – кутові коефіцієнти, які визначимо із співвідношення:

$$q_{a,b} = \frac{\Delta U_{02a,bi} - \Delta U_{02a,bi-1}}{\Delta z_i}; \quad (8.24)$$

$\Delta U_{02a,bi-1}$ – прирощення функції $U_{02a,b}$ на i -тому проміжку висоти шару;

Δz_i – висота i -го проміжку шару;

$C_{0a,b}$ – значення $U_{02a,b}$ при $z_2 = 0$.

За результатами теоретичного аналізу отриманих рівнянь і співвідношень отримано рівняння для визначення кінематичної в'язкості псевдозрідженого шару зернового матеріалу за даними експериментів:

$$v = \frac{-q \sin \lambda}{\bar{U}_{z_1} - \bar{U}_{z_2}} [2H(z_1 - z_2) - (z_1^2 - z_2^2)]; \quad (8.25)$$

де $\bar{U}_{z_1}, \bar{U}_{z_2}$ – швидкості переміщення частинок на висоті z_1 і z_2 від поверхні деки.

Обробкою експериментальних даних очищення насіння рису величина коефіцієнта кінематичної вязкості ν) визначена в межах $(0,0013 - 0,0029) \frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

8.4 Детермінована математична модель руху частинки у відцентровому пневмовібросрідженому шарі насіннєвого матеріалу

Низька продуктивність пневмостолів, складність налаштування на потрібний режим (для різних культур насіння) зумовлені суттєвим впливом багатьох визначальних параметрів: кути поперечного та повздовжнього нахилу, частоти та амплітуди коливань деки, швидкості повітряного потоку.

Але основна причина низької продуктивності пневмостола полягає в тому, що поділ відбувається тільки в гравітаційному полі, що вичерпало можливості інтенсифікації процесу поділу КЗМ.

Бажання дослідників процесу вібропневматичного розділення насіннєвого матеріалу підвищити продуктивність пневмостолів привело до появи нового класу зерносепарувальних машин – віброцентрифуг та вібропневоцентрифуг. Інтенсивність процесу поділу насіннєвого матеріалу за густиною в таких машинах пояснюється дією на частинку сил тяжіння та відцентрової сили за наявності вібрацій обертової опорної поверхні.

Однією з перших наукових праць щодо вивчення руху частинки у вібропневмовідцентровому шарі зернового матеріалу на обертальній циліндричній поверхні, що вібрує, з вертикальною віссю є робота [33]. Автором [33], використовуючи рівняння (8.1) і замінюючи силу сухого

тертя силами в'язкого опору та вводючи в рівняння сили реакції повітряного потоку, отримано модифіковане рівняння переміщення частинки у вібровідцентровому шарі за дії таких сил:

- тяжіння – $\bar{G} = m\bar{g}$;
- виштовхувальної $\bar{F}_A$;
- енергії приєднаних мас $\bar{F}_{\text{пр}}$;
- Коріоліса $\bar{Q}_k$;
- відцентрової $\bar{P}_{\text{в}};$
- реакції повітряного потоку $\bar{R}_n$;
- інерції від переносного руху – $\bar{J} = mA\omega^2 \sin\omega_1 t$.

Відповідно до (8.1) векторне рівняння набуває вигляду

$$m \frac{d\bar{v}}{dx} = \bar{G}_t + \bar{F}_A + \bar{F}_{\text{пр}} + \bar{Q}_k + \bar{P}_{\text{в}} + \bar{R}_n + \bar{J}. \quad (8.26)$$

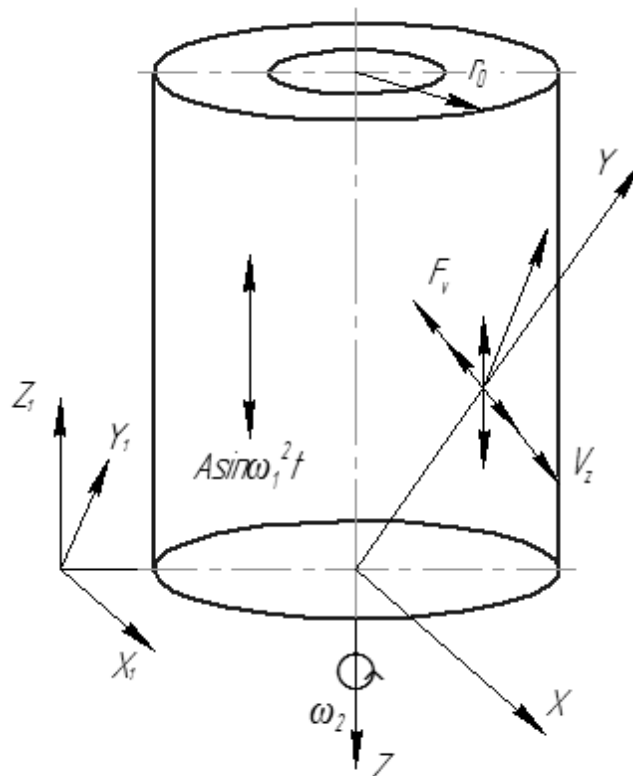


Рис. 8.6. Схема сил, що діють на частинку в шарі зерна на поверхні вібропневмоцентрифуги

Проектуючи отримане рівняння на осі системи прямокутних координат $OXYZ$ отримано рівняння руху частинки в шарі сипкого матеріалу, який знаходиться на поверхні обертального вертикального ротора, який здійснює гармонійні коливання у вертикальній площині [33]:

$$\begin{cases} m\ddot{x} = (m - m_0)\omega^2 x + P_{\pi} \cos \lambda + 2m\omega\dot{x} - R_c \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \\ m\ddot{y} = (m - m_0)\omega^2 y - 2m\omega\dot{y} - R_c \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \\ m\ddot{z} = (m - m_0)g - P_{\pi} \sin \lambda \pm A\omega_1^2 \sin \omega_1 t - R_c \frac{\dot{z}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2}} \end{cases}, \quad (8.27)$$

де ω – кутова швидкість обертання ротора;

A, ω_1 – амплітуда і частота вертикальних коливань ротора;

$R_c = 3\pi\mu dV_{\text{від}}$ – опір середовища.

Отримана система нелінійних диференціальних рівнянь (8.27) описує відносний рух частинки всередині шару сипкого матеріалу, що обертається навколо вертикальної осі, яка здійснює вертикальні гармонійні коливання. Розв'язок системи рівнянь виконується чисельним методом у комп'ютерному середовищі MathCad за початкових і граничних умов:

$$t = 0; x = x_0; y = 0; z = 0; \frac{dx}{dt} = \dot{x}_0 = V_{x0}; \frac{dy}{dt} = \dot{y}_0 = V_{y0}; \frac{dz}{dt} = \dot{z}_0 = V_{z0}.$$

8.5 Математичне моделювання процесу поділу насіння за густиною на вібропневматичному сепараторі з прямоочною декою

Підвищення ефективності процесу сепарації на трапецієвидних деках пневмостолів обмежено збільшенням коливних мас деки і насінневого матеріалу (на поверхні деки), а також високими значеннями прискорення вібрацій деки (20–25 м/с). Збільшення площі деки більше 1,5 м² суттєво знижує стійкість та якість розділення насіння [58].

Принципова різниця процесів сепарації на прямокутних (прямоточних) деках від трапецієвидних полягає в тому, що вся площа прямокутної деки використовується тільки для розшарування матеріалу (по вертикалі), після чого розділений на вертикальні шари матеріал видаляють (пошарово) розділяльними пристроями (подільниками) з робочого об'єму матеріалу на деки. Завдяки цьому прямокутні (прямоточні) деки забезпечують збільшення питомого навантаження у 2–2,5 раза та зниження питомих енерговитрат на 30–50 % [59].

Технологічна схема пневмовібросепаратора з прямоточною декою наведена на рисунку 8.7, а), а на рисунку 8.7, б) – схема переміщення частинок матеріалу в пневмовіброзрідженому шарі.

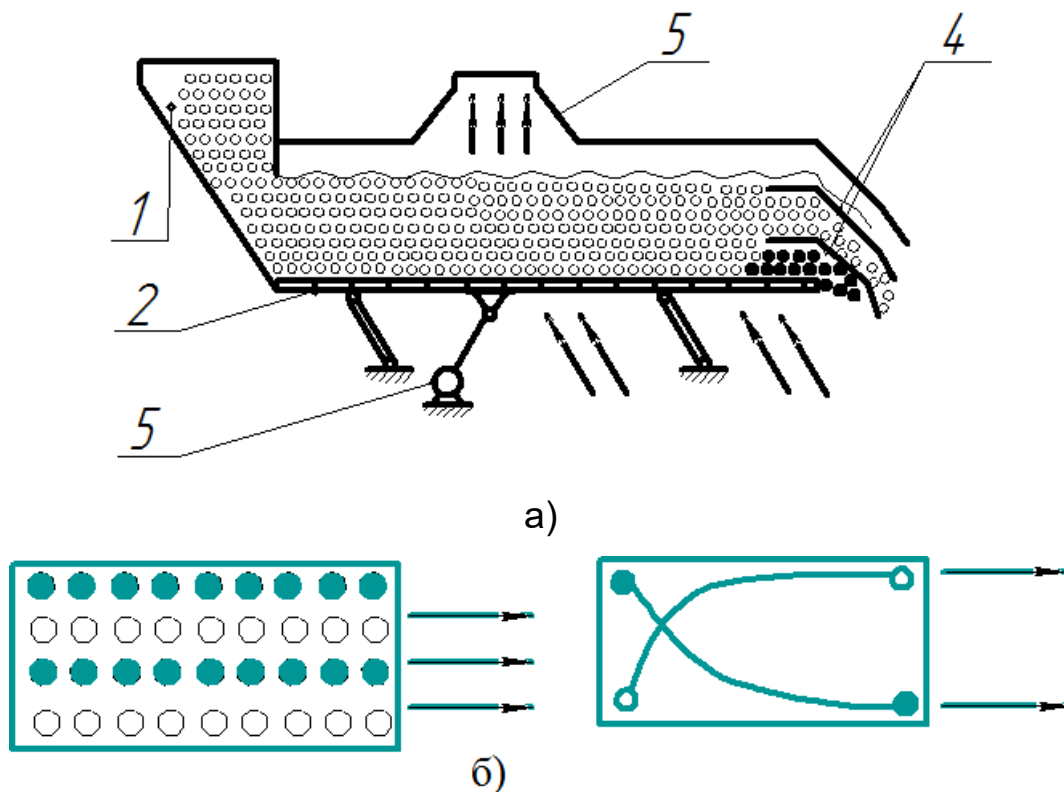


Рис. 8.7. Технологічна схема пневмовібросепаратора з прямокутною декою (а) та схема переміщення частинок матеріалу (б):

1 – бункер для насіння; 2 – повітропроникна дека; 3 – вакуумна камера;
4 – розділяльні пристрої; 5 – віброзбудник

За основу формулювання математичного опису процесу прийнято фізичну модель переміщення «товарної» частинки в коливальному шарі (постелі) частинок, густина яких відрізняється від густини «товарної» частинки [25], а формалізація фізичної картини руху частинок виконана на основі диференціального рівняння (8.3).

На рисунку 8.8. наведено схему силової взаємодії частинки з пневмовіброзрідженим шаром насінневої суміші.

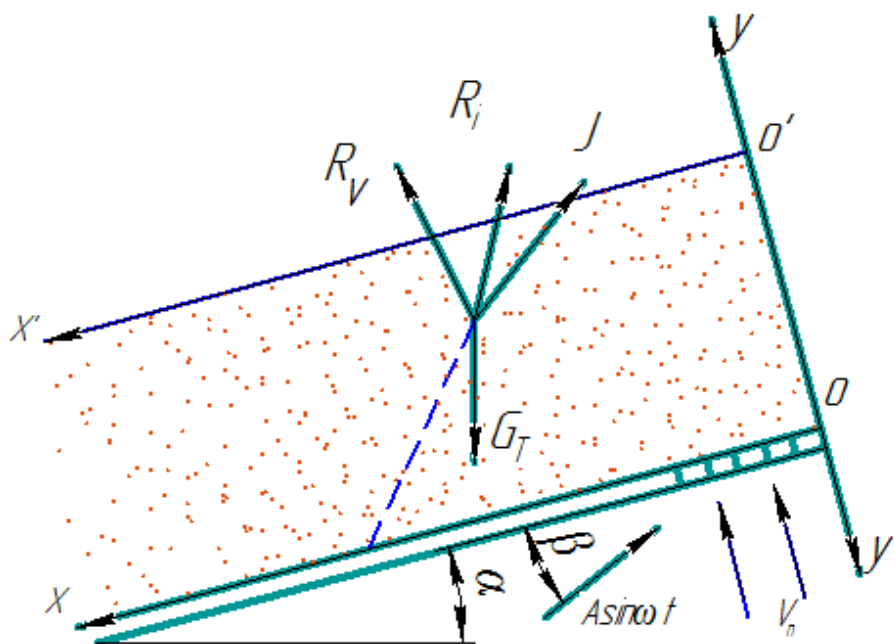


Рис. 8.8. Схема до розрахунку параметрів пневмовібраційного розрідження компонентів насінневого матеріалу

Для процесу переміщення частинки в пневмовіброзрідженому шарі (прямоточної деки) відповідно до схеми дій сил (рис. 8.8.) буде справедливе векторне диференціальне рівняння в такому вигляді:

$$m_1^{\perp} \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{G}_T + \vec{J} + \vec{R}_c + \vec{R}_n, \quad (8.31)$$

де $m_1^\perp = m + m'$ – ефективна маса частинки, m' – приєднана маса;

$\bar{v}$ – швидкість частинки в шарі;

$\bar{G}_T = m_0(\Delta - 1)g$ – сила тяжіння в зрідженому шарі, m_0 – маса частинок постелі, $\Delta = m/m_0$;

$\bar{J} = A\omega^2 \sin\omega t [m_0(\Delta - 1)]$ – сила інерції в переносному русі;

$\bar{R}_c = R_c(v)$ – сила опору середовища переміщенню частинки вздовж траєкторії;

$\bar{R}_\Pi = \xi(R_e) \frac{s_m}{2} \rho_m (V - V_n)^2$ – сила тиску повітряного потоку.

Сила, з якою частинки постелі діють на «товарну» частинку під час вібрацій постелі, враховується у визначенні сили $R_c(v, \omega^2 A)$.

У загальному випадку дека нахилена до горизонту під кутом α . Гармонійні коливання $A \sin\omega t$ спрямовані під кутом β до деки (рис. 8.8.).

Використовуючи переносну систему координат XOY, жорстко зв'язану з вібраційною декою, і проектуючи рівняння (8.31) на відповідні осі OX, OY, отримаємо систему диференціальних рівнянь, які описують переміщення частинки у вібропневмозрідженому шарі:

$$\begin{cases} \bar{m}\ddot{x} = \bar{m} \cdot g \cdot \sin\alpha \pm \bar{m} \cdot A \cdot \omega^2 \cos\beta \sin\omega t - R_x \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} - K_n (V_n - \dot{x})^2 \cos\gamma \\ \bar{m}\ddot{y} = \bar{m} \cdot g \cdot \cos\alpha \pm \bar{m} \cdot A \cdot \omega^2 \sin\beta \sin\omega t - R_y \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} - K_n (V_n - \dot{y})^2 \sin\gamma \end{cases} \quad (8.32)$$

де $\bar{m} = m_0(\Delta - 1)$;

$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$; $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$; $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$;

K_n – коефіцієнт опору повітряного потоку;

V_n – швидкість частинки в шарі;

γ – кут нахилу повітряного потоку до деки. $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$; $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$; $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$

Розв'язок системи нелінійних рівнянь у вигляді траєкторії частинки $x(y)$ можна отримати чисельним методом із використанням комп'ютерних програмних середовищ за визначених значень сили опору

середовища переміщенню частинки R_x та R_y . Сили опору в різних напрямках руху частинки мають різні значення, бо, як відомо, під час накладення на шар зернівок некруглястої форми окремі зернівки орієнтуються довгою віссю в напрямку руху [49].

Використовуючи коефіцієнт ефективної вібров'язкості й ототожнюючи рух тіла у вібропневмозрідженому шарі з рухом тіла [33], силу опору можна визначити за законом Стокса, враховуючи незначні швидкості занурення частинки. Тоді

$$\bar{R}_{x,y} = 3\pi\mu_{ef}d_{x,y}\bar{V} = K_{cx,y}\bar{V}, \quad (8.33)$$

де $\mu_{ef} = f_1(\varepsilon)$ – коефіцієнт ефективної вібров'язкості, $\varepsilon = f_2(A\omega_1^2 V_n)$ – порозність вібропневмозрідженого шару;

$K_c = 3 \cdot \pi \cdot \mu_{ef} \cdot d_{x,y} d_{x,y}$ – еквівалентні діаметри частинки в проєкціях на осях ОХ, ОУ;

$K_c = 3 \cdot \pi \cdot \mu_{ef} \cdot d_{x,y}$ – коефіцієнт опору середовища.

З урахуванням (8.33) систему рівнянь (8.32) можна записати у вигляді лінійних диференціальних рівнянь другого порядку. Приймаючи, що $V_n \gg V_x, V_y$, матимемо:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + K_{cx} \frac{dx(t)}{dt} = -K_{nx}V_n^2 - G_{Tx} + A_x \sin \omega t; \quad (8.34)$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + K_{cy} \frac{dy(t)}{dt} = -K_{ny}V_n^2 - G_{Ty} + A_y \sin \omega t, \quad (8.35)$$

де $K_{nx} = K_n \cdot \cos \gamma \frac{1}{m}$, $K_{ny} = K_n \cdot \sin \gamma \frac{1}{m}$, $G_{Tx} = g \cdot \sin \alpha$, $G_{Ty} = g \cdot \cos \alpha$;

$K_{cx} = K_c \frac{1}{m}$; $K_{cy} = K_c \frac{1}{m}$; $A_x = A \cdot \omega^2 \cdot \cos \beta$; $A_y = A \cdot \omega^2 \cdot \sin \beta$.

Величини коефіцієнтів K_{cx} , K_{cy} у першому наближенні можна визначити, використовуючи напівемпіричні залежності з роботи [33].

Сила опору визначена на основі аналізу впливу сил бокового тиску з боку частинок шару зерна і коефіцієнта внутрішнього тертя f під дією коливання середовища зі швидкістю $A\omega$:

$$R_c = \frac{6}{5} r^2 f_1 \rho_t [1 - \varepsilon (V_{n1} \omega^2 A)] \frac{V}{A\omega} h_i; \quad (8.36)$$

$$\varepsilon = 0,293 \cdot 1.44^{V_n} \cdot 1.33^{A\omega^2}. \quad (8.37)$$

Порівнюючи (8.33) та (8.34):

$$K_{c\ x,y} = \frac{6}{5} r_{xy}^3 f_1 \rho_r [1 - \varepsilon] \frac{h_i}{A\omega} \frac{1}{m},$$

де r_{xy} – еквівалентний радіус (за площиною міделєвого перетину зернівки);

f_1 – коефіцієнт внутрішнього тертя;

ρ_r – густина частинки;

h_i – відстань від поверхні шару до частинки (глибина занурення);

A, ω – амплітуда та частота коливання шару.

Для визначення вихідних параметрів рівнянь (8.34), (8.35) густину середовища ρ_0 (або масу частинок середовища m_0), коефіцієнт опору середовища K_c та коефіцієнт опору повітряного потоку K_n за результатом експерименту використано методику [111]. Експериментальну установку, що функціонує за схемою (рис. 8.8.), в якій пневмозріджений шар отримує гармонійні коливання $A \sin \omega t$ у горизонтальній площині ($\beta = 0$).

Розглянемо вертикальне переміщення частинки в пневмовіброзрідженому шарі. Рівняння (8.34) (при $\beta = 0, \alpha = 0$) перепишемо у вигляді

$$m \frac{d^2 S'}{dt^2} + K_c \frac{dS'}{dt} = K_n V_n^2 - (\Delta - 1) m_0 g, \quad (8.38)$$

де S' – переміщення частинки;

K_c – коефіцієнт опору середовища;

K_n – коефіцієнт повітряного тиску.

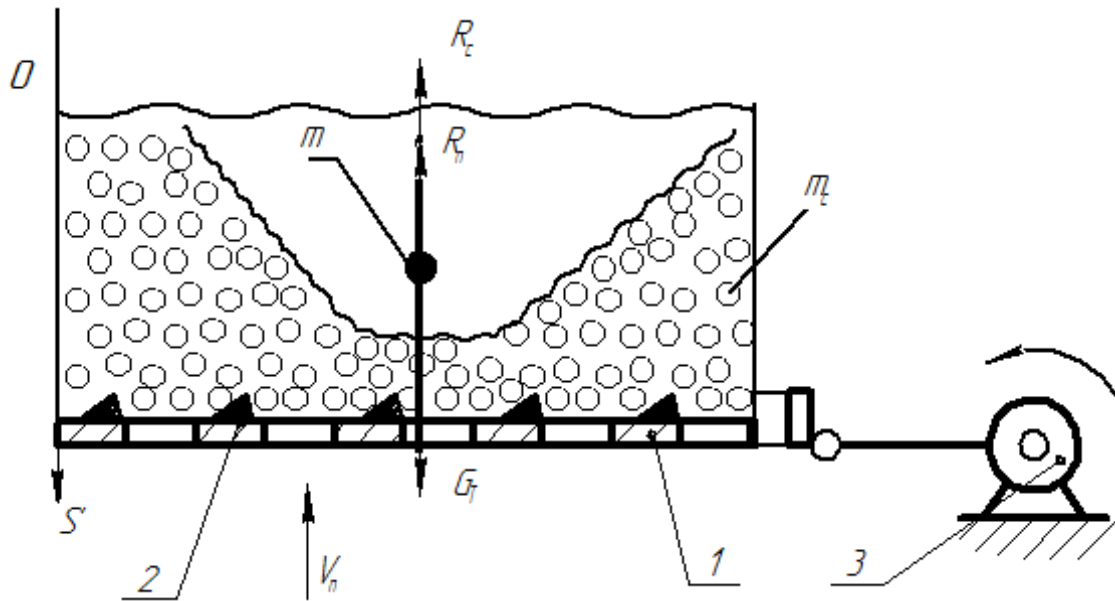


Рис. 8.9. Схема сил, що діють на частинку в пневмовіброзрідженому шарі:

1 – перфорована коливна дека; 2 – асиметричні рифи для надання шару матеріалу горизонтального переміщення; 3 – вібробудник гармонійних коливань

Розв'язок рівняння за початкових умов $t = 0$, $S' = 0$; $\frac{dS}{dt} = 0$ отримано у вигляді:

$$S'(t) = at + \frac{m}{K_c} a (1 - e^{-\frac{K_c t}{m}}), \quad (8.39)$$

де $a = \frac{-K_n V_n^2 + (\Delta - 1) m_0 g}{K_c}$.

У рівнянні три невідомі: a , K_c , m_0 , які можна визначити числовим розв'язком системи рівнянь, складеної з рівняння (8.39), записаного для декількох проміжків часу t_i у вигляді $S'_i = f(t_i)$ ($i \geq 3$).

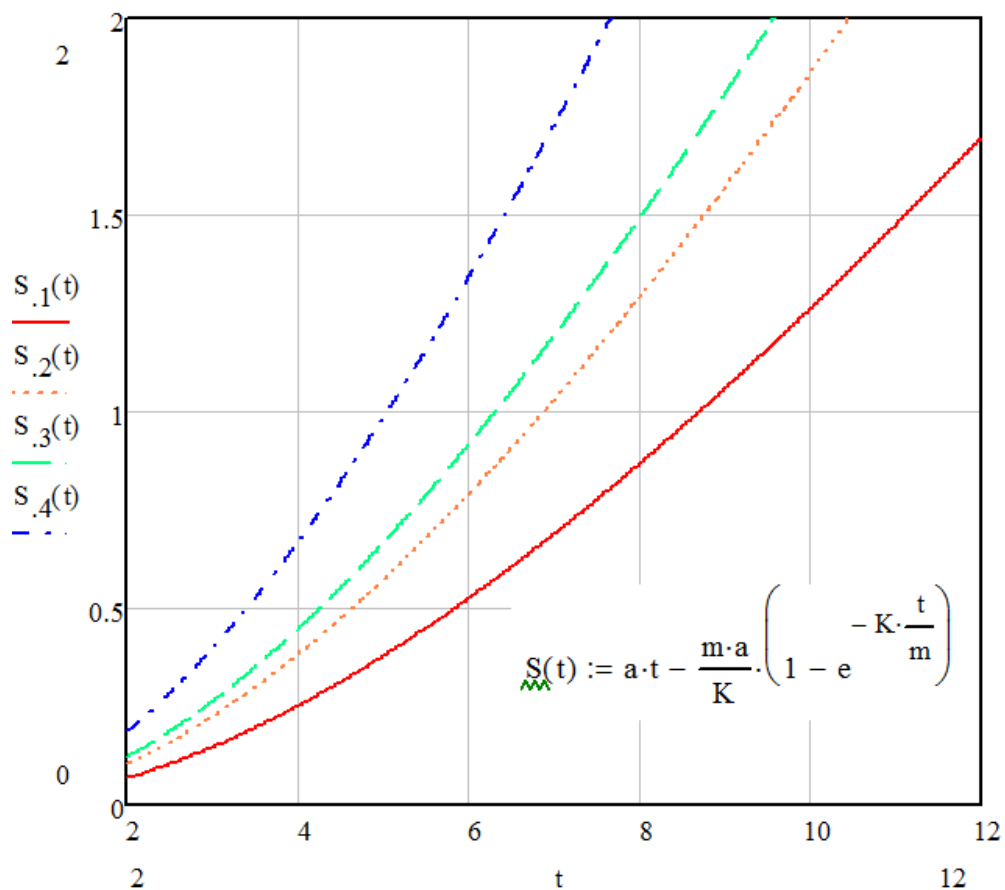


Рис. 8.10. Схема визначення значень S_i від t_i отриманої експериментальної залежності

На рисунку 8.10 для прикладу наведена залежність переміщення частинок, що мають різну густину, у вібропневмозрідженому шарі від часу t при визначених коефіцієнтах K_c та K_n за даними експерименту, рівняння (8.34) та (8.35). Введемо для спрощення запису додаткові позначення:

$$C_{Tx} - K_n V_n^2 = Q_x \quad (1 - \Delta) A \omega^2 \cos \beta = B_x;$$

$$C_{Ty} - K_n V_n^2 = Q_y \quad (1 - \Delta) A \omega^2 \sin \beta = B_y$$

Розв'язавши неоднорідні диференціальні рівняння другого порядку як суму однорідних і неоднорідних рівнянь, матимемо

$$x(t) = C_1 + C_2 e^{-K_c t} + \frac{Q}{K_c} + F \sin \omega t + E \cos \omega t, \quad (8.40)$$

де C_1, C_2 – сталі інтегрування однорідного рівняння;

$$F_{x,y} = -\frac{B_{x,y}}{\omega^2 - K_c^2}; \quad E_{x,y} = -\frac{B_{x,y}K_c}{\omega(\omega^2 - K_c^2)}.$$

За початкових умов: $t = 0; x = 0; dx/dt = 0$

$$C_1 = \frac{Q_{x,y}}{K_c} - E - \frac{F\omega - V_0}{K_c}; \quad C_2 = \frac{F\omega - V_0}{K_c}.$$

Процес переміщення шару матеріалу моделюється рівнянням переміщення матеріальної точки по нахиленій на кут α поверхні, яка здійснює коливальний рух у вертикальній площині за гармонійним законом $A \sin \omega t$ [168]. За умови сумісної дії на частинку коливної площини та висхідного потоку повітря відомі рівняння відносного руху частинки можна записати у вигляді

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = m \cdot A \cdot \omega^2 \cos \beta \cdot \sin \omega t - m \cdot g \cdot \sin \alpha - fN; \quad (8.41)$$

$$m \frac{d^2y}{dt^2} = m \cdot A \cdot \omega^2 \sin \beta \cdot \sin \omega t - m \cdot g \cdot \cos \alpha + N + R_n, \quad (8.42)$$

де f – коефіцієнт тертя;

R_n – сила тиску повітря.

Рівняння записані для руху частинки вздовж осі ОХ.

Для відносного руху без підкидання частинки ($\frac{d^2y}{dt^2} = 0$), що дозволяє з рівняння (8.42) визначити нормальну реакцію $N = m \cdot g \cdot \cos \alpha - A \cdot m \cdot \omega^2 \sin \beta \cdot \sin \omega t - R_n$, та підставляючи значення N в рівняння (8.41), після скорочень та перетворень матимемо

$$\frac{d^2x}{dt^2} = A\omega^2(\cos \beta + f \sin \beta) \sin \omega t - g(\sin \alpha + f \cos \alpha) - fR_n. \quad (8.43)$$

Замінюючи $f = \tan \varphi$, рівняння (8.44) приводиться до вигляду

$$\frac{d^2x}{dt^2} = a_{\pm}(\sin \delta + Z_{\pm}), \quad (8.44)$$

$$\text{де } \delta = \omega t; \quad a_{\pm} = A\omega^2 \frac{\cos(\beta \pm \rho)}{\cos \varphi}; \quad Z_{\pm} = \frac{g}{A\omega^2} \frac{[\sin(\alpha \pm \varphi)]}{\cos(\beta \pm \varphi)}.$$

В означених рівностях верхні знаки (та індекси Z і a) відносяться до випадку руху частинки в напрямку ($x > 0$), а нижні – до випадку руху у зворотному напрямку ($x < 0$).

Інтегруючи рівняння (8.46) за методикою [51, 68] для безвідривного двостороннього режиму руху [24] частинки з двома миттєвими зупинками, в роботах [51, 68] визначено швидкість транспортування частинки вздовж деки:

$$\bar{V}_{cp} = A \cdot \omega \cdot \cos \beta \cdot \cos \varepsilon \sqrt{1 - \frac{\varepsilon \cdot Z_{+}}{\sin \varepsilon}} \left[\frac{2}{\pi} f \cdot \tan \beta \left(\tan \varepsilon - \varepsilon + \frac{\pi}{2} \right) - 1 \right], \quad (8.47)$$

$$\text{де } \varepsilon = \frac{\pi K}{K-1}; \quad K = \frac{Z_{-}}{Z_{+}}.$$

Час перебування частинки (шару зерна) на решітній деці: $\tau = \frac{L}{V_{cp}}$, де L – довжина деки. Ця величина має бути більшою за час, коли «важка» частинка з висоти шару h дійде до деки.

9. ІНТЕГРУВАННЯ ПНЕВМАТИЧНИХ РОБОЧИХ ОРГАНІВ У КОМБІНОВАНИХ ЗЕРНОСЕПАРУВАЛЬНИХ МАШИНАХ

Сучасні зернові сепаратори є комплексними (інтегрованими) машинами, які призначені розділяти зернові матеріали за комплексом фізико-механічних властивостей. Модульне поєднання різного типу робочих органів у формі автономних сепарувальних блоків додає комбінованим машинам ряд переваг, а саме: з уніфікованих блоків можна складати різні схеми обробки зерна; використовувати в одній машині різні ознаки поділу (швидкість витання, розмір, густина, властивість поверхні частинок та їхня орієнтація в просторі об'єму робочого органу, спрощення експлуатації у виробничих умовах).

У світі намітилася стійка тенденція до агрегатування зерноочисних і сепарувальних машин робочими органами, що реалізують поділ зернового матеріалу за різними ознаками. Зокрема, віброрешета, повітросепарувальні канали, осаджувальні камери, обертові повітропроникні барабани та інші спеціальні пристрої об'єднуються блоками в одній машині.

У роботах [35, 43, 48, 58, 68] дано опис конструкцій та функціонування основних типів універсальних зерносепараторів комбінованої схеми, методи визначення показників їх призначення. У цьому розділі наведено математичні моделі комбінованих зерноочисних машин, що реалізують процеси поділу зерна за різними ознаками. Розглянуті схеми та їхні моделі не вичерпують можливості комбінації робочих органів, а ілюструють методи моделювання більш складних машин із відомими і дослідженими робочими органами.

9.1 Математична модель процесу пневматичного розділення зернового матеріалу в нахиленому каналі з нерівномірним швидкісним полем та примусовим обертанням зернівок

Наявний спосіб впливу рівномірного потоку повітря на окремі зернівки, який лежить в основі сучасних пневмосепараторів, характеризується тільки співвідношенням сил тяжіння та сил аеродинамічного опору. Але рух повітряного потоку в каналах із твердими границями характеризується нерівномірним по перетину, витягнутим уздовж осі потоку полем швидкостей, тобто в повітряних каналах існує градієнт швидкості повітря. Наявність градієнта швидкості повітря в каналі зумовлює появу додаткових – бокових (поперечних) сил і моментів, що діють на окрему зернівку.

Дія додаткових сил і моментів (останній призводить до обертання зернівки навколо своєї осі) суттєво змінює траєкторії руху зернівок у сепарувальній пристрої. Тому неврахування цих особливостей механізму взаємодії зернівок із потоком повітря призводить до створення сепараторів із низьким рівнем показників призначення: ефективності поділу, ступеня очищення.

Наявність градієнта швидкості повітряного потоку зумовлює появу бокової сили (підйомної сили Жуковського), а сукупні завихрення повітряного потоку, які виникають унаслідок нерівномірності потоку, що обтікає зернівку, призводять до появи обертання зернівок, тобто зміни міделевого перетину і сили опору, відповідно. Обертальний рух зернівки зумовлює виникнення бокової сили Магнуса (ефект Магнуса). Наявність додаткових сил, крім сил тяжіння й опору, призводить до того, що траєкторії руху зернівок суттєво змінюються, що погіршує якість розділення компонентів зернового матеріалу.

Водночас гарантовану точність траєкторій польоту зернівок відповідно до їхніх фізико-механічних властивостей можна досягти

внаслідок цілеспрямованої зміни поля швидкостей повітряного потоку в каналі та стабілізації положення міделевого перетину зернівок, надання їм керованого обертання відносно однієї з осей [28, 29].

Збільшити час перебування та взаємодії з повітрям зернівок у горизонтальному або нахиленому каналах можна через формування такої структури розподілу повітряного потоку, що б альтернативні сили типу Жуковського були спрямовані проти сили тяжіння, а під час введення зернівок у канал надавати їм обертальний рух у такому напрямку, щоб сила типу Магнуса діяла також проти сили тяжіння.

Для визначення ефективності використання зазначених принципів підвищення чіткості розділення компонентів зернового матеріалу в нахиленому повітряному каналі необхідно дослідити траєкторії руху зернівок на основі сформульованої математичної моделі, яка б врахувала особливості взаємодії зернівки з нерівномірним потоком повітря під час її примусового обертання. Для дослідження впливу сил, що діють на зернівку, на траєкторії руху компонентів зернового матеріалу в нерівномірному повітряному потоці під час обертання зернівки як об'єкт моделювання прийнято процес розділення зернового матеріалу в нахиленому повітряному каналі. При цьому ефективність розділення зернового матеріалу на компоненти, визначається величиною розходження (розщеплення) траєкторій.

Конструкційно-технологічна схема представлена на рисунку 9.1, а.

Сепаратор містить бункер для завантаження зерна 1, гальмівні перетинки для розшарування потоку зерна 2, яке тонким шаром подається на вальці 3, які обертаються з різною швидкістю, причому валець 3 а живильника обертається з меншою швидкістю n_1 , ніж валець 3 б – n_2 ($n_1 < n_2$). Повітряний канал 4 прямокутного перетину з паралельними стінками нахилений під кутом α до горизонту, на дні якого розташовані приймальні камери для продуктів поділу зерна. Вентилятор 6 наддуву з'єднаний із каналом у нижній його частині 4 через решітку 8, яка формує

профіль швидкості повітря. На другому кінці каналу міститься жалюзійний пиловідокремлювач 7.

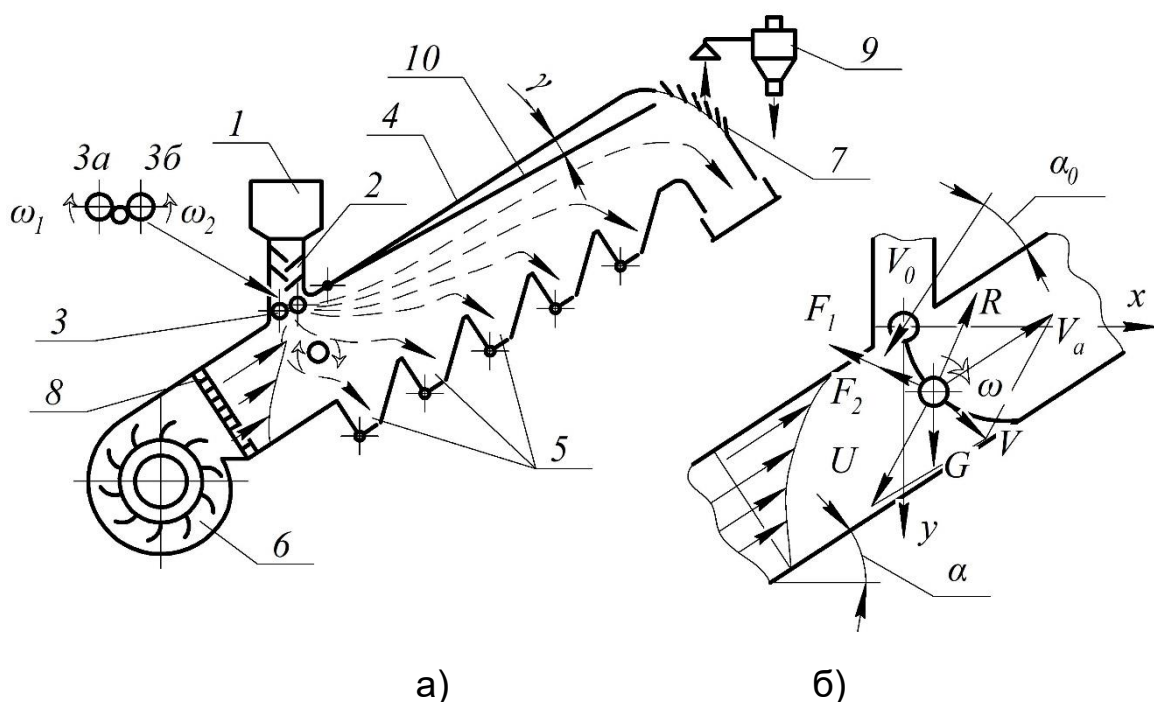


Рис. 9.1. Схема пневмосепаратора з нахиленим каналом (а) та схема швидкостей, що діють на зернівку в нерівномірному повітряному потоці (б):

1 – бункер зерна; 2 – гальмівні перетинки; 3 – обертальні вальці;
4 – повітряний канал; 5 – приймачі продуктів поділу; 6 – нагнітальний вентилятор;
7 – жалюзійний пиловідокремлювач; 8 – решітка, яка формує профіль швидкості потоку повітря; 9 – циклон-пиловловлювач;
10 – механізм регулювання висоти каналу

Під час експлуатації сепаратора вентилятор нагнітає потік повітря в канал, який проходячи крізь жалюзійну решітку набуває розподілену за висотою каналу швидкість так, що у верхній частині каналу швидкість максимальна, а в нижній дорівнює нулю. Зерновий матеріал вводиться в повітряний потік під кутом α_0 , оскільки вальці живильника обертаються з різними швидкостями, зернівки набувають обертового руху навколо

свої довгої осі й прямують під дією повітряного потоку і збурених ним сил у напрямках, визначеними їхніми траєкторіями.

Для виявлення основних закономірностей механізму розділення компонентів зернового матеріалу на фракції в цьому сепараторі розглянемо рух зернівки масою m , яка вкидається з наданням їй обертання навколо своєї осі в повітряний потік із розподіленою за висотою каналу швидкістю повітря V_a , при цьому величину швидкості вкидання (введення) зернівки в канал позначимо як V_0 , кут введення в канал – α_0 , а початкову швидкість обертання – як ω_0 . Рух зернівки відбувається на площині в декартовій прямокутній системі координат XOY . Початок координат знаходиться в точці введення зернівок у канал (рис. 9.1, б). Надалі виявлені закономірності можуть бути розповсюджені на множину зернівок, які складають зерновий потік.

Прийнято, що в повітряному потоці на кожну зернівку, відповідно до схеми силової взаємодії (рис. 9.1, б), діють сили, які приведені нижче.

Сила тяжіння, яка спрямована вздовж осі OX :

$$\bar{G} = m \cdot g, \quad (9.1)$$

де m – маса зернівки; g – прискорення вільного падіння.

Сила аеродинамічного опору $\bar{R}$ (сила реакції повітряного потоку), спрямована в протилежний бік від відносної швидкості руху зернівки (швидкість обтікання зернівки повітрям).

Вектор швидкості потоку повітря, що набігає, спрямовано вздовж повітряного каналу, а його величина визначається залежністю:

$$V_a(x) = v_{am} \exp(-kx), \quad (9.2)$$

де v_{am} – максимальна швидкість повітря в каналі;

k – коефіцієнт апроксимації;

x – координата за висотою каналу H .

Відносна швидкість руху зернівки u дорівнює різниці абсолютної швидкості V та швидкості повітря $V_a(x)$:

$$\bar{u} = \bar{V} - \bar{V}_a(x). \quad (9.3)$$

Оскільки на сьогодні відсутня точна теорія [11, 21], яка дозволяє визначити дійсне значення сили аеродинамічного опору $\bar{R}$, то нами використана напівемпірична залежність, де модуль сили опору пропорційний квадрату відносної швидкості:

$$\bar{R} = \xi(Re) \frac{\rho_a}{2} S u \cdot \bar{u}, \quad (9.4)$$

де $\xi(Re)$ – коефіцієнт аеродинамічного опору, який є функцією числа Рейнольдса $Re = \frac{du}{\nu}$;

ν – коефіцієнт кінематичної в'язкості;

ρ_a – густина повітря;

S – площа міделєвого перетину зернівки, нормальна до вектора $\bar{u}$;

u – швидкість обтікання зернівки (відносна до швидкості повітря).

Надалі для спрощення математичного аналізу використаємо коефіцієнт пропорційності сили аеродинамічного опору k_v , який можна визначити експериментально як функцію швидкості витання зернівок [19]:

$$k_v = \xi(Re) \rho_a \frac{S}{2m} = \frac{g}{V_{\text{ВІТ}}^2}, \quad (9.5)$$

де $V_{\text{ВІТ}}$ – швидкість витання зернівки (середня для кожної фракції);

m – маса зернівки.

Сила опору буде визначатися за формулою:

$$\bar{R}(x) = k_V \bar{u}^2(x), \quad (9.6)$$

де $\bar{u}(x) = \bar{\vartheta}_{am} \exp(-kx) \bar{i} - \bar{V}$.

На зернівку, яка рухається в нерівномірному повітряному потоці, за наявності градієнта швидкості повітря ($\text{grad } \bar{V}_a(x)$), що обтікає зернівку, діє бокова сила $\bar{F}_1$ (типу підйомної сили Жуковського), вектор якої перпендикулярний вектору відносної швидкості $\bar{u}(x)$ і спрямований у бік збільшення швидкості повітря (у перетині каналу):

$$\bar{F}_1 = \rho_a \text{grad } \bar{V}_a(x) \bar{u}(x) \pi \frac{4}{3} r^3, \quad (9.7)$$

де r – радіус зернівки, еквівалентний радіусу циліндра;

$\text{grad } \bar{V}_a(x) = k_V e^{-k_V x}$ – градієнт швидкості повітря.

Завдяки обертанню зернівки в повітряному потоці, за умов наявності циркуляції швидкісного поля, на неї діє бокова сила $\bar{F}_2$ (ефект Магнуса), модуль якої можна визначити за залежністю:

$$\bar{F}_2 = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \rho_a \cdot r^3 \cdot \omega \cdot [\bar{\vartheta}_{am} \exp(-kx) \bar{i} - \bar{V}], \quad (9.8)$$

де ω – швидкість обертання зернівки;

$\bar{i}$ – одиничний вектор осі ОУ.

Враховуючи, що кутова швидкість обертання зернівки із часом зменшується (від тертя об повітря), використаємо залежність $\omega(t)$ у вигляді [137]:

$$\omega(t) = \omega_0 \cdot e^{-\frac{18 \cdot \mu \cdot t}{\rho_a \cdot r^2}}, \quad (9.9)$$

де μ – коефіцієнт динамічної в'язкості;

ρ_a – густина повітря.

Враховуючи, що загальну кількість сил і моментів, що діють на зернівку: дифузійні, електростатичні, термодинамічні та інші, на сьогодні невизначено [11, 19], то математичний опис переміщення зернівки в нерівномірному турбулентному потоці можна скласти тільки для спрощених умов, до яких відносяться вихідні припущення:

- 1) носійний потік повітря є стаціонарний і нестискаємий;
- 2) окремі зернівки між собою і стінками каналу не взаємодіють;
- 3) сили Архімеда, електростатичної взаємодії, термодинамічного походження не враховуємо.

Враховуючи схему швидкостей зернівки і визначених сил, що діють, можна записати диференціальні рівняння руху окремої зернівки в координатній формі (у проекціях на осі координат ОХ, ОУ):

$$\begin{cases} m \frac{dV_x}{dt} = R_x + G_x + F_{1,x} + F_{2,x}, \\ m \frac{dV_y}{dt} = R_y + G_y + F_{1,y} + F_{2,y}, \end{cases} \quad (9.10)$$

де $V_x = \frac{dx}{dt}$; $V_y = \frac{dy}{dt}$; $G_x, G_y, R_x, R_y, F_{1,x}, F_{2,x}, F_{1,y}, F_{2,y}$ – проекції сил тяжіння аеродинамічного опору, бокових сил на осі ОХ, ОУ.

Запишемо проекції сил, що діють на зернівку:

$$G_x = 0, G_y = mg; \quad (9.11)$$

$$R_x = k_V \cdot [V_a \cdot \cos \alpha - V_x] \cdot \sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}; \quad (9.12)$$

$$R_y = -k_V \cdot [V_a \cdot \sin \alpha - V_y] \cdot \sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}; \quad (9.13)$$

$$F_{1,x} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_a \cdot k_V \cdot e^{-k_V \cdot x} \cdot [V_a \cdot \cos \alpha - V_x] \cdot \frac{V_y - V_a \cdot \sin \alpha}{\sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}}; \quad (9.14)$$

$$F_{1,y} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_a \cdot k_V \cdot e^{-k_V \cdot x} \cdot [V_a \cdot \sin \alpha - V_y] \cdot$$

$$\cdot \frac{V_x - V_a \cdot \cos \alpha}{\sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}}; \quad (9.15)$$

$$F_{2,x} = -\frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \rho_a \cdot r^3 \cdot \omega(t) \cdot [V_a \cdot \cos \alpha - V_x] \cdot \frac{V_y - V_a \cdot \sin \alpha}{\sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}}; \quad (9.16)$$

$$F_{2,y} = -\frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \rho_a \cdot r^3 \cdot \omega(t) \cdot [V_a \cdot \sin \alpha - V_y] \cdot \frac{V_x - V_a \cdot \cos \alpha}{\sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}}. \quad (9.17)$$

Підставляючи визначені проєкції сил, що діють, у вихідні рівняння (9.10), отримаємо систему нелінійних рівнянь динаміки руху зернівки в проєкціях на осі координат:

$$\left\{ \begin{array}{l} m \frac{dV_x}{dt} = k_V \cdot [V_a \cdot \cos \alpha - V_x] \cdot \sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2} + \\ + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_a \cdot k_V \cdot e^{-k_V \cdot x} \cdot [V_a \cdot \cos \alpha - V_x] \cdot \frac{V_y - V_a \cdot \sin \alpha}{\sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}} - \\ - \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \rho_a \cdot r^3 \cdot \omega(t) \cdot [V_a \cdot \cos \alpha - V_x] \cdot \frac{V_y - V_a \cdot \sin \alpha}{\sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}}, \\ m \frac{dV_y}{dt} = -k_V \cdot [V_a \cdot \sin \alpha - V_y] \cdot \sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2} + mg + \\ + \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot r^3 \cdot \rho_a \cdot k_V \cdot e^{-k_V \cdot x} \cdot [V_a \cdot \sin \alpha - V_y] \cdot \frac{V_x - V_a \cdot \cos \alpha}{\sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}} - \\ - \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot \rho_a \cdot r^3 \cdot \omega(t) \cdot [V_a \cdot \sin \alpha - V_y] \cdot \frac{V_x - V_a \cdot \cos \alpha}{\sqrt{(V_a \cdot \cos \alpha - V_x)^2 + (V_a \cdot \sin \alpha - V_y)^2}}, \end{array} \right. \quad (9.18)$$

де $V_x = \frac{dx}{dt}$; $V_y = \frac{dy}{dt}$; $V_a = V_{am} \cdot e^{-k_V \cdot x}$; $\omega(t) = \omega_0 \cdot e^{-k_V \cdot t}$.

За змінною за координатою висотою каналу:

$$V_a = [V_{am} + a \cdot y] \cdot e^{-k_V \cdot x}; \quad (9.19)$$

Система диференціальних рівнянь (9.18) розв'язувалась у комп'ютерному середовищі MathCad за таких початкових умов:

$$t = 0; x = 0; y = 0; V_x = \frac{dx}{dt}(t=0) = V_0 \cos \beta; V_y = \frac{dy}{dt}(t=0) = V_0 \sin \beta, (9.20)$$

де $\omega_0, V_0, \beta, V_{am}$ – змінні параметри в процесі дослідів.

Отримана вдосконалена математична модель динаміки руху зернівки відрізняється від відомих урахуванням дії бокових сил типу Жуковського та Магнуса. При цьому використовується штучно сформоване поле швидкостей повітряного потоку в нахиленому каналі. Отримана математична модель може бути використана для дослідження процесу поділу і в горизонтальному каналі при $\alpha = 0$.

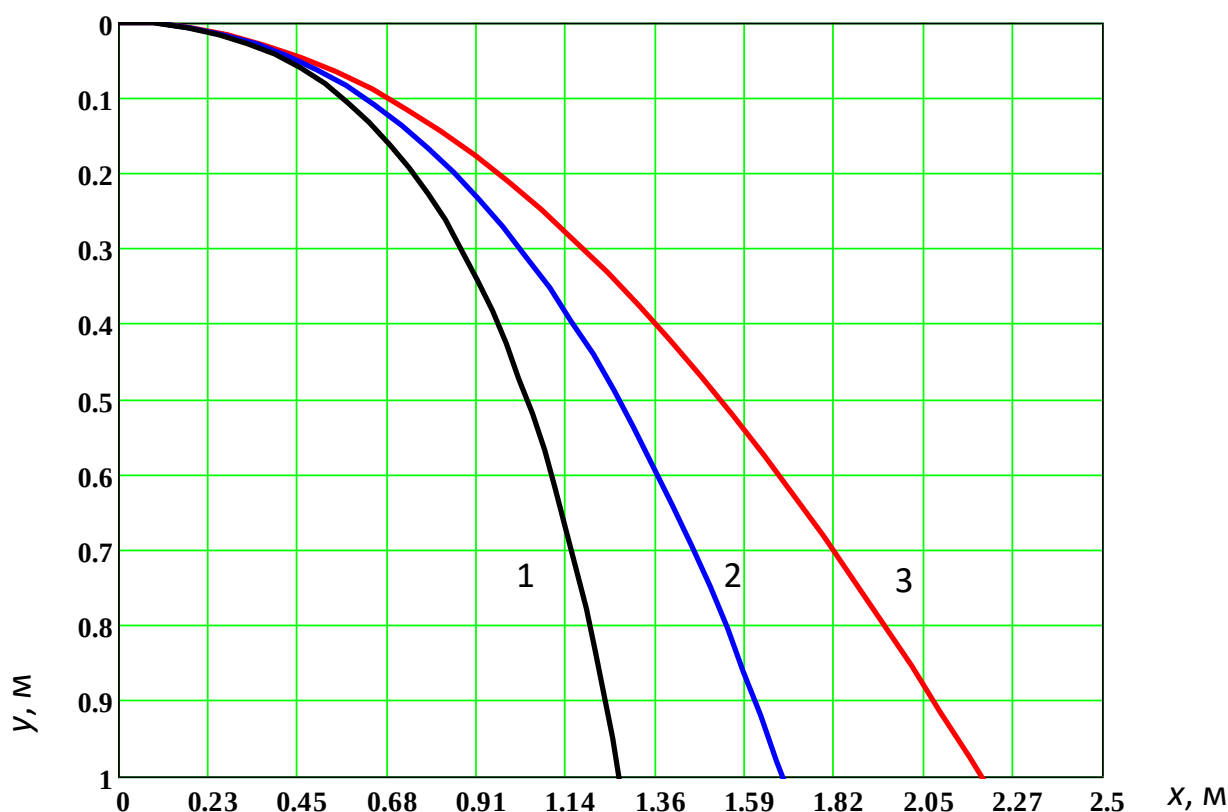


Рис. 9.2. Траєкторії руху зернівок у нахиленому каналі з проточією подачею зернового матеріалу в повітряний потік за експоненціального розподілу швидкості повітря:

$$1 - k_V = 0,139; 2 - k_V = 0,184; 3 - k_V = 0,392$$

Аналізом траєкторій руху зернівок у нахиленому каналі з прямотечією подачею зернового матеріалу в повітряний потік встановлено збільшення розходження траєкторій за експоненціального закону розподілу швидкості повітря за висотою каналу (зі збільшенням швидкості в зоні введення матеріалу) та лінійного збільшення швидкості потоку повітря в напрямку руху. Експоненціальний розподіл швидкості повітря може бути реалізовано використанням поля швидкостей на виході з відцентрового вентилятора, а збільшення швидкості повітря в напрямку руху реалізується зміною геометрії каналу, або підсмоктуванням повітря крізь щілини в стінках каналів.

9.2 Математичне моделювання процесів поділу компонентів зернового матеріалу в комбінованому вібраційно-повітряному сепараторі

Аналіз технічних характеристик сучасного устаткування та співставлення їх із вимогами попереднього фракціонування зібраного врожаю свідчать про відсутність можливості здійснювати очищення й поділ КЗМ застосуванням тільки одного типу робочих органів і необхідність створення комбінованих машинних технологій комплексної обробки зернового матеріалу.

Враховуючи, що пневмовібраційні робочі органи з повітропроникною поверхнею дозволяють ефективно розташовувати шар зернового матеріалу з видаленням сміттєвих домішок, доцільним є їх використання як живильнодозувальний пристрій в пневматичних сепараторах.

Для визначення ефективності такого агрегування робочих органів необхідно провести теоретичне дослідження в спосіб математичного моделювання процесів переміщення частинок КЗМ у вібраційному шарі та повітряному каналі.

Технологічна схема об'єкта моделювання – установки для фракціонування КЗМ за аеродинамічними властивостями наведена на рисунку 9.3. Схему силової взаємодії частинки із середовищем показано на рисунках 9.4 і 9.5.

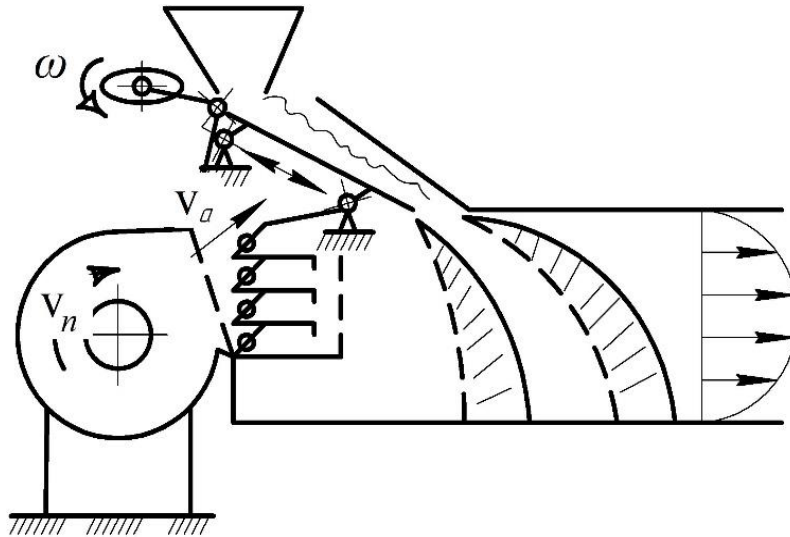


Рис. 9.3. Технологічна схема установки для фракціонування КЗМ за аеродинамічними властивостями та питомою вагою

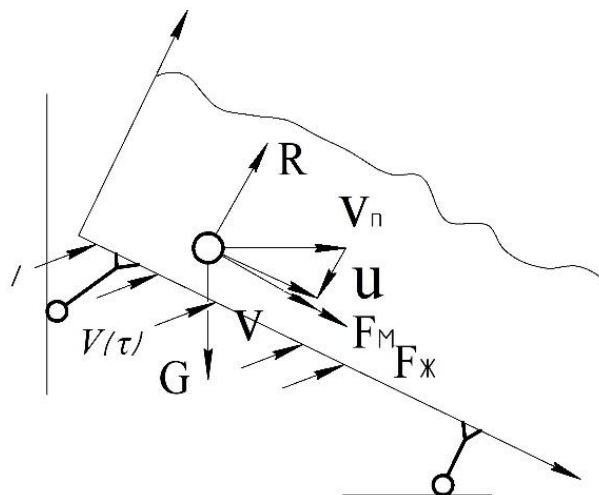


Рис. 9.4. Схема силової взаємодії на безпровальному решеті, що вібрує

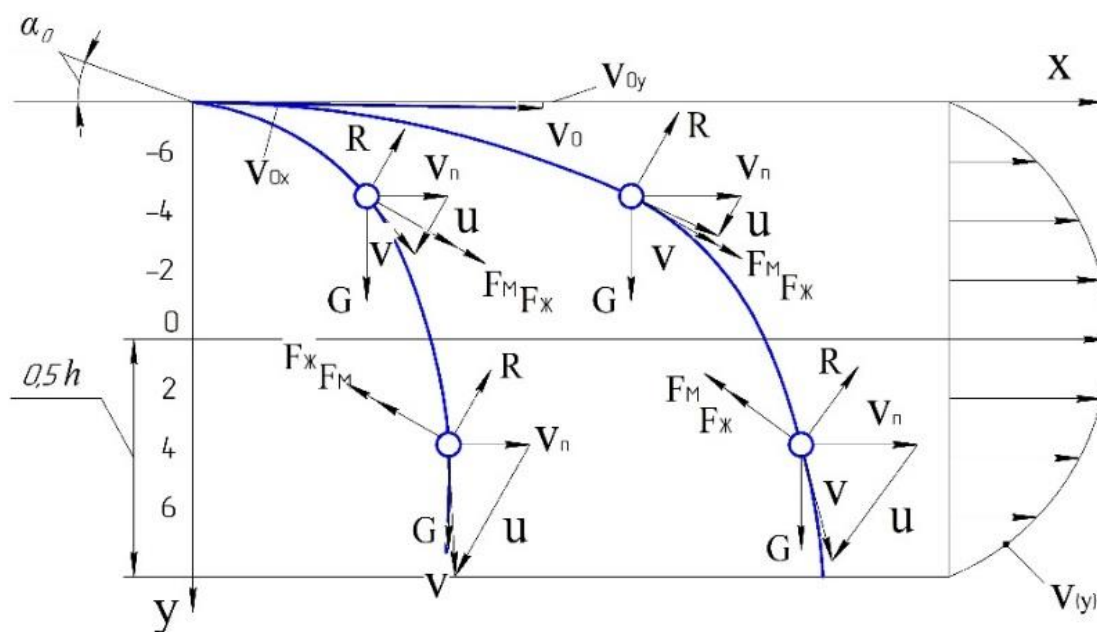


Рис. 9.5. Схема силової взаємодії в горизонтальному потоці аеродинамічного сепаратора

Завдання досліджень полягає у визначенні параметрів переміщення частинки (як матеріальної точки) в середовищі (коливному шарі зерна і потоці повітря).

Рух частинки в рухомому вібропневмозрідженому потоці зернового матеріалу розглядається як рух тіла у в'язкій рідині (середовищі) з густиною ρ_0 .

Для опису такого процесу використано рівняння [24], яке у векторній формі має вигляд:

$$m_E \cdot \vec{\dot{V}} = P + m_0 \cdot (\Delta - 1) \cdot \vec{\dot{U}} + F, \quad (9.21)$$

де $m_E = m' + m$, m' – «приєднана» маса частинки до середовища;

$\vec{\dot{V}}$ – вектор швидкості частинки відносно середовища;

$\vec{\dot{U}}$ – абсолютна швидкість середовища в точці, що співпадає із центром тяжіння частинки;

m_0, m – маса середовища в об'ємі частинки і маса проходової частинки (зернини); $\Delta = m/m_0 = \rho/\rho_0$, $m/m_0 = \Delta$; $m_E = m' + m\Delta = m/m_0 = \rho/\rho_0 m' \rho$ – густина частинки, ρ_0 – густина середовища;

P – зовнішня сила, що діє на частинку в середовищі;

F – сила опору руху частинки.

Для встановлення характеристик процесу руху частинки складено рівняння її переміщення (руху) за таких спрощувальних припущень:

- шар зернового матеріалу знаходиться в русі під дією силового поля, що створюється повітряним потоком і вібрацією опорної поверхні решета;
- поле швидкостей повітря і частинок однорідне;
- швидкість коливань компонентів зернового матеріалу співпадає зі швидкістю коливань решета і носить гармонійний характер.

На частинку діють такі сили:

- тяжіння – $G = mg$;
- інерції в переносному русі – $P_i = m \cdot A \cdot \omega_1^2 \sin(\omega t)$;
- тиску повітряного потоку – $R = m \cdot g \frac{(V_a(t)-V)^2}{V_b^2}$;
- опору вздовж траєкторії переміщення частин – $F = k_\mu \cdot V = k_\mu(\varepsilon) \cdot V$.

У наведених співвідношеннях позначено: A, ω_1 – амплітуда і частота коливань решета; $V, V_a(t)$ – швидкості частинки і повітряного потоку; V_b – швидкість витання частинки в стисненому потоці; k_μ – коефіцієнт опору за прийняття закону Стоксовського руху; ε – порозність шару зернового матеріалу.

Вводячи переносну систему координат ХОУ, жорстко зв'язану з транспортувальною вібраційною площиною (при цьому вісь ОХ спрямована вздовж площини під кутом α до горизонту, а вісь ОУ – нормально до неї), і проектуючи сили, що діють на частинку в

псевдозрідженому шарі, отримаємо диференціальні рівняння руху частинки:

$$m \cdot \ddot{x} = \bar{m}g \sin \alpha \pm \bar{m}A_1 \omega_1^2 \cdot \cos \beta \cdot \sin(\omega_1 t) - F_X \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} +$$

$$+ mg \frac{(V_a - \dot{x})^2}{V_b^2} \cos \gamma$$

$$m \cdot \ddot{x} = \bar{m}g \sin \alpha \pm \bar{m}A_1 \omega_1^2 \cdot \cos \beta \cdot \sin(\omega_1 t) -$$

$$- F_X \frac{\dot{x}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} + + mg \frac{(V_a - \dot{x})^2}{V_b^2} \cos \gamma; \quad (9.22)$$

$$m \cdot \ddot{y} = \bar{m}g \cos \alpha \pm \bar{m}A_1 \omega_1^2 \cdot \sin \beta \cdot \sin(\omega_1 t) - F_Y \frac{\dot{y}}{\sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2}} +$$

$$+ mg \frac{(V_a - \dot{y})^2}{V_b^2} \sin \gamma, \quad (9.23)$$

β – кут спрямованості коливань;

γ – кут нахилу напрямку потоку повітря до осі OX.

У разі використання пульсального потоку повітря математично важко описати дискретно-періодичну зміну швидкості повітря, що подається крізь безпровальне решето, тому в першому наближенні можна прийняти зміну швидкості повітря в часі за гармонійним законом і описати рівнянням:

$$V_a(t) = A_2(1 + \sin \omega_2 t), \quad (9.24)$$

де A_2 – повна амплітуда коливань.

Швидкість переміщення частинки в пневмовіброзрідженому шарі набагато менша від швидкості повітря в шарі ($\dot{x} \ll V_a, \dot{y} \ll V_a$), тому сила опору повітряному потоку буде визначатися співвідношенням:

$$R = mg \frac{[A_2 \cdot (1 + \sin \omega_2 t)]^2}{V_b^2}. \quad (9.25)$$

Параметри процесу руху частинки в коливальному середовищі визначаються розв'язком рівнянь (9.22), (9.23) і (9.25) за допомогою обчислювальних методів з використанням прикладного програмного забезпечення. Перепишемо рівняння у вигляді:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + K_X \frac{dx(t)}{dt} = G_X + A_{1X} \cdot \sin(\omega_1 t) + A_{2X} \cdot (1 - \sin(\omega_2 t))^2; \quad (9.26)$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + K_Y \frac{dy(t)}{dt} = G_Y + A_{1Y} \cdot \sin(\omega_1 t) + A_{2Y} \cdot (1 - \sin(\omega_2 t))^2, \quad (9.27)$$

$$\text{де } G_X = \frac{m-m_0}{m} g \sin \alpha; \quad G_Y = \frac{m-m_0}{m} g \cos \alpha;$$

$$A_{1X} = \frac{m-m_0}{m} A_1 \omega_1^2 \cos \beta; \quad A_{1Y} = \frac{m-m_0}{m} A_1 \omega_1^2 \sin \beta;$$

$$A_{2X} = K_V A_2^2 \cos \gamma; \quad A_{2Y} = K_V A_2^2 \sin \gamma;$$

K_V – коефіцієнт вітрильності.

Початкові умови до системи рівнянь (9.26) і (9.27) запишемо у вигляді: $t = 0$; $x = y = 0$; $\dot{x}(0) = x_o$; $\dot{y}(0) = y_o$; $\dot{x}_o = v_{ox}$; $\dot{y}_o = v_{oy}$.

Величину ефективного коефіцієнта опору руху частинки в середовищі може бути визначено з рівняння:

$$K_{X,Y} = 3 \cdot \pi \cdot \nu \cdot \rho_a(\varepsilon) \cdot d_E \cdot m^{-1}, \quad (9.28)$$

де ν – кінематичний коефіцієнт в'язкості середовища;

$\rho_a(\varepsilon) = \rho_M(1 - \varepsilon)$ – динамічна густина середовища;

ρ_M – густина речовини;

d_E – еквівалентний діаметр частинки.

Величина порозності віброзрідженого шару визначається за формулами [13]:

- за дії вібрацій

$$\varepsilon = \varepsilon_0 \cdot (1 - e^{-k A_1 \omega^2}), \quad (9.29)$$

де ε_0 – порозність шару за відсутності вібрацій;
- за дії вібрацій і повітряного потоку

$$\varepsilon = 1 - A_0 V_a^2 \frac{a + (A\omega^2 - g)^{-2}}{b + (A\omega^2 - g)^{-2}}, \quad (9.30)$$

де A_0, a, b – емпіричні коефіцієнти.

У прийнятій системі координат проекції руху частинок є розв'язком рівнянь (9.26), (9.27) за початкових умов. Результати розв'язку, проведеного числовим методом у програмному середовищі MathCad, наведено на рисунках 9.6 і 9.7 у вигляді траєкторій руху частинок із різними значеннями, якими характеризуються аеродинамічні властивості окремих зернин (маса, розмір).

Аналіз отриманих результатів показує, що використання пульсального повітряного потоку зі змінною швидкістю дозволяє суттєво збільшити величину розщеплення траєкторій руху частинок і відповідно ефективність попереднього поділу зернового матеріалу, тобто перед подачею в повітряний канал; координати «важкої» і «легкої» частинок під час сходження з поверхні лотка матимуть різні значення, що внаслідок цього викликає їхнє концентрування під час входження в повітряний потік. Порівнюючи із сучасними сепараторами, які використовують горизонтальні, похилі та вертикальні пневмоканили, ефективність поділу зернового матеріалу збільшується на 40–48 %.

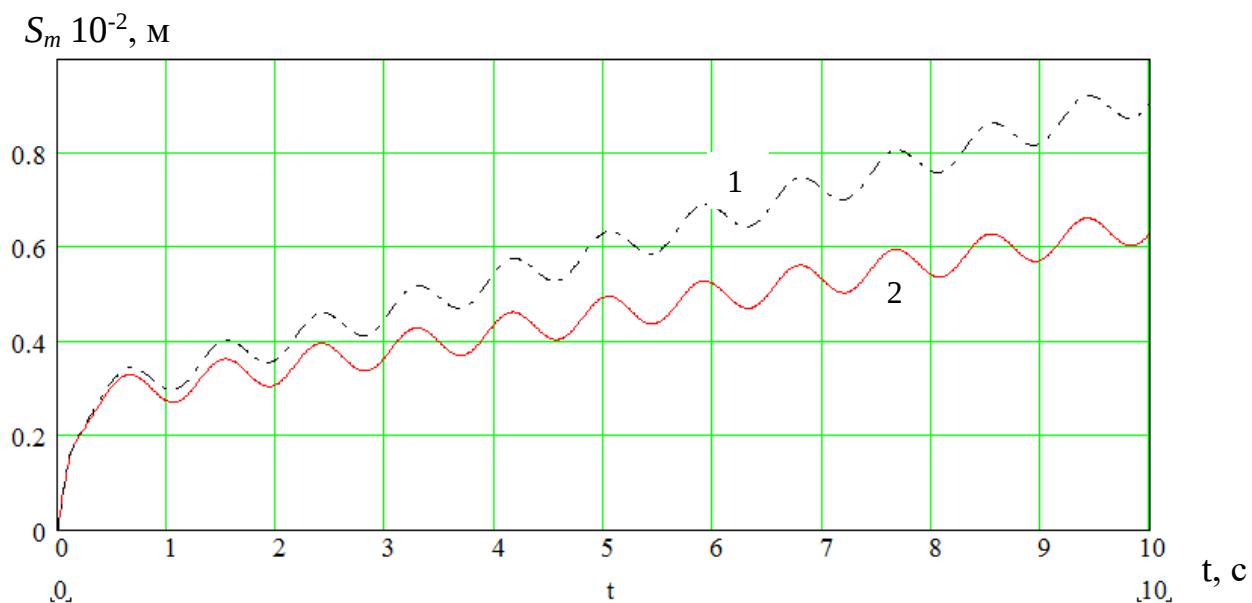


Рис. 9.6. Зміна переміщення частинки в шарі зерна за сталого потоку повітря:

$$1 - m = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ кг}; 2 - m = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$$

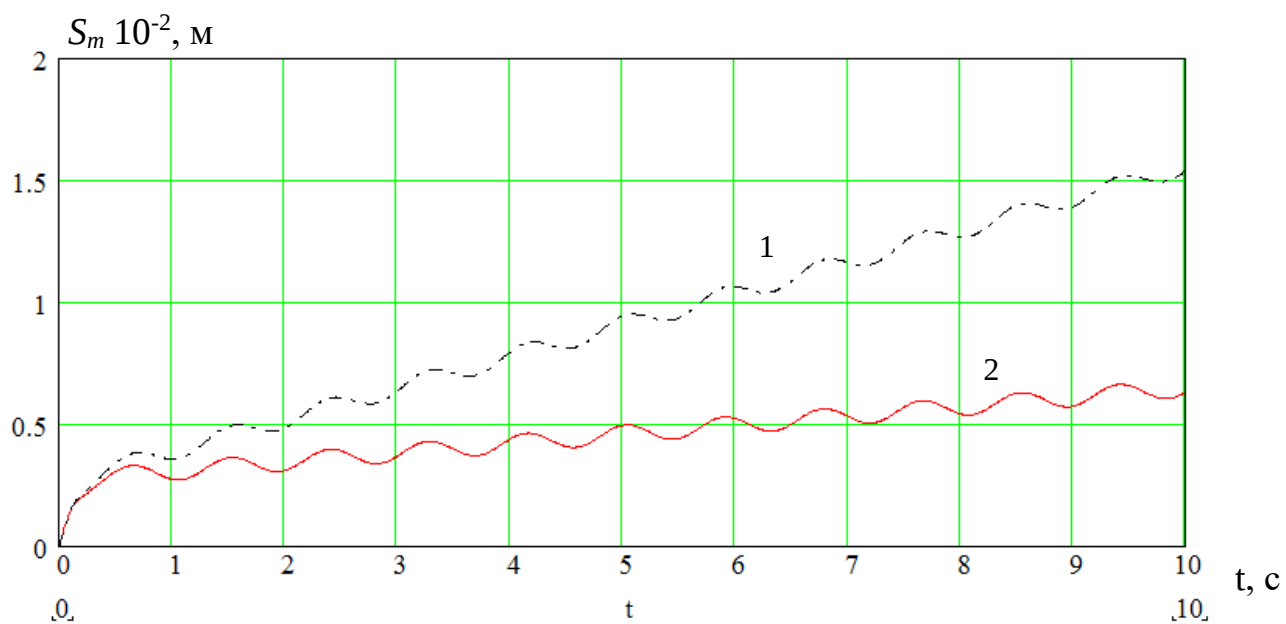


Рис. 9.7. Зміна переміщення частинки в шарі зерна за змінного (пульсувального) потоку повітря:

$$1 - m = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ кг}; 2 - m = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$$

Під час сходження частинки в повітряний канал на неї діють сили:

- тяжіння $G = mg$;
- аеродинамічного тиску $R_i = K_V \cdot (V(y, t) - V_q)^2$;
- поперечні (типу Жуковського $F_{Ж}$ і Магнуса F_M).

Силова взаємодія частинки з повітряним потоком визначається векторним рівнянням

$$m \frac{d\bar{v}}{dt} = \bar{G} + \bar{F}_{Ж} + \bar{F}_M + \bar{R} , \quad (9.31)$$

Проектуючи рівняння (9.31) на осі прямокутної системи координат ХОУ, отримано систему рівнянь:

$$\begin{cases} \frac{d^2x}{dt^2} = -k_V \left(\vartheta(y) - \frac{dx}{dt} \right) \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} - \vartheta(y, t) \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} \mp \frac{3 \cdot (P_{Ж(x)} + P_{M(x)})}{4\pi r_{ц}^3 \rho} \cdot \frac{\frac{dy}{dt}}{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt} - \vartheta(y, t) \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}} \\ \frac{d^2y}{dt^2} = g - k_V \frac{dy}{dt} \sqrt{\left(\frac{dx}{dt} - \vartheta(y, t) \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2} \mp \frac{3 \cdot (P_{Ж(y)} + P_{M(y)})}{4\pi r_{ц}^3 \rho} \cdot \frac{\left(\frac{dx}{dt} - \vartheta(y) \right)}{\sqrt{\left(\frac{dx}{dt} - \vartheta(y, t) \right)^2 + \left(\frac{dy}{dt} \right)^2}} \end{cases}, \quad (9.32)$$

де $\vartheta(y, t) = A_3(1 - \sin[\omega t]) \cdot \left(\frac{y}{H}\right)^{0,1}$; $\vartheta_{\max} = A_3(1 - \sin[\omega t])$.

$$F_{Ж(x)} = \frac{4}{3} \pi \cdot r_{ц}^3 \cdot \rho \cdot \frac{\vartheta_{\max}}{10 \cdot x \cdot H^{0,1} \cdot y^{-0,1}} \cdot \left[\frac{dx}{dt} - \vartheta_{\max} \cdot \left[\frac{y}{H} \right]^{0,1} \right]; \quad (9.33)$$

$$F_{M(x)} = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot r_{ц}^3 \cdot \rho \cdot \omega(t) \cdot \left[\frac{dx}{dt} - \vartheta_{\max} \cdot \left[\frac{y}{H} \right]^{0,1} \right], \quad (9.34)$$

$$F_{Ж(y)} = \frac{4}{3} \pi \cdot r_{ц}^3 \cdot \rho \cdot \frac{\vartheta_{\max}}{10 \cdot y \cdot H^{0,1} \cdot y^{-0,1}} \cdot \left[\vartheta_{\max} \cdot \left[\frac{y}{H} \right]^{0,1} + \frac{dy}{dt} \right]; \quad (9.35)$$

$$F_{M(y)} = \frac{8}{3} \cdot \pi \cdot r_{ц}^3 \cdot \rho \cdot \omega(t) \cdot \left[\vartheta_{\max} \cdot \left[\frac{y}{H} \right]^{0,1} + \frac{dy}{dt} \right], \quad (9.36)$$

де A_3 – максимальна амплітуда коливань швидкості повітря.

Початкові і граничні умови в цьому разі мають вигляд:

$$x(0) = 0; y(0) = 0; t(0) = 0; \frac{dx}{dt_{t=0}} = V_0 \cos \alpha_0; \frac{dy}{dt_{t=0}} = V_0 \sin \alpha_0;$$

$$y < 0; F_{\text{Ж}} > 0; F_M > 0; y > 0; F_{\text{Ж}} < 0; F_M < 0; -(y + r_{\text{ц}}) \leq y \leq (y + r_{\text{ц}}).$$

Розв'язок системи рівнянь (9.32) за початкових умов отримано чисельно в середовищі MathCad-10 у вигляді залежностей $x = f(y)$, тобто траєкторій руху частинок КЗМ (рис. 9.8).

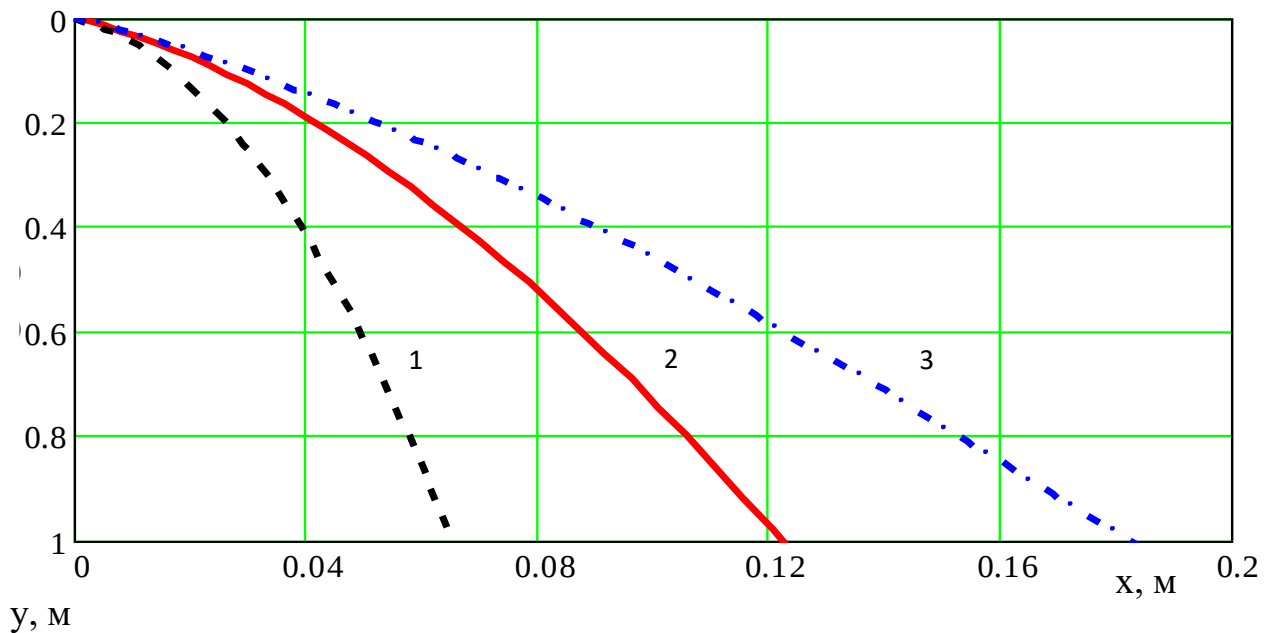


Рис. 9.8. Траєкторії руху частинок КЗМ із прямотечієвою подачею матеріалу в повітряний потік при $V(y) = 9 - 3,8y$:

$$1 - k_V = 0,139; 2 - k_V = 0,184; 3 - k_V = 0,392$$

З аналізу траєкторій руху за рівномірного і нерівномірного розподілів швидкості повітряного потоку можна зробити висновок про доцільність підвищення ефективності поділу завдяки зміні закону розподілу швидкості потоку в каналі та використання пульсального потоку.

Аналізом результатів досліджень аеродинамічних схем та траєкторій поділу КЗМ у горизонтальному каналі обґрунтовано доцільність використання змінної швидкості повітряного потоку як за висотою каналу, так і в часі. При цьому розподіл швидкості повітря за висотою доцільно реалізовувати за експоненціальним законом:

$$V_{\Pi}(y) = v_0 \cdot \exp(-k \cdot x), \quad (9.37)$$

де v_0 – швидкість повітря в центрі потоку, м/с;

k – емпіричний коефіцієнт.

Збільшення швидкості повітряного потоку в напрямку руху реалізовано лінійним законом унаслідок зміни геометрії каналу.

Одним із перспективних напрямків поділу компонентів зернового матеріалу в горизонтальному потоці є принцип тонкошарової (або струменевої) сепарації, в основу якого покладено подачу зерна (під певним кутом) в повітряний потік, швидкість якого межує зі швидкістю витання основних фракцій. В даному підрозділі показано, що ефективність поділу компонентів у горизонтальному каналі можна значно підвищити застосуванням нерівномірного повітряного потоку. При цьому ефективність поділу збільшується зі зміною швидкості за довжиною каналу.

9.3 Моделювання процесу сепарації зерна за густиною в комбінованому вібропневматичному та повітряно-гравітаційному агрегаті

Розглянемо процес поділу зернового (насіннєвого) матеріалу в комбінованому пневмовіброрешітному сепараторі та пневмосепарувальному каналі з пульсальними повітряними потоками, які інтегровані в одному агрегаті. Технологічна схема зерносепарувального агрегата подана на рисунку 9.9.

У пневмовіброзрізному шарі на лускатій поверхні, що вібрує, шар зернового матеріалу розподіляється (як мінімум) на дві фракції: легкі зернівки «спливають» до відкритої поверхні шару, а важкі занурюються в шар до поверхні деки і рухаються за складною траєкторією та виводяться в кінці деки назовні. Легкі зернівки відокремлюються подільником і

подаються у вертикальний пневмоканал, де частина легкої фракції поділяється за швидкістю витання ще на дві фракції: більш легкі виносяться потоком повітря і видаляються в осаджувальній камері з потоку повітря, а більш важкі рухаються в каналі донизу. Так відбувається поділ на три фракції.

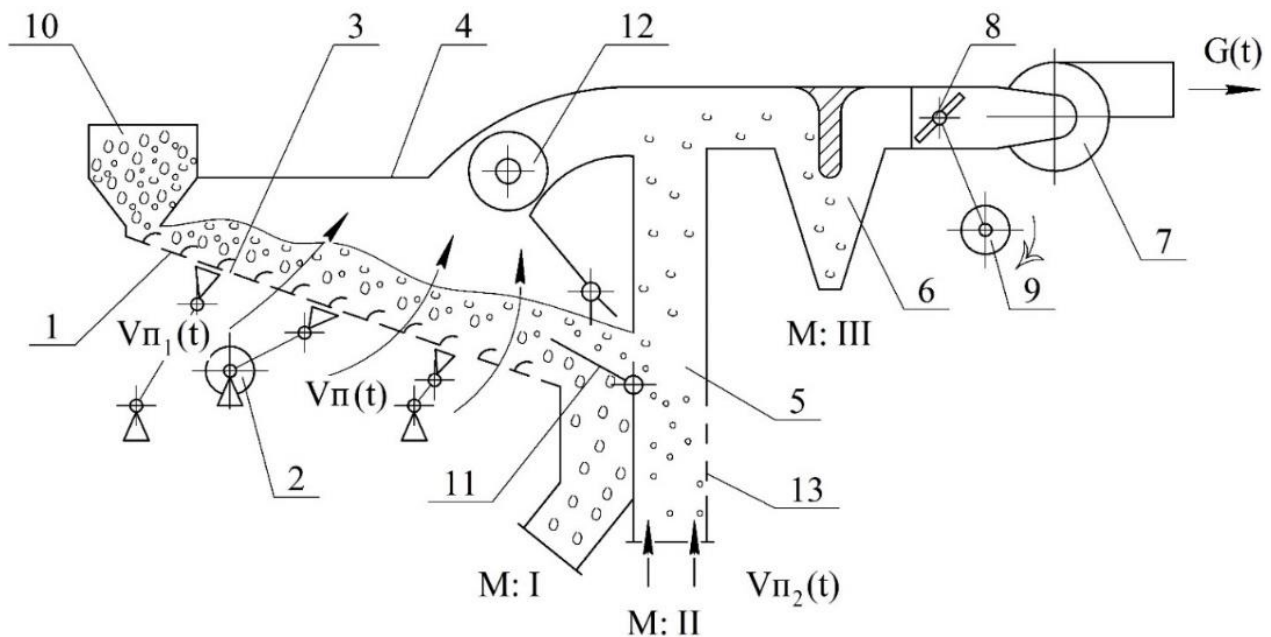


Рис. 9.9. Технологічна схема функціонування комбінованого зерносепарувального агрегату:

- 1 – перфорована дека (безпровальне решето); 2 – віброзбуджувач;
- 3 – опори; 4 – аспіраційна камера; 5 – вертикальний пневмоканал;
- 6 – осаджувальна камера; 7 – вентилятор; 8 – оберտальна заслінка;
- 9 – привод заслінки; 10 – бункер; 11 – подільник;
- 12 – заслінка, що регулює потік повітря під декою;
- 13 – щілини перфорації повітряного потоку

Інтенсифікувальна дія пульсального потоку полягає в різній силі впливу на легкі та важкі зернівки.

В основі математичного опису процесу поділу сипкого матеріалу за густиною лежить рівняння руху частинки в коливному середовищі,

справедливе для будь-якого нерозривного середовища, яке має властивість інертності:

$$m_1 \frac{d\bar{\vartheta}}{dt} = m_0 \cdot [\Delta - 1] \cdot \left[g - \frac{d\bar{u}}{dt} \right] + \sum \bar{F}(\vartheta), \quad (9.38)$$

де $\Delta = \frac{m_1}{m_0} = \frac{\rho_1}{\rho_0} m_1$ – маса зернівки;

ϑ – швидкість зернівки відносно середовища;

m_0 – маса середовища в об'ємі зернівки;

$$\Delta = \frac{m_1}{m_0} = \frac{\rho_1}{\rho_0};$$

g – прискорення сили тяжіння;

ϑu – абсолютна швидкість зернівки в переносному русі;

$\sum \bar{F}(\vartheta)$ – сили опору відносно рухові зернівки.

Швидкість коливань середовища (вібропневмозрідений шар зернового матеріалу) співпадає зі швидкістю коливань решета і носить гармонійний характер – $u = A \cdot \omega \cdot \sin(\omega \cdot t)$.

Сила опору середовища визначається як сила в'язкого тертя, яка пропорційна швидкості руху зернівки в першому степені. Сила опору повітряного потоку пропорційна квадрату відносної швидкості зернівки. Зміна швидкості повітряного потоку в шарі матеріалу на деці та в пневмоканалі апроксимована рівнянням:

$$V_p(t) = A_{1,2} \cdot [1 \pm \sin(\omega_1 \cdot t)], \quad (9.39)$$

де $A_{1,2}$ – максимальна амплітуда коливань швидкості потоку під декою (A_1) та в повітряному каналі (A_2);

ω_1 – частота обертання заслінки пульсатора.

За означених умов проекції диференціального рівняння (9.38) на осі координат ХОУ, які рухаються разом із решетом, можуть бути записані у вигляді:

$$\frac{d^2x(t)}{dt^2} + K_x \cdot \frac{dx(t)}{dt} = G_x + A_{1x} \cdot [\sin(\omega_1 \cdot t)] - [A_{2x} \cdot [1 + \sin(\omega_1 \cdot t)]]^2 \frac{d^2x(t)}{dt^2} + K_x \cdot \frac{dx(t)}{dt} = G_x + A_{1x} \cdot [\sin(\omega_1 \cdot t)] - [A_{2x} \cdot [1 + \sin(\omega_1 \cdot t)]]^2; \quad (9.40)$$

$$\frac{d^2y(t)}{dt^2} + K_y \cdot \frac{dy(t)}{dt} = G_y + A_{1y} \cdot [\sin(\omega_1 \cdot t)] - [A_{2y} \cdot [1 + \sin(\omega_1 \cdot t)]]^2 \frac{d^2y(t)}{dt^2} + K_y \cdot \frac{dy(t)}{dt} = G_y + A_{1y} \cdot [\sin(\omega_1 \cdot t)] - [A_{2y} \cdot [1 + \sin(\omega_1 \cdot t)]]^2, \quad (9.41)$$

де $G_x = \frac{m_1 - m_0}{m_1} \cdot g \cdot \sin \alpha$; $G_y = \frac{m_1 - m_0}{m_1} \cdot g \cdot \cos \alpha$, α – кут нахилу деки до горизонту; β

$A_{1x} = \frac{m_1 - m_0}{m_1} \cdot A_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \cos \beta$; $A_{1y} = \frac{m_1 - m_0}{m_1} \cdot A_1 \cdot \omega_1^2 \cdot \sin \beta$, β – кут спрямованості коливань деки;

$A_{2x} = k_v \cdot A_2^2 \cdot \cos \gamma$; $A_{2y} = k_v \cdot A_2^2 \cdot \sin \gamma$, $k_v = \frac{g}{v_{\text{біт}}^2}$; γ – кут вектора руху повітряного потоку в каналі;

$K_{x,y} = 3 \cdot \mu_{\text{біб}} \cdot d_{x,y} \cdot m_1^{-1}$, $d_{x,y}$ – діаметр міделевого перетину зернівки (уздовж (d_x) та впоперек (d_y)); $\mu_{\text{біб}}$ – коефіцієнт ефективної вібров'язкості, що визначається формулою:

$$\mu_{\text{біб}} = 0,2 \cdot \frac{[0,5 \cdot d_{x,y}]^2}{\pi \cdot A_{1x,y} \cdot \omega_1} \cdot \rho_z \cdot [1 - \varepsilon]^2 \cdot g \cdot [1 - 0,12 \cdot f_1] \cdot f_1, \quad (9.42)$$

де ρ_z – густина зернівки, що рухається в шарі;

ε – порозність зернового шару;

f_1 – коефіцієнт внутрішнього тертя.

Розв'язок рівнянь (9.40) та (9.41) з урахуванням (9.42) за початкових умов:

$$t = 0; x(0) = y(0) = 0; \dot{x}(0) = \frac{dx(t)}{dt} = v_{x0} \cos \alpha_0 = 0;$$

$$\dot{y}(0) = \frac{dy(t)}{dt} = v_{yo} \sin \alpha_0 = 0, \quad (9.43)$$

де v_o, α_0 – початкова швидкість і кут подачі зернового матеріалу, отримано в програмному середовищі MathCad і представлено на рисунках 9.10 та 9.11 у вигляді залежностей переміщення від часу.

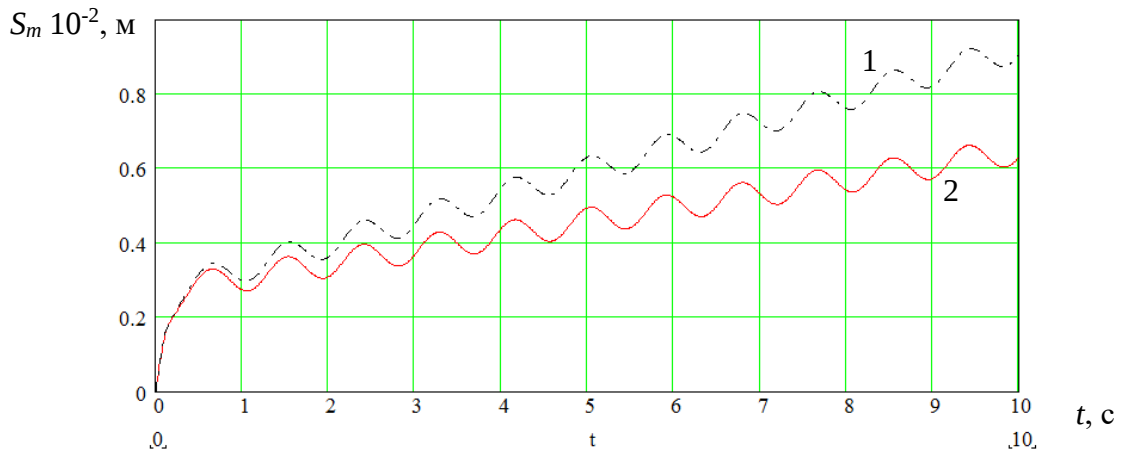


Рис. 9.10. Зміна переміщення зернівки за сталого потоку повітря:

$$1 - m = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ кг}; 2 - m = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$$

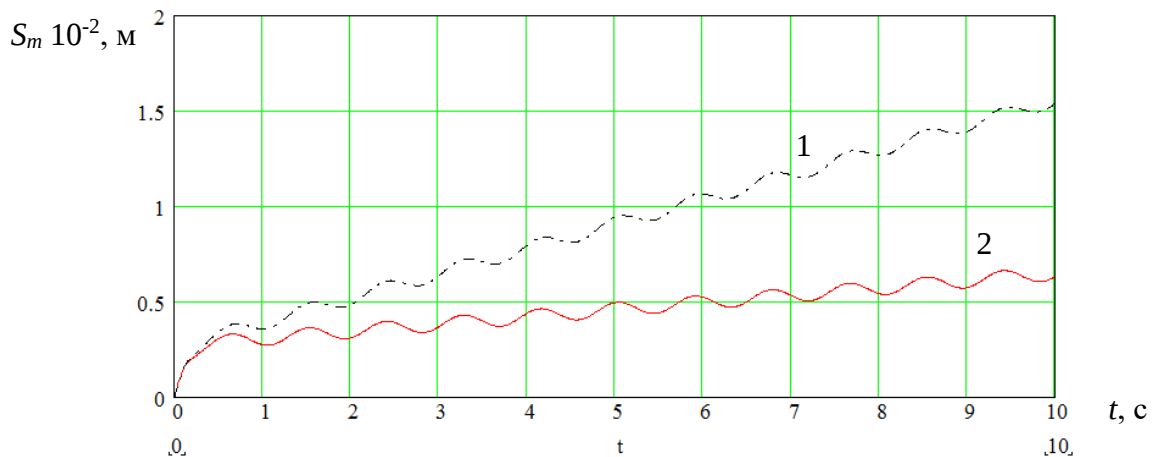


Рис. 9.11. Зміна переміщення зернівки в шарі за пульсального потоку повітря:

$$1 - m = 4,2 \cdot 10^{-6} \text{ кг}; 2 - m = 2,4 \cdot 10^{-6} \text{ кг}$$

Під час сходження зернівок із вібраційного шару в повітряний канал із рівномірним полем швидкості повітряного потоку в поперечному перетині (прямокутний канал) на зернівку діють сили тяжіння та опору повітряного потоку. Диференціальне рівняння руху зернівок у координатах ХОУ можна використати у вигляді:

$$m \cdot \frac{d^2x(t)}{dt^2} = g - k_v \cdot V_p(t) \cdot \left[V_p(t) + \frac{dx(t)}{dt} \right] \cdot \sqrt{\left[1 + \frac{1}{V_p(t)} \cdot \frac{dx(t)}{dt} \right]^2 + \left[\frac{1}{V_p(t)} \cdot \frac{dy(t)}{dt} \right]^2}; \quad (9.44)$$

$$m \cdot \frac{d^2y(t)}{dt^2} = -k_v \cdot V_p(t) \cdot \left[\frac{dy(t)}{dt} \right] \cdot \sqrt{\left[1 + \frac{1}{V_p(t)} \cdot \frac{dx(t)}{dt} \right]^2 + \left[\frac{1}{V_p(t)} \cdot \frac{dy(t)}{dt} \right]^2}. \quad (9.45)$$

Розв'язок системи рівнянь (9.44) та (9.45) за початкових умов:

$$t = 0; x(0) = y(0) = 0; \frac{1}{V_p(t)} \cdot \frac{dx(t)}{dt} = \frac{v_{xo}}{V_p(t)} \cdot \sin \alpha_0; \\ \frac{1}{V_p(t)} \cdot \frac{dy(t)}{dt} = \frac{v_{yo}}{V_p(t)} \cdot \cos \alpha_0 \quad (9.46)$$

отримано у вигляді траєкторій руху зернівок за пульсального повітряного потоку у вертикальному прямокутному каналі (рис. 9.12).

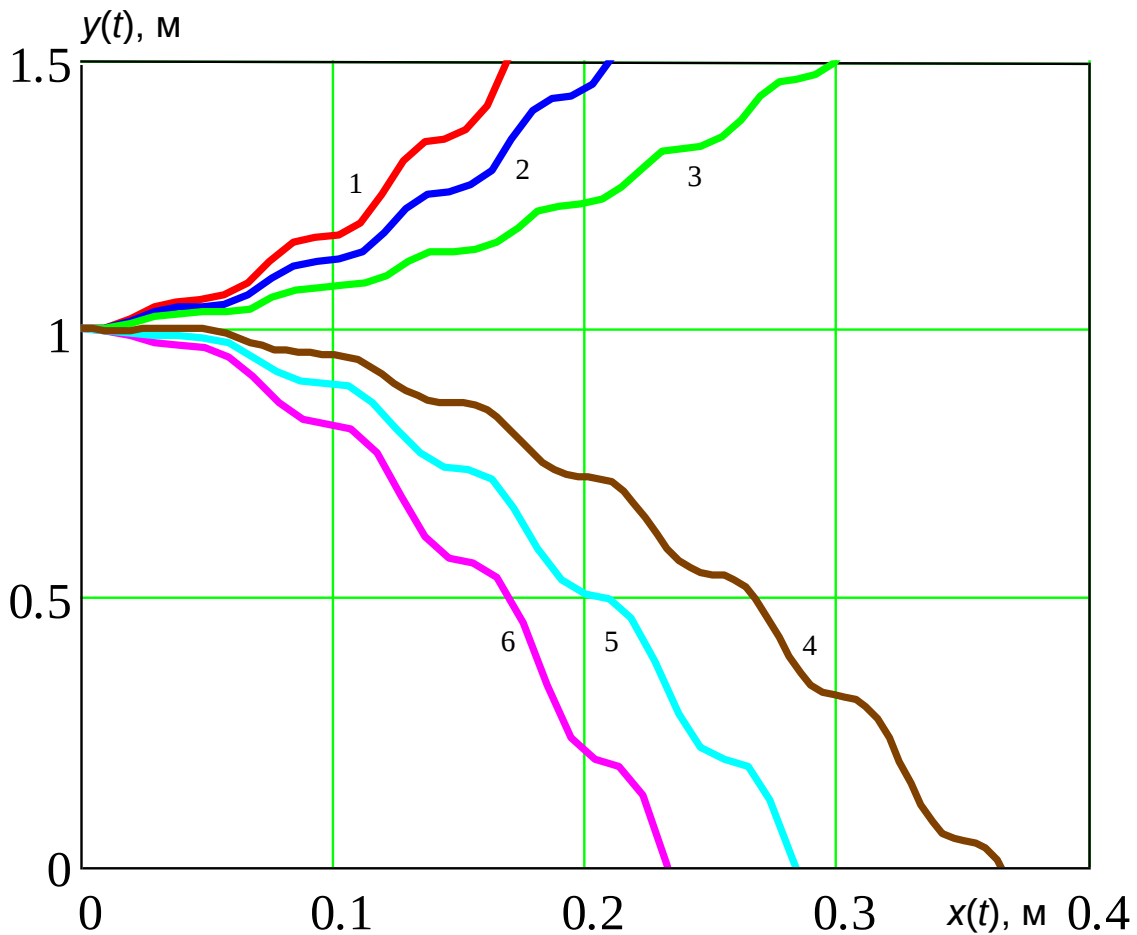


Рис. 9.12. Траєкторії руху зернівок у пульсальному нерівномірному потоці повітря:

1–6 – $k_V = 0,38; 0,34; 0,3; 0,18; 0,13; 0,06$, відповідно

Аналіз графічних залежностей траєкторій руху зернівок із різними значеннями k_V у вертикальному прямокутному каналі встановив можливість впливу дії окремих сил, а також режимів процесу сепарування на величину розгалуження їхніх траєкторій, що в кінцевому випадку визначає ефективність поділу зернового матеріалу.

З аналізу траєкторій встановлено, що нерівномірна епюра швидкості повітря у вертикальному прямокутному каналі негативно впливає на величину розгалуження траєкторій, тобто відстань між траєкторіями звужується.

Отже, встановлено, що застосування імпульсного потоку повітря у вертикальному прямокутному каналі дає можливість збільшити розходження (розгалуження) траєкторій руху зернівок за висотою каналу.

Сформульовані математичні моделі процесів переміщення компонентів зернового матеріалу у віброзрідженому шарі та в повітряному каналі вібропневмоочисної машини дозволять визначити траєкторії переміщення зернівок у робочих зонах та на основі їх аналізу обґрунтувати параметри робочих органів.

10. РОБОТА ПНЕВМОСЕПАРАТОРІВ ЗА НАКЛАДЕНОГО ЕЛЕКТРИЧНОГО ПОЛЯ

10.1 Моделювання процесу фракціонування зерна в пневматичних каналах за накладеного електричного поля

Процес розділення компонентів зернового матеріалу в повітряному потоці, як відомо, заснований на різниці аеродинамічних властивостей окремих компонентів. Під час подачі зернового матеріалу, що складається із частинок, які відрізняються аеродинамічними властивостями (швидкість витання), у вертикальний висхідний повітряний потік певної швидкості частина зернин виноситься потоком у верхню частину каналу, а інша частина рухається донизу проти потоку, тобто вихідний матеріал розділяється на дві фракції. Але частина компонентів у спадному потоці зерна, частинки якого теж різняться аеродинамічними властивостями, буде рухатися донизу за різними траєкторіями, тобто спадний потік розділяється й траєкторії розщеплюються. За величиною відхилення траєкторій здійснюється поділ на фракції. Надалі розглядається тільки спадний рух компонентів зернового матеріалу у висхідному повітряному потоці (рис. 10.1).

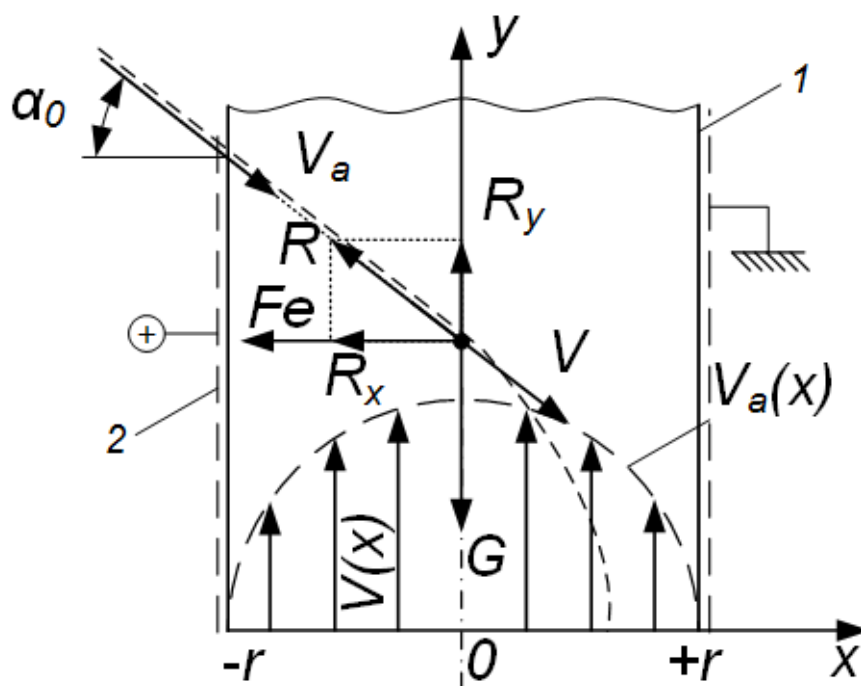


Рис. 10.1. Схема сил, що діють на частинку в повітряному каналі:

1 – канал, 2 – електроди

Основною аеродинамічною характеристикою компонентів зернового матеріалу є швидкість витання, величина якої в рівняннях руху враховується коефіцієнтом вітрильності:

$$k_V = \frac{C(Re)S_m\rho}{2m} = \frac{g}{V_B^2} \quad (10.1)$$

де $C(Re)$ – коефіцієнт аеродинамічного опору як функція числа Рейнольдса;

S_m – площа міделєвого перерізу, m^2 ;

ρ – густина повітря, kg/m^3 ;

m – маса частинки, kg ;

g – прискорення вільного падіння, m/s^2 ;

V_B – швидкість витання, m/s .

Аеродинамічна сила опору повітряному потоку пропорційна квадрату відносної швидкості U :

$$R = \frac{c(Re)S_m\rho U^2}{2} \quad (10.2)$$

У дослідженні процесу пневмофракціонування використано загальноприйняті припущення, спрощуючи порівняльний аналіз: обертання частинки під дією несиметричного обтікання не враховується; орієнтація частинки незмінна; величини k_V і S_m прийняті незмінними; швидкість витання частинок визначена експериментально; аеродинамічний режим у камері усталений.

Як імітаційну модель переміщення матеріальної частинки в рухомому середовищі з опором використано (загальноприйняті) типові диференціальні рівняння:

$$\frac{d^2y(\tau)}{d\tau^2} = g - k_V \left(V(x) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right) \sqrt{\left(V(x) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dx(\tau)}{d\tau} \right)^2}; \quad (10.3)$$

$$\frac{d^2x(\tau)}{d\tau^2} = -k_V \frac{dx(\tau)}{d\tau} \sqrt{\left(V(x) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dx(\tau)}{d\tau} \right)^2} \quad (10.4)$$

з початковими умовами: $\tau = 0$; $x = -r$; $y = h$;

$$V_{0x} = \frac{dx(\tau)}{d\tau} = V_B \cos \alpha_0, \quad V_{0y} = V(x) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} = V_B \sin \alpha_0$$

де
$$V_B = \sqrt{V_{0x}^2 + \left(V(x) + V_{0y} \right)^2} \quad (10.5)$$

Профіль поля швидкостей повітряного потоку (розподіл швидкості) за шириною каналу $V(x)$ описано рівнянням:

$$V(x) = V_m + \frac{V_d}{a} \left(\ln \left(1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) \quad (10.6)$$

У рівняннях (10.2)–(10.6) позначено: $V(x)$ – швидкість потоку повітря на відстані x від стінок каналу, м/с; V_0 – швидкість частинки на вході в потік повітря, м/с; α_0 – кут швидкості частинки на вході в потік повітря, град; x, y – координати руху частинки, м; τ – поточний час, с; V_d – динамічна швидкість, м/с; a – експериментальний коефіцієнт (залежить від властивостей повітря та умов його руху в каналі); V_m – максимальна швидкість повітря в каналі, м/с; r – відстань від стінок до осі каналу, м; h – висота каналу (від місця вводу матеріалу), м.

Підставляючи значення $V(x)$ з (10.6) у (10.2) і (10.4), після відповідних перетворень отримаємо:

$$\frac{d^2 y(\tau)}{d\tau^2} = g - k_V \left(V_m + \frac{V_d}{a} \left(\ln \left(1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right) \cdot \sqrt{\left(V_m + \frac{V_d}{a} \left(\ln \left(1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2} \quad (10.7)$$

$$\frac{d^2 x(\tau)}{d\tau^2} = -k_V \frac{dx(\tau)}{d\tau} \sqrt{\left(V_m + \frac{V_d}{a} \left(\ln \left(1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dx(\tau)}{d\tau} \right)^2} \quad (10.8)$$

Отже, за певних співвідношень визначальних факторів (швидкість повітряного потоку, кут і початкова швидкість введення матеріалу, щільність зернового потоку під час зустрічі з повітрям) вертикальний канал можна і доцільно використовувати для фракціонування зернових і насінневих матеріалів за технологічними властивостями (маса зерен, їхня густина), які корелюють з аеродинамічними властивостями.

На рисунку 10.2 наведено траєкторії руху частинок зернового матеріалу у вертикальному повітряному потоці.

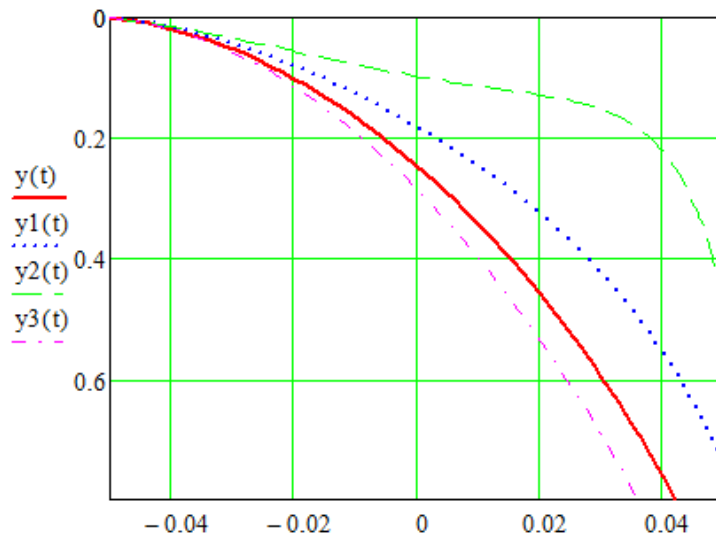


Рис. 10.2. Траєкторії руху частинок зернового матеріалу у вертикальному повітряному потоці при $\alpha_0 = 45^\circ$:

$$y(t) - V_B = 6 \text{ м/с}; y_1(t) - V_B = 8 \text{ м/с}; y_2(t) - V_B = 11 \text{ м/с}; y_3(t) - V_B = 5 \text{ м/с}$$

Найбільший вплив на ефективність фракціонування (розщеплення траєкторій) впливають такі фактори:

- швидкість повітряного потоку та її розподіл за шириною каналу;
- початкова швидкість, кут і умови введення (щільність зернового потоку під час зустрічі із зерновим потоком) сепарувальної суміші в пневмоканал;
- фізико-механічні властивості компонентів зернової суміші.

Покращити якість поділу компонентів зернового матеріалу у висхідному повітряному потоці можна, забезпечуючи додаткову силову дію на частинки, значення якої буде різним для різних за розміром і густиною компонентів. Реалізувати таку силову дію на компоненти зернового матеріалу можна через використання такого електротехнологічного прийому: надання частинкам певного електричного заряду перед або під час подачі матеріалу в повітряний потік і створення в сепарувальному каналі однорідного електричного поля.

Розглянемо переміщення частинки матеріалу у вертикальному повітряному каналі за сукупної дії висхідного повітряного потоку, додаткової електричної сили, гравітаційної сили та сили опору в повітряному потоці. Схема взаємодії сил показана на рисунку 10.1. Прийmemo, що частинка має форму близьку до кулі. Для виявлення умов, за яких перебігає розділення частинок компонентів, визначимо умови зарядження частинок електричним зарядом і величину самої електричної сили, що діє на частинку, яка рухається в повітряному потоці протитечієво.

На ділянці живильного пристрою в електричному полі частинки матеріалу заряджаються (отримують електричний заряд), використовуючи методи: електростатичної індукції (контактне зарядження), осадження іонів у полі коронного розряду (безконтактна зарядка) і комбінації названих способів. За контактного способу зарядження частинок величина електричного заряду залежить від контактного опору частинки з електродом, який значною мірою залежить від вологості (сухі частини, які не проводять електричний струм, в електричному полі не заряджаються). Тому такий спосіб доцільно використовувати для поділу фракцій за вологовмістом. Іонна зарядка, найбільш вивчена і більш ефективна, відбувається осадженням іонів з об'єму повітря на поверхню частинки в електричному полі коронного розряду.

Величина максимального заряду частинок сферичної форми в електричному полі визначається за відомою формулою Романа:

$$Q_e = Er^2\varepsilon_0 \left(1 + 2\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1}\right), \quad (10.9)$$

де E – напруженість електричного поля, В/м;

r – радіус частинки, м;

ε_0 – діелектрична проникність вакууму, Ф/м;

ε – відносна діелектрична проникність частинки.

Враховуючи, що відносна діелектрична проникність зерна залежить від густини, за даними літературних джерел, цю залежність можна апроксимувати виразом:

$$\varepsilon_i(\rho) = a + b\rho_i + c\rho_i^2, \quad (10.10)$$

де a, b, c – сталі коефіцієнти, що залежать від виду культури;

ρ_i – густина частинки компоненту i -тої фракції.

Цю величину електричного заряду можна використовувати як суттєвий чинник поділу в повітряному потоці.

Електрична сила, що діє на частинку в електричному полі, як відомо, пропорційна її заряду Q і напруженості поля E :

$$F_e = QE, \quad (10.11)$$

або враховуючи (10.9), (10.10):

$$F_e = E^2 r^2 \varepsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon_i(\rho_i) - 1}{\varepsilon_i(\rho_i) + 1} \right). \quad (10.12)$$

З урахуванням додатково електричної сили, що діє, відповідно до рисунку 10.3, рівняння (10.8) запишемо у вигляді:

$$\frac{d^2 x(\tau)}{d\tau^2} = -F_e - k_V \frac{dx(\tau)}{d\tau} \sqrt{V_m + \frac{V_d}{a} \left(\ln \left(1 - \sqrt{\frac{|x|}{r}} \right) + \sqrt{\frac{|x|}{r}} + \frac{dy(\tau)}{d\tau} \right)^2 + \left(\frac{dx(\tau)}{d\tau} \right)^2} \quad (10.13)$$

У рівняння (10.8) входить розмірна характеристика зернової частинки $r = d_e/2$, де d_e – еквівалентний діаметр частинки, що визначається за площею проєкції частинки, яка дорівнює міделевому перерізу – $d_e = \sqrt{4S_m/\pi}$, визначити яку для частинок неправильної форми ускладнено.

Основною аеродинамічною характеристикою компонентів зернової суміші є швидкість витання, яка для поодиноких сферичних поверхонь визначається очевидним співвідношенням, що випливає з рівності сил $R = mg$ відношенням:

$$V_{\text{вит}} = \sqrt{\frac{4d_e\rho_r g}{3\rho_v \xi}}. \quad (10.14)$$

Використовуючи значення коефіцієнта опору із залежності $\xi(\text{Re})$ (при $\text{Re} > 700, \xi = 0.44$) із співвідношення (10.14), маємо:

$$V_{\text{вит}} = \sqrt{\frac{4d_e\rho_r g}{3\rho_v 0.44}}, \quad (10.15)$$

звідки

$$d_e = 0.33 \frac{\rho_v}{\rho_r g} V_{\text{вит}}^2 \quad (10.16)$$

Підставляючи значення еквівалентного діаметра (радіуса) в рівняння (10.12), матимемо:

$$F_e = E^2 \varepsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon_i(\rho_i) - 1}{\varepsilon_i(\rho_i) + 1} \right) \left(\frac{0.33}{2} \frac{\rho_v}{\rho_r g} V_{\text{вит}}^2 \right)^2. \quad (10.17)$$

Отже, величину еквівалентної сили, що діє на частинку в електричному полі, можна визначити, зважаючи на величину швидкості витання, яка зазвичай визначається експериментально.

Як випливає з аналізу виразу (10.17), на електричну силу, що діє на частинку в напрямку вектора електричного поля (перпендикулярно вектору потоку повітря), значною мірою впливають напруженість електричного поля та властивості самої частинки, які визначаються швидкістю витання.

Розв'язок системи рівнянь (10.12), (10.13) за означених вище початкових умов наведено на рисунку 10.3.

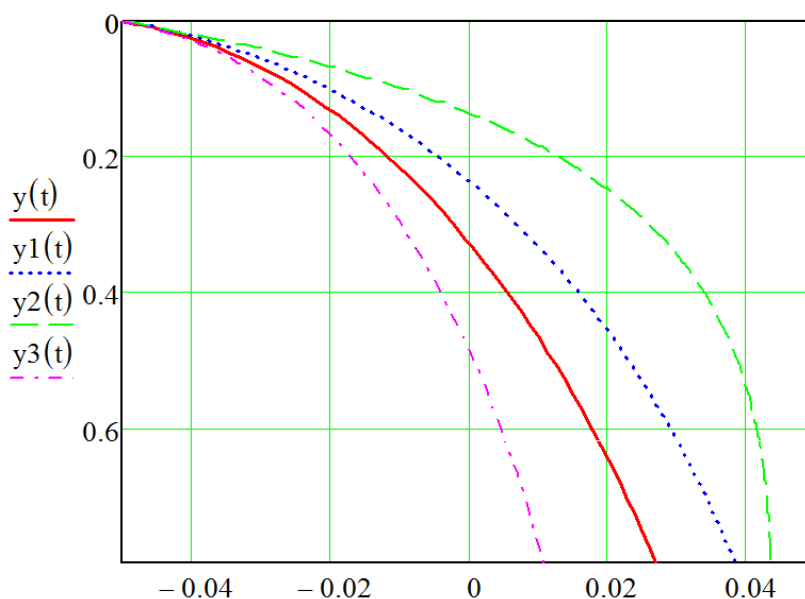


Рис. 10.3. Траєкторії руху кулькоподібної частинки у вертикальному потоці за наявності накладеного електростатичного поля при $\alpha_0 = 45^\circ$:
 $y(t) - V_B = 6$ м/с; $y_1(t) - V_B = 8$ м/с; $y_2(t) - V_B = 11$ м/с; $y_3(t) - V_B = 5$ м/с

Аналіз отриманих результатів свідчить, що розгалуження траєкторій і величина кінцевого (на виході каналу) відхилення за наявності додаткового електростатичного впливу збільшується.

У наведених вище дослідженнях геометрія частинки визначалася формою у вигляді кулі. Але більшість колосових культур мають форму зернин, що суттєво відрізняється від кулі, тому ця форма апроксимується еліпсоїдом обертання.

Математичний опис (модель) перехідного процесу орієнтації частинки в електричному полі може бути в спрощеному вигляді подана рівнянням:

$$I \frac{d^2 \gamma}{d\tau^2} = M_v + M_e, \quad (10.18)$$

де I – момент інерції зернини;

γ – кут між напрямком руху і більшою віссю еліпсоїда обертання;

$M_v = (k_2 - k_1) V_r \frac{\rho V^2}{2} \sin 2\gamma$ – обертальний момент, що діє з боку повітряного потоку на еліпсоїд обертання, k_1, k_2 – поперечний і повздовжній коефіцієнти інерції тіла обертання, що рухається в повітрі; V_r – об'єм частинки;

$M_e = \frac{E^2 \varepsilon_0}{2} V_r k_\phi \sin 2\gamma$ – обертальний момент електричного поля, k_ϕ – діелектричний коефіцієнт форми.

Обертальний момент спрямований так, щоб орієнтувати еліпсоїд обертання більшою віссю під прямим кутом до вектора швидкості повітря. При цьому величина швидкості витання (як основна ознака поділу поодиноких насінин) буде зменшуватись:

$$V_B = \sqrt{\frac{2mg}{\rho_v \xi S_M}} = \sqrt{\frac{4g}{3\rho_v \xi} \cdot \frac{ab\rho_r}{c - (a-c)\sin^2 \gamma}} \quad (10.19)$$

де a, b – довжина і товщина зернини (довша і коротша осі).

Час орієнтації еліпсоїда обертання:

$$\tau = \sqrt{\frac{I}{2(M_v + M_e)}} \int_{\varphi_1}^{\varphi} \frac{d\varphi}{\sqrt{a^2 \cos^2 \varphi_0 + \sin^2 \varphi_0 - \sin^2 \varphi}}. \quad (10.20)$$

За розрахунками та експериментними даними час орієнтації зернини вздовж силових ліній поля складає 0,05 с, за цей час частинка зі $v_{\theta} = 9$ м/с переміщується: $x = 11,2$ мм, $y = 17,6$ мм.

На рисунку 10.4 наведені розрахункові траєкторії руху частинок компонентів з урахуванням зменшення швидкості витання за виразом (10.19) у припущенні «миттєвої переорієнтації».

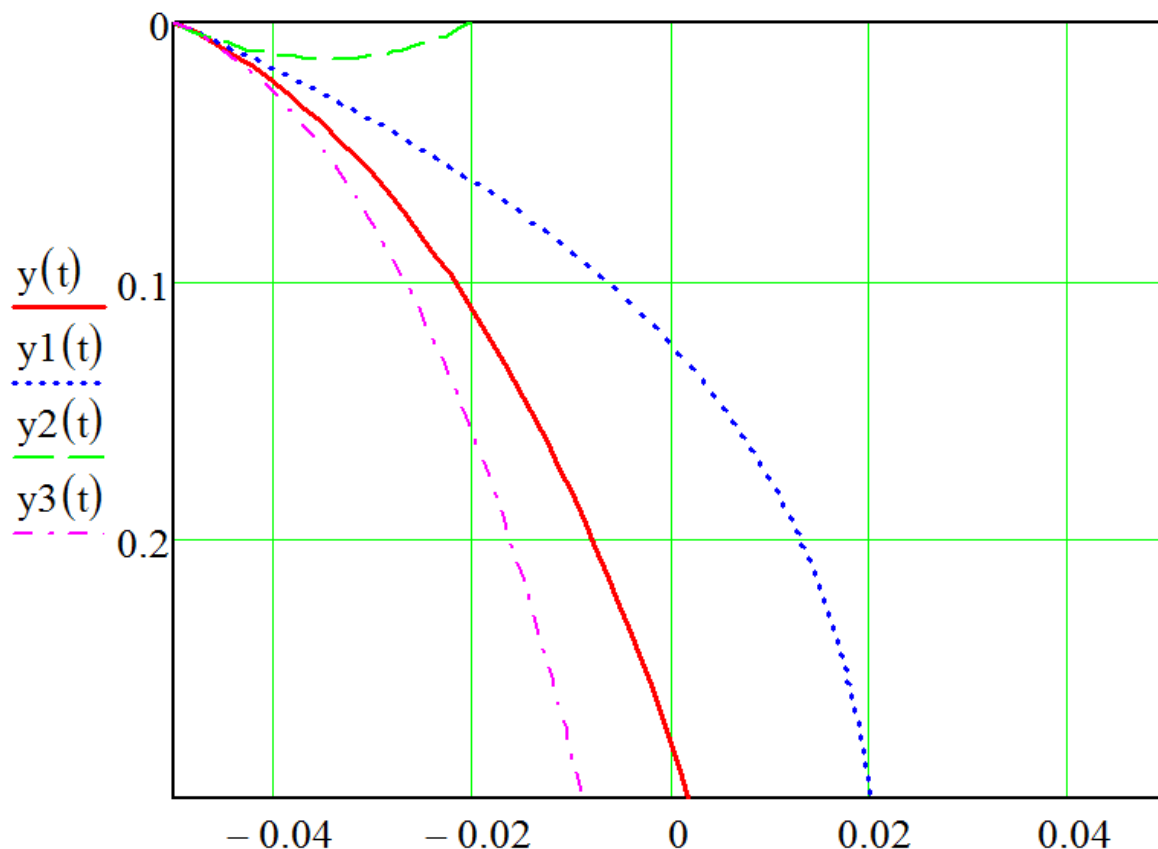


Рис. 10.4 Траєкторії руху частинок у формі еліпсоїда обертання у вертикальному каналі з накладеним електростатичним полем при $\alpha_0 = 45^\circ$:

$$y(t) - V_B = 6 \text{ м/с}; y_1(t) - V_B = 8 \text{ м/с}; y_2(t) - V_B = 11 \text{ м/с}; y_3(t) - V_B = 5 \text{ м/с}$$

Проаналізувавши розрахункові графічні залежності, що визначають траєкторії руху окремих компонентів зернового матеріалу, можна констатувати таке. Нерівномірність повітряного потоку в поперечному перетині вертикального каналу знижує ефективність поділу зерна на

фракції. Дія електричного поля на частинки, що отримали електричний заряд викликає прирощення горизонтальної складової швидкості частинки. Переорієнтація частинки у формі еліпсоїда обертання і стабілізація її положення в електричному полі пневмоканалу дозволяють зменшити швидкість повітря в каналі та питомі витрати на процес поділу. Крім того, зменшується висота робочої зони каналу.

Отже, вдосконалена математична модель руху частинок компонентів зернового матеріалу дозволяє визначити вплив параметрів потоку, зокрема і ступеня нерівномірності розподілу швидкості в поперечному перерізі каналу, на величину розходження траєкторій, яка обрана критерієм ефективності поділу. Виявлено зменшення розходження траєкторії за змінної епюри швидкості повітря. Застосування накладеного на спадний потік дисперсного матеріалу дозволяє збільшити величину розходження траєкторії і відповідно ефективність поділу матеріалу на фракції та швидкість витання частинок у формі еліпсоїда обертання.

10.2 Підвищення ефективності фракціювання насіннєвих матеріалів за комплексом аеродинамічних і електричних властивостей

Принципову схему розділення компонентів зернового матеріалу в повітряному потоці під час розділення в електростатичному полі перед подачею в повітряний потік наведено на рисунку 10.5.

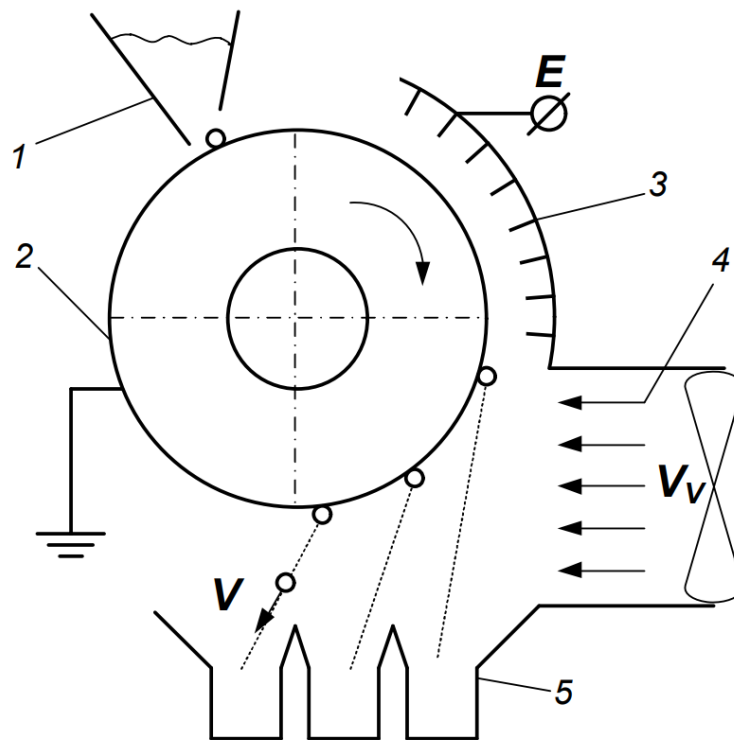


Рис. 10.5. Принципова схема розділення зерна в електричному і повітряному полі:

1 – бункер із насінням; 2 – барабанний електрод; 3 – коронуючий електрод; 4 – повітряний потік; 5 – приймальні комірки

Рівняння руху частинки по зовнішній поверхні барабана визначимо з таких посилянь: частинка знаходиться на поверхні обертового барабана в покої або може переміщуватися вздовж поверхні, що залежить від стану поверхні та властивостей матеріалу частинки. На частинку в зоні електричного поля коронного розряду діють такі сили:

- тяжіння – $F = mg$;
- відцентрова – $F_V = \frac{m \cdot V_a^2}{r} = m\omega^2 r$;
- тертя – $F_T = Nf = N \tan \varphi$;
- нормальна реакція поверхні N ;
- електричного поля – $F_E = \frac{\varepsilon_r E^2 ab}{4k_f} \mu(R)$;

- електрична дзеркального відбивання – $F_Z = \frac{\varepsilon_0 E^2 a^2}{4k_f^2} \mu^2(R)$;

де m – маса зернівки; V_a – колова швидкість зернівки під час її абсолютного руху; ω – кутова швидкість зернівки навколо осі барабана; r – радіус барабана; f, φ – коефіцієнт і кут тертя; ε_r – відносна діелектрична проникність речовини зернини; E – напруженість поля; a, b – розміри зернівки у формі еліпсоїда; $b/a = k$ – коефіцієнт сферичності; $k_f = [1 + (\varepsilon_r - 1)\Phi_1] \cdot \varepsilon_r^{-1}$ – діелектричний коефіцієнт форми; Φ_1 – коефіцієнт осьової деполяризації; ρ_r – густина зернівки.

Величина функції $\mu(R)$ визначається із співвідношення:

$$\mu(R) = \frac{1 + 2R_r c \delta k - \sqrt{1 + 4r_0 c \delta k}}{2R_r c \delta k}, \quad (10.21)$$

де c – ємність системи «зернівка – електрод»;

r_0 – радіус (коронуючого) електрода;

δ – об'ємний заряд;

R_r – контактний опір (опір самої зернівки і контакту між нею та барабаном).

Проектуючи сили на координатній осі x' , y' рухомої системи координат, отримаємо рівняння рівноваги зернівки на поверхні обертального барабана:

$$N + F_V - F - F_Z - mg \cos \alpha_0 = 0; \quad (10.22)$$

$$N_F + mg \cos \alpha_0 = 0. \quad (10.23)$$

З рівняння (10.22) визначимо силу нормальної реакції:

$$N = F - F_V + F_Z + mg \cos \alpha_0. \quad (10.24)$$

За певних умов зернівка втрачає зв'язок із поверхнею барабана і відривається від неї. За умови $N = 0$ зернівка відірветься від поверхні й буде рухатися в повітряному середовищі як тіло, кинуте під кутом α_0 до горизонту зі швидкістю V_0 .

З рівняння (10.24) маємо

$$\cos \alpha_0 = \frac{F_V - F_Z - F}{mg}. \quad (10.25)$$

Підставляючи значення сил, що діють, і враховуючи, що $m = \frac{\pi}{6} ab^2 \rho_r = \frac{\pi}{6} ba^2 k \rho_r$, отримаємо:

$$\cos \alpha_0 = \frac{V_a^2}{rg} - \frac{1,5 \varepsilon_r E^2 \mu(R)}{\pi g b \rho_r k_f} \left[1 - \frac{\mu(R)}{k_f k} \right]. \quad (10.26)$$

Якщо прийняти, що швидкість руху частинки V_a , розмір барабана r і напруженість електричного поля E є незмінними величинами, що не впливають на властивості зернівки, то ступінь поділу компонентів у процесі сходження з барабана визначається величиною

$$k_N = \left[1 + \frac{\mu(R)}{k_f k} \right] \cdot \frac{\mu(R)}{b \rho_r k_f}, \quad (10.27)$$

де b – менша вісь еліпсоїда обертання (для різних компонентів зернового матеріалу різна).

Кут відриву зернівок визначається з очевидного співвідношення:

$$\alpha_0 = \arccos \left[\frac{V_a^2}{rg} - \frac{1,5 \varepsilon_r E^2 \mu(R)}{\pi g b \rho_r k_f} \left[1 - \frac{\mu(R)}{k_f k} \right] \right]. \quad (10.28)$$

За відсутності рухомого потоку повітря траєкторії руху частинок компонентів можна визначити за законом падіння тіла, кинутого під кутом α_0 до горизонту зі швидкістю V_a , з формули:

$$y = x \tan \alpha_0 + \frac{gx^2}{2V_a^2 \cos^2 \alpha_i}, \quad (10.29)$$

де α_i – кут сходження i -го компоненту.

Як впливає з аналізу досліджень різних авторів, найбільше розгалуження траєкторій досягається за різних значень комплексного параметра μ , тобто різних властивостей компонентів. Для збільшення ефективності подальшого поділу доцільно використовувати рухоме повітряне середовище – горизонтальний потік повітря зі швидкістю V_N .

Рух компонентів зернового матеріалу в горизонтальному потоці повітря після сходження з поверхні барабана описується системою диференціальних рівнянь у нерухомій системі координат XOY, де OX – горизонтальна вісь, OY – вертикальна вісь:

$$\begin{cases} \ddot{x} + K_v(\dot{x} - V_N)\sqrt{(\dot{x} - V_N)^2 + \dot{y}^2} = 0 \\ \ddot{y} + K_v\dot{y}\sqrt{(\dot{x} - V_N)^2 + \dot{y}^2} = g \end{cases}, \quad (10.30)$$

де $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$; $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$; $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$;

K_v – коефіцієнт вітрильності;

V_N – швидкість повітряного потоку;

$K_v g$ – прискорення сил тяжіння.

$\dot{x} = \frac{dx}{dt}$; $\dot{y} = \frac{dy}{dt}$; $\ddot{x} = \frac{d^2x}{dt^2}$; $\ddot{y} = \frac{d^2y}{dt^2}$. За початкових умов: $t = 0$; $x = 0$; $y = 0$; $\dot{x} = V_a \cos \alpha_0$; $\dot{y} = V_a \sin \alpha_0$, де V_a, α_0 – швидкість і кут напрямку входження зернівки в повітряний потік, які дорівнюють параметрам сходження частинки з барабана.

За використання спрощувального припущення:

$$k_0 = \sqrt{\left(\frac{\dot{y}}{V_N}\right)^2 + \left(1 - \frac{\dot{x}}{V_N}\right)^2} \approx 1,02 \dots 1,12. \quad (10.31)$$

Траєкторії руху компонентів насіннєвого матеріалу можна наближено визначити з розв'язку рівнянь (10.30) із використанням умови (10.31) за такими розрахунковими залежностями:

$$V_x(t) = V - (V - V_{x0}) \cdot e^{-t \cdot k_0^{-1}}; \quad (10.32)$$

$$V_y(t) = g_0 - (g_0 - V_{y0}) \cdot e^{-t \cdot k_0^{-1}}; \quad (10.33)$$

$$x(t) = Vt - k_0(V - V_{x0}) \cdot (1 - e^{-t \cdot k_0^{-1}}); \quad (10.34)$$

$$y(t) = g_0 t - k_0(g_0 - V_{y0}) \cdot (1 - e^{-t \cdot k_0^{-1}}), \quad (10.35)$$

де $k_0 = 1.1K_v V$; $g_0 = \frac{g}{1.1K_v V}$; $V_{x0} = V_a \cos \alpha_0$; $V_{y0} = V_a \sin \alpha_0$.

Кожному поточному моменту часу t_i відповідають координати переміщення зернівки $x_i(t_i), y_i(t_i)$ і, визначаючи їхні значення, будується траєкторія руху в координатах $x_i(y_i)$ системи координат XOY.

Поєднання процесів поділу компонентів насіннєвих матеріалів за комплексом електродинамічних і аеродинамічних властивостей дозволяє значно покращити якість насіннєвого матеріалу завдяки видаленню з фракцій неповноцінних зернин. Підвищення якості поділу досягається також тим, що кожний компонент суміші вводиться в потік повітря під різним кутом і з різною швидкістю. Отримано спрощені математичні формули, що дозволяють проаналізувати процеси руху і поділу компонентів уже на стадії проєктування нового обладнання та виявити раціональні параметри і режими їхньої роботи.

10.3 Моделювання процесу інерційної сепарації пилу під дією відцентрового та електричного поля в установках циклонного типу

Специфіка об'єкту дослідження зумовлює аналітичний метод дослідження, коли досліджуваний процес не прив'язаний до конкретної конструкції, а використовується тільки схема процесу сепарації та значення його параметрів. Розглядається прямоточна схема функціонування пилоочисного пристрою у вигляді циліндричного електроциклона з нижнім відводом повітряного потоку і тангенціальним вводом запиленого потоку повітря (схема на рис. 10.6). Така конструкція дозволяє раціонально розмістити коронуючий електрод усередині апарата [5]. Коронуючий електрод виконано у вигляді циліндричної вставки, бокові стінки якої паралельні стінкам корпусу «осаджуваного» електрода і мають ззовні голки (або тонкі диски). Такий спосіб розміщення дозволяє використати один опорно-прохідний ізолятор. Часинки пилу в газовому потоці, проходячи міжелектродний простір, адсорбують на поверхні іони (унаслідок дії коронного розряду) і набувають електричний заряд величиною:

$$Q = 0.25E^2 d^2 \varepsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right) \quad (10.36)$$

та під впливом сили електричного поля рухаються до стінки корпусу (осаджуваного електрода), «осаджуються» на ньому і здуваються вихровим потоком повітря в бункер-пилосбірник (рис. 10.6).

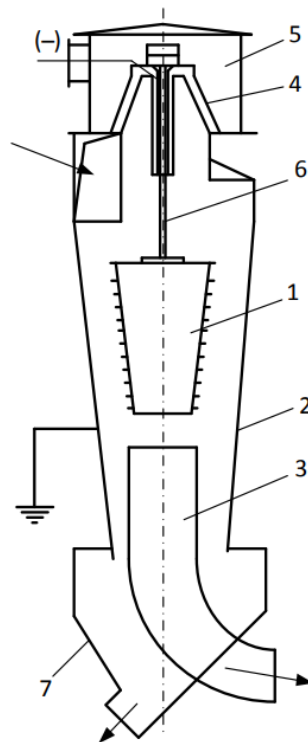


Рис. 10.6. Схема електроциклона:

1 – коронуючий електрод; 2 – корпус; 3 – вихлопна труба; 4 – ізолятор;
5 – коробка ізолятора; 6 – підвіска електрода; 7 – бункер-пилосбірник

Для складання математичного опису технологічного процесу електросепарації пилу у відцентровому полі використано основні положення гідродинаміки двофазного криволінійного потоку.

Під час аналізу руху частинки у вихровому потоці прямооточного циклона для розрахунку траєкторій прийнято такі припущення: частинки пилу є твердими недеформованими тілами, які мають форму кулі і не взаємодіють між собою; за тангенціального вводу повітряний потік має рівномірне поле швидкості; опір руху частинок у повітряному середовищі визначається законом Стокса; тангенціальна складова швидкості частинки співпадає з тангенціальною складовою швидкості обертання повітряного потоку; радіальні складові швидкостей унаслідок дії сил інерції є різними. За тангенціального вводу повітря середню тангенціальну

швидкість приймають такою, що дорівнює середній швидкості у вхідному перерізі.

У процесі руху твердої частинки в кільцевій частині циліндричного каналу (закрученому потоці) вважається, що на неї діють такі сили:

- тяжіння:

$$\bar{F} = m_r \bar{g} = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_r - \rho_n) \bar{g}; \quad (10.37)$$

- відцентрова:

$$\bar{F}_V = m_r \frac{\bar{V}_r^2}{r} = \frac{\pi d^3}{6} (\rho_r - \rho_n) \frac{\bar{V}_r}{r}; \quad (10.38)$$

- опору середовища (за Стоксом):

$$\bar{F}_S = 3\pi \cdot \mu \cdot d \bar{V}_r; \quad (10.39)$$

- Магнуса-Жуковського:

$$\bar{F}_M = k \cdot \rho \cdot V (\bar{V}_r - \bar{u}) \cdot \text{rot}(\bar{u}); \quad (10.40)$$

- Кориоліса:

$$\bar{F}_K = 2m(\bar{V} \bar{\omega}) = 2m(\bar{u} \bar{\omega}); \quad (10.41)$$

- інерції:

$$\bar{F}_i = m \frac{dV}{dt}; \quad (10.41)$$

- електричного поля:

$$\bar{F}_E = QE = 0.25E^2 d^2 \varepsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 1}\right). \quad (10.42)$$

У рівняннях (10.37)–(10.42) позначено: $m = m_r + m_n$ – маса зернівки; $m_n = \frac{\rho_r V_r}{2}$ – приєднана маса зернівки; V_r, u – швидкості зернівки і повітря; V, d – об'єм та еквівалентний діаметр частинки; ρ_r, ρ – густина частинки і повітря; r – радіус-вектор точки, поточна координата в радіальному русі; μ – динамічна в'язкість повітря; $\psi = 2.9$ – динамічний коефіцієнт форми частинки; $k < 1$ – безрозмірний коефіцієнт, що враховує поправки на припущення використання теореми Жуковського; E – напруженість електричного поля; $\varepsilon_0, \varepsilon$ – діелектрична проникність вакууму і матеріалу частинки.

Рівняння (10.37)–(10.42) містять складову в дужках – різницю густини частинки і повітря, яка враховує і силу витиснення середовища (числа Архімеда у вихровому середовищі).

Відповідно до принципу Даламбера матимемо:

$$\bar{F} + \bar{F}_V + \bar{F}_S + \bar{F}_M + \bar{F}_K + \bar{F}_i + \bar{F}_E = 0, \quad (10.43)$$

або в розгорнутому вигляді:

$$\begin{aligned} \frac{d\bar{V}_r}{dt} = \frac{\rho_r - \rho_n}{\rho_r} \left(g - \frac{\bar{V}_r^2}{r} \right) - \frac{3\mu\bar{V}_r}{d^2\rho} \psi + km(\bar{V}_r - \bar{V}_\tau) \text{rot}\bar{u} + \\ + 0.25E^2 d^2 \varepsilon_0 \left(1 + 2 \frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+1} \right) + 2m(\bar{V}\bar{\omega}). \end{aligned} \quad (10.44)$$

Зважаючи на те, що відцентрова сила $\bar{F}_V$ перевищує силу тяжіння в десятки разів, а також малі величини сил Магнуса і Коріоліса, для спрощення розрахунків їх можна не брати до уваги, порівнюючи з іншими складовими. Крім того, враховуємо, що швидкість повітря в радіальному напрямку прийнята відсутньою, оскільки рух середовища в циклоні відбувається за законом обертання твердого тіла, тобто існує тангенціальна швидкість середовища:

$$\bar{V}_\tau = R\bar{\omega}, \quad (10.45)$$

де ω – кутова швидкість обертання потоку.

Отже, з рівняння (10.44) наближено матимемо:

$$\rho_r \frac{d\bar{V}_r}{dt} = [\rho_r - \rho_n] \left(\frac{\bar{V}_r^2}{r} \right) - \frac{18\mu\bar{V}_r}{d^2} \psi. \quad (10.46)$$

Враховуючи, що $\rho_r \gg \rho_n$, співвідношення (10.45) та кінетичну залежність $V_r = \frac{dr}{dt}$, рівняння (10.46) можна записати у такому вигляді:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + \tau^{-1} \frac{dR}{dt} - \omega^2 R = F_e, \quad (10.47)$$

де $\tau = \frac{d^2 \rho}{18\mu}$ – час релаксації.

Розв'язок неоднорідного диференціального рівняння (10.47) має вигляд:

$$R(t) = C_1 e^{\gamma_1 t} + C_2 e^{\gamma_2 t} + \frac{F_e}{\omega^2}, \quad (10.48)$$

де $\gamma_1, \gamma_2 = -\frac{1}{2\tau} \pm \frac{1}{2\tau} \sqrt{1 + 4\omega^2 \tau^2}$ – корені характеристичного рівняння.

Якщо припустити, що $\omega^2 \tau$ є малою величиною, то, розкладаючи радикал у степеневий ряд і обмежуючись першими двома членами ряду, матимемо:

$$\gamma_1 = \omega^2 \tau; \quad \gamma_2 = -\omega^2 \tau - \tau^{-1}. \quad (10.49)$$

Сталі інтегрування визначаються з початкових умов: $t = 0; R = R_0; \frac{dR}{dt} = 0$.

Із цих умов отримаємо:

$$\begin{aligned} C_1 + C_2 &= R_0 - \frac{F_e}{\omega^2}; \quad \frac{F_e}{\omega^2} = D; \\ C_1 \gamma_1 + C_2 \gamma_2 &= 0; \quad C_1 = -\gamma_2 \frac{R_0 \omega^2 - F_e}{\omega^2 (\gamma_1 - \gamma_2)}; \quad C_2 = \gamma_1 \frac{R_0 \omega^2 - F_e}{\omega^2 (\gamma_1 - \gamma_2)}; \\ R(t) &= \frac{R_0 \omega^2 - F_e}{\omega^2 (\gamma_1 - \gamma_2)} (\gamma_1 e^{\gamma_2 t} - \gamma_2 e^{\gamma_1 t}) + \frac{F_e}{\omega^2}. \end{aligned} \quad (10.50)$$

Для достатньо легких або малих частинок $\omega^2 \tau \ll 1$, тоді $C_1 = K_0$; $C_2 = 0$, а рівняння (10.50) набуває вигляду:

$$R(t) = K_0 e^{\tau \omega^2 t} + \frac{F_e}{\omega^2}, \quad (10.51)$$

де $K_0 = \frac{R_0 \omega^2 - F_e}{\omega^2}$.

Отримані рівняння (10.50) і (10.51) визначають переміщення частинки за часом у радіальному напрямку. Для визначення проєкції траєкторії руху у вертикальному напрямку під дією осьової складової швидкості повітря u_z можна скористатися кінематичним рівнянням:

$$\frac{dz}{dt} = u_z(R), \quad (10.52)$$

де $u_z(R)$ – розподіл осьової складової швидкості повітря за радіусом.

Для визначення розподілу осьових швидкостей у закрученому потоці циліндричного корпусу циклона з тангенціальним впуском запиленого потоку скористуємось емпіричною залежністю:

$$\frac{u(R)}{u_{cp}} = 0.4 + 1.6 \left(\frac{R}{R_c} \right) - 0.8 \left(\frac{R}{R_c} \right)^2, \quad (10.53)$$

де u_{cp} – середня осьова швидкість у перетині циліндра;

R_c – радіус корпусу циклона.

Рівняння (10.53) з похибкою до 6 % можна апроксимувати лінійною залежністю:

$$u(R) = a + bR, \quad (10.54)$$

де $a = 0.47 \frac{u_{cp}}{R_c}$; $b = 1.5 \frac{u_{cp}}{R_c}$.

Враховуючи (10.54), запишемо рівняння (10.52) у вигляді:

$$\frac{dz}{dt} = a + bR(t) \quad (10.55)$$

або з урахуванням часової залежності $R(t)$:

$$dz = \left(a + b \frac{F_e}{\omega^2}\right) dt + bK_0 e^{\tau\omega^2 t} dt. \quad (10.56)$$

Інтегруючи рівняння за нульових початкових умов, матимемо:

$$z(t) = At - \frac{bK_0}{\tau\omega^2} e^{\tau\omega^2 t} (1 - e^{\tau\omega^2 t}), \quad (10.57)$$

де $A = \left(a + b \frac{F_e}{\omega^2}\right)$.

Використавши залежність $R(t)$ із рівняння (10.48), зміну осьової координати частинки в часі отримаємо у вигляді:

$$z(t) = At - \frac{bC_1}{\gamma_1} (1 - e^{\gamma_1 t}) - \frac{bC_2}{\gamma_2} (1 - e^{\gamma_2 t}). \quad (10.58)$$

Маючи залежності $R(t)$ і $z(t)$ з рівнянь (10.48) і (10.58), можна отримати графічні залежності траєкторії руху частинки в координатах rOz .

Траєкторії руху частинки в повітряному потоці, який обертається навколо осі, з певним наближенням можна визначити (за умови $\omega = \text{const} = \omega_c$) $\frac{dR}{dt} = \omega \frac{dR}{d\varphi}$, оскільки зміна кута пропорційна часу руху:

$$R(\varphi) = \frac{R_0\omega^2 - F_e}{\omega^2(\gamma_1 - \gamma_2)} (\gamma_1 e^{\gamma_2 \varphi \omega} - \gamma_2 e^{\gamma_1 \varphi \omega}) + \frac{F_e}{\omega^2}. \quad (10.59)$$

Як приклад спрощеного розрахунку, на рисунках 10.7 і 10.8 наведено траєкторії руху частинок у циклоні за наявності дії електростатичного поля та без нього.

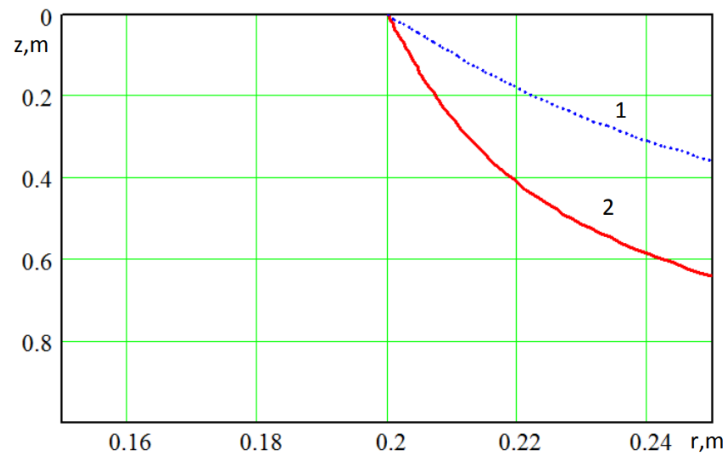


Рис. 10.7. Траєкторії руху зернівки в продольному перетині циклона:
1 – за дії електричного поля; 2 – без електричного поля

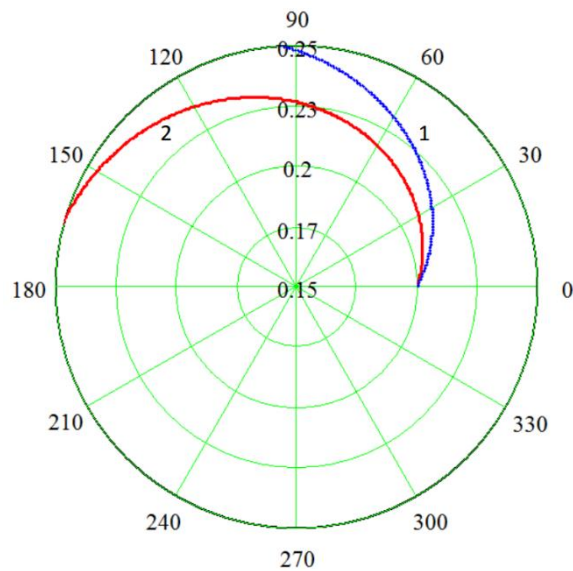


Рис. 10.8. Траєкторії руху зернівки в поперечному перетині циклона:
1 – за дії електричного поля; 2 – без електричного поля

Для більш точних розрахунків у визначенні ефективності пиловловлювання електроциклонних апаратів прямої схеми сепарації пилу криволінійну течію можна розглядати як частинний випадок обертання потоку, коли рух відбувається концентричними колами і частинки повітря не обертаються (потік потенціальний), тоді розподіл швидкостей визначається законом площин:

$$\omega R = k = \text{const.} \quad (10.60)$$

У цьому разі система диференціальних рівнянь, які описують рух частинки в циліндричному корпусі прямого електроциклона в полярних координатах, буде мати вигляд:

$$\frac{d^2 R}{dt^2} + \tau^{-1} \frac{dR}{dt} - R \left(\frac{d\varphi}{dt} \right)^2 = \frac{F_e}{m_r}; \quad (10.61)$$

$$\frac{d^2 \varphi}{dt^2} + \tau^{-1} \frac{d\varphi}{dt} + \frac{2}{R} \frac{dR}{dt} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{k}{R^2 \tau} = \frac{F_e}{m_r}; \quad (10.62)$$

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \tau^{-1} \frac{dz}{dt} = \tau^{-1} u_z(R), \quad (10.63)$$

де $m_r = \pi \rho_r \frac{d^3}{6}$ – маса зернівки діаметром d .

Враховуючи, що частинка пилу в осьовому напрямку рухається під дією і зі швидкістю потоку повітря, замість рівняння (10.63) можна використовувати рівняння (10.52).

Розв'язок системи рівнянь (10.61)–(10.63) у комп'ютерному середовищі MathCad дозволяє визначити траєкторії руху частинок пилу різного розміру за різних режимних параметрів роботи електроциклона (витрати запиленого потоку, напруженість електростатичного поля та ін.).

Отримані математичні залежності дозволяють визначити оптимальні геометричні параметри електроциклона, раціональні режими його роботи і напрями підвищення ефективності відцентрового пилоочищення в електричному полі.

Використання електростатичного поля в прямоточних циклонах дозволяє керувати процесом сепарації пилу без зміни гідродинамічного режиму роботи циклона. Застосування закручення повітряно-пилового потоку в електрофільтрах із трубчастими електродами дає змогу підвищити їхню ефективність.

Список використаних джерел

1. Абдуєв М. М. Обґрунтування параметрів сепаратора з нахиленим повітряним каналом для розділення зернових сумішей. *Х.*, 2000. Т. 7. С. 126–132.
2. Абдуєв М. М. Обґрунтування параметрів сепаратора з нахиленим повітряним каналом для розділення зернових сумішей : автореф. дис. ... д-ра с.-г. наук. Харків, 2007. 21 с.
3. Абдуєв М. М., Манчинський Ю. О. Теоретичне визначення доцільності області параметрів повітряного ворохоочисника. *Наукові праці НАУ*. Київ, 2000. № 7. С. 127–132.
4. Авдеев Н. Е. Центробежные сепараторы для зерна. М. : Колос, 1975. 149 с.
5. Адамчук В. В. Теория центробежных рабочих органов машин для внесения минеральных удобрений : монографія. К. : Аграрна наука, 2010. 178 с.
6. Адамчук В. В. Теоретичне дослідження руху частинки технологічного матеріалу в повітряному середовищі в умовах вітру і супроводжувального повітряного струменя. *Промислова гідравліка і пневматика*. 2005. № 1 (7). С. 47–52.
7. Адамчук В. В., Косик П. О. Дослідження розсіювання твердих мінеральних добрив в умовах вітру. *Конструювання, експлуатація та виробництво сільськогосподарських машин*. 2012. Вип. 42. Ч. 1. С. 3–7.
8. Адамчук В. В. Теоретичне дослідження руху мінеральних добрив по тукоспрямовувачу. *Сільськогосподарські машини*. Луцьк : ЛДТУ, 2002. Вип. 10. С. 3–7.
9. Адамчук В. В., Прилуцкий А. Н. Теоретические исследования влияния колебательного движения решет на эффективность сепарирования зерновых смесей. *Механизация и электрификация сельского хозяйства*. 2018. № 8 (107). С. 28–34.

10. Алешкин А. В. Оптимизация параметров процесса сепарирования зернового вороха замкнутой воздушной системой пневмокласификатора : автореф. дис. ... канд. техн. наук, Ленинград-Пушкин : ЛСХИ, 1991. 20 с.
11. Алієв Е. Б. Фізико-математичні моделі процесів прецизійної сепарації насіннєвого матеріалу соняшника : монографія. Запоріжжя : «Статус», 2019. 196 с.
12. Алієв Е. Б., Яропуд В. М. Фізико-математичний апарат руху насіння в повітряному потоці. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. Вінниця, 2017. №2(97). с. 19-23.
13. Алієв Е. Б. Результати чисельного моделювання механіко-технологічного процесу переміщення насіннєвого матеріалу олійних культур під дією повітряного потоку. *Вісник Житомирського національного агроекологічного університету*. 2017. №1(53). Т.1. с. 173-180.
14. Аристов С. А. Повышение эффективности работы пневмоинерционных сепараторов зернового вороха. Челябинск. 1987. 17 с.
15. Бабаяни О. В. Сепараторы САД – надежный помощник для получения высококачественных и здоровых семян. *Новини агротехніки*. 2009. №1. с. 32-33.
16. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев : Наукова думка, 1972. 175 с.
17. Бакум М. В. Теоретичний аналіз руху частинок в плоскому нахиленому каналі пневматичних сепараторів. *Вісник ХНТУСГ*. Харків. 2009. №88. с.19-26.
18. Бабуха Г. Л., Рабинович М.И. Механика и теплообмен потоков полидисперсной газозвеси. К. : Наукова думка. 1969. 220 с.

19. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие частиц полидисперсного материала в двухфазных потоках. К. : Наукова думка, 1972. 173 с.
20. Барский М. Д., Ревнивцев В. И., Соколкин Ю. В. Гравитационная класификация зернистых материалов. М. : Недра. 1974. 189 с.
21. Барский М. Д. Фракционирование порошков. М. : Недра, 1980. 327 с.
22. Батлук В. А., Басов М. В., Климец В. В. Математичне моделювання процесів, які відбуваються в пиловловлювачі з жалюзійним відокремлювачем, який обертається. *Промислова гідравліка і пневматика*. 2018. №4(38). С.3-7.
23. Белоусов А. В. Теоретические основы газоочистки. М. : Металургия. 1988. 286 с.
24. Блехман И. И., Хайман В. Я. О теории вибрационного разделения сыпучих смесей. *Известия АН СССР.Механика*. 1965. №5. С. 22-30.
25. Блехман И. И., Гортинский В. В., Птушкина Г. Е. Движение частицы в колеблющейся среде при наличии сил сопротивления типа сухого трения. *Известия АН СССР. Механика и машиностроение*. 1963. №4. С. 30-37.
26. Богатирьев Д. В. Обґрунтування параметрів пневмоімпульсної машини для сепарації насіння за густиною : дис. ... канд. техн. наук : 05.05.11. Кіровоград, 2005. 176 с.
27. Богомоллов А. В. Учет вращения частицы зерновой смеси при движении ее в воздушном потоке. *Вісник ХДТУСГ*. Харків. 2002. Вып. 9. С. 5-14.
28. Богомоллов А. В. Сепарация трудноразделимых смесей с использованием эффекта Магнуса. *Вісник ХДТУСГ*. Харків, 2003. Вип. 22. С. 5-21.
29. Богомоллов А. В., Сахаревич В. Д., Денисенко С. А., Ильин В. И. Сепарация зерновых смесей на очистительных сепараторах с

использованием эффекта Магнуса. *Вісник ХДТУСГ*. Харків, 2004. Вип. 28. Т.1. С.5-10.

30. Богомоллов О. В. Наукове обґрунтування енергозберігаючих процесів та обладнання для сепарації сипких сумішей. : автореф. дис. ... доктора техн. наук. Харків. 2007.

31. Бородай В. Н. Очистка зерна броском в воздушную среду. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Одесса. 1964. 17 с.

32. Борщ Ю. П. Обґрунтування параметрів процесу і розробка пневмосепарувального каналу зернових сепараторів. : дис. ... канд. техн. наук. Харків. 2019. 166 с.

33. Бредихин В. В. Обоснование параметров процесса вибропневматического разделения семенных смесей по плотности семян. дис. ... канд.техн.наук. Харьков. 2003. 246 с.

34. Бурков А. И. Повышение эффективности функционирования пневмосистем зерно- и семяочистительных машин совершенствование механико-технологического процесса и основных рабочих органов. : дис. ... докт. техн. наук: 05.20.01. Киров, 1993. 500 с.

35. Бурков А. М., Сычуглов М. П. Зерноочистительные машины. Конструирование, исследование, расчет и испытание. Киров : НИИСХ Северо-Востока. 2000. 258 с.

36. Введение в земледельческую механику. / під ред. Погорілого. Л. В, Василенко В. П.. К. : Сільгоспосвіта. 1996 г. 252 с.

37. Василенко П. М. Об уравнениях транспортировки частиц в сопротивляющихся средах. *Доклады ВАСХНИЛ*, №4, 1970. с. 44-46.

38. Василенко П. М. Теория движения частицы по шероховатым поверхностям сельскохозяйственных машин. К. : УАСХН, 1960 .

39. Вожик Ю. Г. Анализ работы тукоразбрасывающих аппаратов. *Механизация и электрификация сельского хозяйства*. Киев : Урожай. 1976. Вип. 37. С. 11-17.

40. Вожик Ю. Г. Результати досліджень процесу підготовки твердих мінеральних добрив до внесення. *Механизация и электрификация сельского хозяйства*. Глеваха. 2001. Вип. 85. С. 99-102.

41. Воротников Б. И. Исследование и разработка центробежно-пневматического сепаратора зерновых смесей. «*Земледельческая механика*». 1971. Т. XIII. с. 70-78.

42. Гармаш Н. Г. Основы теории двухфазных потоков в рабочих процессах сельскохозяйственных машин. : автореф. дис. ... докт. тех. наук. Волгоград : ВСХИ. 1967. 53 с.

43. Гиевский А. М. Повышение эффективности работы универсальных воздушно-решетных зерноочистительных машин: автореф. дис. ... докт. техн. наук : 05.20.01. Воронеж, 2016. 40 с.

44. Гиевский А. М. Солодкин Е.Е. Аэродинамические характеристики начального участка трубы кольцевого сечения при турбулентном течении в пограничном слое. *Промышленная аэродинамика*. 1959. №12. С. 155-167.

45. Гималов Х. Х. К вопросу изучения длительности сепарации на эффективность разделения зернового материала воздушным потоком. *Труды Челябинского института мехин. электрифик. с-х*. 1980. Вип. 164. С. 73–77.

46. Гончаров Е. С. О характере движения материальной частицы в подвижной воздушной среде. *Механизация и электрификация сельского хозяйства*. Киев : Урожай, 1966. Вип.2. С. 122–132.

47. Гончаров Е. С. Резерви удосконалення пневматичної сепарації зернових матеріалів *Механізація та електрифікація сільського господарства*. К. : Урожай, 1971. Вип.18. С. 30–37.

48. Гончаров Е. С. Механико-технологическое обоснование и разработка универсальных виброцентробежных зерновых сепараторов : автореф. дис. ... докт. техн. наук. М. 1986. 34 с.

49. Гончаров Е. С., Малюта С. И. Механико-математическая модель движения частиц семенной смеси по поверхности ротора пневмовибрационного сепаратора. *Механизация и электрификация с.-х.* Киев. 1986. Вып. 64. С.24-29.

50. Гортинский В. В., Демский А. Б., Борискин М. А. Процессы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Колос, 1980. 304 с.

51. Гортинский В. В., Демский А. Б., Борискин М. А. Вопросы сепарирования на зерноперерабатывающих предприятиях. М. : Колос. 1980 265 с.

52. Обґрунтування параметрів повітряно-гравітаційного сепаратора для попереднього очищення вороху Гросул Л. Г. та ін. *Наукові праці Одеської національної академії харчових виробництв.* 2009. Вип. 36 т.1 С.264-268.

53. Демский А. Б. Пневматическое сепарирование на зерноперерабатывающих предприятиях. М. : УНИТЭИ. 1972. 59 с.

54. Дерев'янюк Д. А. Механіко-технологічне обґрунтування процесів зниження травмування насіння зернових культур технічними засобами : автореф. дис. ... докт. техн. наук : 05.05.11. Тернопіль, 2018. 47 с.

55. Дерев'янюк Д. А. Обґрунтування та теоретичні розрахунки руху зернівок вздовж лопаток похилих секторів відцентрового сепаратора. *Збірник наук. праць Укр НДПІВТ ім. Л. Погорілого.* 2014. Вип. 18. С.285-293.

56. Двухфазные моно- и полидисперсные течения газа с частицами / под ред.. Стернина Л. С. М. : Машиностроение. 1980. 172 с.

57. Дринча В. М. Исследование сепарации семян и разработка машинных технологий их подготовки. Воронеж : Из-во НПО МОДЭК, 2006 384 с.

58. Дринча В. М., Суконкин Л. М. Исследование вибропневмосепараторов с прямоточной декой. *Техника в сельском хозяйстве*. 1997. №8. С.13-15.
59. Дринча В. М., Ямпиров С. С. Двухканальной пневмоинерционный ворохоочиститель. *Механизация и электрификация с-х*. 1998. №10/11. С. 7-10.
60. Дулаев В. Г., Яцевич Г. В., Гортинский В. В. Анализ вибрационного и вибропневматического разделения зерновок пшеницы различной плотности и стекловидности. *Труды ВНИИЗ*. Вып.107. 1986. С.84-91.
61. Єрмак В. П. Обґрунтування способу сепарування насіння соняшника у повітряних потоках. : дис. ... канд. техн. наук. Луганськ. 2003. 166 с.
62. Єрмак В. П. Визначення кількості насіння, яке в результаті дії сили Жуковського та розщеплення вертикальної траєкторії, потрапить до бічних стінок вертикального каналу сепаратора. *Сб. наук. праць Луганського національного аграрного університету*. Луганськ. 2007 №76(99) С. 139–145.
63. Єрмак В. П. Концепція аеродинамічної сепарації насіння сільськогосподарських культур та засоби їх реалізації. : автореф. дис. ... докт. техн. наук. Тернопіль. 2009. 39 с.
64. Ермолаев С. Д. Обоснование принципа рациональной организации процесса гравитационной сепарации. *Труды Челябинского института механизации и электрификации сельского хозяйства (ЧИМЭСХ)*. Челябинск 1976 Вип. 117. С. 33–39.
65. Жуковский Н. Е. Теоретическая механика. М.Л., 1950. 812 с.
66. Заїка П. М. Теорія сільськогосподарських машин., Т. 3, ч. 7. Очистка і сортування насіння. Харків : Око. 2006. 407 с.

67. Заїка П. М. Избрание задачи земледельческой механики. Движение обрабатываемого материала в сопротивляющейся среде. Харьков. : ХИМЭСХ. 1991. 62 с.

68. Заїка П. М. Свободное движение материальной точки в спокойной изотропной газообразной среде / П.М. Заика, В.И Мельник, А.И. Аникеев . Весник Харьковского государственного технического университета (ХПИ). Динамика и прочность машин. 2001. Вып. 25. С. 153-164.

69. Зверев Н. И., Ушаков С. Г. О движении твердой частицы в потенциальном вращающемся потоке. *Инженерно-физический журнал*. 1968 т. XIV №1 С. 90 – 93.

70. Зевелев Б. В., Цыбулевский Ю. Г. О влиянии распределения скоростей воздушного потока на эффективность процесса сепарирования зерновых смесей на пневмостоле. *Труды ВНИИЗ*, 1974. Т.6. С. 14-26.

71. Злочевский В. Л. Расчет и конструирования воздушных сепараторов (Уч. пос.) Барнаул. : Алтайский политехнический ин-тут. 1981. 90 с.

72. Злочевский В. Л., Терехова О. Н. Повешение технологической эффективности пневмофракционирование зерновых масс. *Хранение и переработка зерна*. 2004. №5(59). с. 38–40.

73. Злочевский В. Л. Интенсификация процесса аэродинамического разделения зерновых материалов. : автореф. дис. ... доктора техн. наук. Новосибирск : СНИИМЭСХ. 1986– 33с.

74. Злочевский В. Л. Пневмосепарация зерновых материалов и продуктов их размола. сб. *Современие проблемы техники, технологии, хранения и переработки зерна*. Барнаул : Алтайский государственной технический университет. 2000. с. 12–14.

75. Зуев Ф. Г. Пневматическое транспортирование на зерноперерабатывающих предприятиях. М. : Колос. 1979. 344 с.

76. Ільченко А. А. Обґрунтування конструктивно-технологічних параметрів аеродинамічного сепаратора насіння баштових культур : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Кіровоград. 2014. 20 с.
77. Идельчик И. Е. Аэродинамика технологических сепараторов. М. : Машиностроение. 1983. 35 с.
78. Идельчик И. Е. Справочник по аэродинамическим сопротивлениям. М. : Машиностроение. 1992. 672 с.
79. Идельчик И. Е. Аэродинамика промышленных аппаратов М., Л. : Энергия. 1964. 287 с.
80. Ицексон З. Х. Исследование пневмосепарационного процесса в вертикальных каналах с целью повешения его эффективности при очистке и сортирование семян. Омск : ОСХИ. 1974. 32 с.
81. Кайзер Ф. Зигзагообразный сепаратор-воздушный сепаратор нового типа. *Труды Европейского совещания по измельчению*. М. : Из-во литературы по строительству. 1966. С. 552-567.
82. Теоретичне дослідження розділення дрібнонасінневих сумішей в пневмоелектричному каналі /С. Й. Ковалишин та ін. *Вісник Львівського національного аграрного університету*. 2014 № 18. С. 86-95.
83. Колодій О. С. Обґрунтування конструктивно-технологічних параметрів пневмогравітаційного сепаратора насіння соняшника. : автореф. ... дис. ... канд. техн. наук. Мелітополь. 2015. 23 с.
84. Колодій А. С., Кюрчев С. В. Математическое описание поведения зерновок подсолнуха в воздушном потоке разделительных установок. *Motrol. Lublin-Rzeszow*. 2015. Vol.17 № 9p. 9-13.
85. Косенко Н. А. Очистка вентиляционных выбросов в вихревых прямооточных аппаратах. : дис. ... канд. техн. наук. Харьков. 2004. 199 с.
86. Косилов Н. И. Интенсификация сепарирования зернового вороха. : автореф. дис. ... докт. техн. наук. Челябинск 1989. 43с.
87. Косилов Н. И., Аристов С. А. Влияние скорости воздушного потока, скорости угла вбрасывание на характер движения компонентов

зерносоломистого вороха. *Труды Челябинского института механизации и электрификации сельского хозяйства (ЧИМЭСХ)*. Челябинск. 1979. Вып. 151. с. 40-44.

88. Моделювання технологічних процесів в типових об'єктах післязбиральної обробки і зберігання зерна (сепарація, сушіння, активне вентильовання, охолодження). Монографія / Б. І. Котов та ін. Ніжин : Лисенко М. М. 2017. 552 с.

89. Котов Б. І., Степаненко С. П., Калініченко Р. А. Концептуальні основи створення технічних засобів первинної обробки зерна в умовах господарств *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник*. Вип. 47. ч.1. Кропивницький : ЦНТУ, 2017. С. 105-114.

90. Котов Б. І., Степаненко С. П., Пастушенко М. Г. Тенденції розвитку конструкції машин та обладнання для очищення і сортування зерноматеріалів. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин*. Кіровоград. 2003. Вип. 33. с. 53-59.

91. Котов Б. І., Степаненко С. П., Швидя В. О. Перспективи розвитку машин та обладнання для пневмовідцентрової сепарації. *Техніко-технологічні аспекти розвитку та випробування техніки і технологій для сільського господарства України. Зб. наук. Праць Дослідницьке*. 2006. Вип. 9 (23) кн. 1. С. 239-246.

92. Котов Б. І. Вібропневматичне розділення насінневих сумішей. *Вісник аграрної науки*. 2004. № 5. С. 55-58.

93. До теорії розділення зерна в повітряному потоці. / Б. І. Котов, Степаненко С. П., Швидя В. О., Коваль Ю. Г.. *Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин*. Вип. 39. Кіровоград : КНТУ, 2009. С. 54-62.

94. До питання пневмогравітаційної сепарації зернових матеріалів. / Б. І. Котов та ін. Техніка, енергетика, транспорт АПК. 2017 № 4 (99) с. 51-55.

95. Котов Б. І., Степаненко С. П., Попадюк І. С. Підвищення ефективності сепарації зернових сумішей використанням протитечіної подачі матеріалу в горизонтальний повітряний потік. *Техніка, енергетика, транспорт АПК*. 2016. Вип. 3. С. 121-125.

96. Котов Б. І., Степаненко С. П. Основні теоретичні положення сепарації зернового матеріалу в повітряних каналах з нерівномірною швидкістю повітряного потоку . *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. Загальнодержавний міжвідомчий науково-технічний збірник*. Вип. 50. – Кропивницький : ЦНТУ, 2020. – С. 122-133. DOI:<https://doi.org/10.32515/2414-3820.2020.50.122-133>

97. Котов Б. І., Степаненко С. П. Закономірності руху частинок в пневмоінерційному сепараторі при змінній швидкості горизонтального повітряного потоку. *Сільськогосподарські машини. Зб. наук. праць Луцького національного технічного університету*. Луцьк. 2016 Вип. 35 с. 40-45.

98. Котов Б. І. Степаненко С. П. Дослідження впливу пульсуючого повітряного потоку на переміщення зерна у віброзрідженому шарі зерносомомистого вороху. *Механізація та електрифікація сільського господарства*. Глеваха. 2016. Вип. 4 (103). С. 33-46.

99. Котов Б. І., Степаненко С. П., Швидя В. О Аналітичні дослідження раціональної подачі зернової суміші в аспіраційний канал пневмовідцентрових сепараторів. *Вісник ХНТУСГ*. Харків 2010. 103 С. 55-61.

100. Котов Б. І., Степаненко С. П., Швидя В. О., Коваль Ю. Г. До теорії розділення зерна в повітряному потоці. *Загальнодержавний*

міжвідомчий науково-технічний збірник. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин. 2009. Вип. 39. С. 54-62.

101. Котов Б. І., Степаненко С. П., Швидя В. О. Результати експериментальних досліджень пневмосепарації зерна у пневмовідцентровому сепараторі з удосконаленим експериментальним диском *Збірник наукових праць Кіровоградського національного технічного університету. Техніка в сільськогосподарському виробництві, галузеве машинобудування, автоматизація. Вип. 23. Кіровоград : КНТУ, 2010. С.250-256.*

102. Котов Б. І., Спірін А. В., Зозуляк О. В. Моделювання та ідентифікація процесу сепарації дрібного вороху вібраційно-повітряними очистками зернозбирального комбайну. *Техніка, енергетика, транспорт АПК. Вінниця. 2016. №4(98). С. 10-14.*

103. Моделювання процесу фракціонування зерна в пневматичних каналах при накладеному електричному полі. Котов Б. І. та ін. *Всеукраїнський науково-технічний журнал «Промислова гідравліка і пневматика». Вінниця : ВНАУ. 2018. № 2 (60). С. 65-73.*

104. Підвищення ефективності фракціонування насіннєвих матеріалів за комплексом аеродинамічних і електричних властивостей / Котов Б. І., Панцир Ю. І., Герасимчук І. Д., Степаненко С. П. *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України. Серія: "Енергетика та автоматика". К. №5. 2018 р. С. 82-90.*

105. Котов Б. І., Степаненко С. П., Грищенко О. В. Аналіз процесу знепилення повітряних потоків в прямоточному циклоні з поперечно-поточною зоною сепарації. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка, «Проблеми надійності машин». Випуск 205. Харків: ХНТУСГ. 2019. С. 116-124.*

106. Котов Б. І., Степаненко С. П., Калініченко Р. А. Моделювання процесу очистки повітряних потоків зерносепараторів в прямоточних

циклонах. *Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім. Петра Василенка*, «Проблеми надійності машин». Випуск 205. Харків : ХНТУСГ. 2019. С. 142-154.

107. Котов Б. І. Ідентифікація параметрів сипкого середовища у віброзрідженому стані за експериментальними даними. *Збірник наукових праць Національного аграрного університету*. Київ. 2003. Т.ХV. С. 161-164.

108. Котов Б. І., Степаненко С. П. Основні концептуальні положення пневматичного фракціонування зернових матеріалів. *Механізація та електрифікація сільського господарства*. Глеваха. 2017. Вип. 6 (105) с. 132–142.

109. Кошулько В. С. Тенденция развития технологий и технических средств для сепарации зерновых материалов. *Хранение и переработка зерновых*. 2014. №2(179) С. 22 – 24.

110. Кочергина Н. Н. Исследование процесса очистки газа от пыли в циклонах. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Львов. 1987. 20 с.

111. Крекот М. М. Обґрунтування параметрів процесу і розробка пневматичного сепаратора насіння овочевих культур. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Харків. : ХНТУСГ. 2015. 20 с.

112. Куц В. П. Науково-практичні основи створення вискоєфективного пилоочисного обладнання комбінованої дії. : автореф. дис. ... доктора техн. наук. Львів. : ЛПІ. 2015. 20 с.

113. Балістика крапель які випаровуються при польоті. / Кучеренко С. І., Ольшанський В. П., Ольшанський С. В., Тищенко Л. М. Харків : ХНТУСГ. 2007. 304 с.

114. Кушелевский В. Г., Глявин В. А., Полтавец Л. М. Машины и аппараты по обеспиванию и классификации измельченного продукта в воздушном потоке. М. : ЦНИИТЭИ Пищепрома. 1971. 56 с.

115. Лещенко С. М. Обґрунтування параметрів пневмосепаруючої системи інерційного прямооточного сепаратора зерна. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Кіровоград. : КНТУ. 2010 20 с.
116. Ляпцев С. А., Потапов В. Я. Математическое описание поведения рудных частиц в воздушном потоке разделительных аппаратов. *Современные проблемы науки и образование*. 2012 №1 с. 1–6.
117. Лойсянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М. : ГИФМЛ. 1978. 787 с.
118. Малис А. Я., Демидов А. Р. Машины для очистки зерна воздушным потоком. М. : Машгиз. 1962.
119. Мартинов С. В., Мартинов Ю.В., Юрченко В.Н.. О сепарации частиц в прямооточном гидроциклоне. 1991. 34 с. (Препринт №493. М. : Институт проблем механики АН СССР)
120. Матвеев А. С. О движении частиц зерновых материалов в пневмосепарирующем канале. *Доклады ВАСХНИХ*. Москва. 1972. №5
121. Матвеев А. С. К выбору формы сечения пневмовепарирующего канала. *Тракторы и сельхозмашины*. 1971 №9 – с. 26 – 28.
122. Матвеев А. С. Исследование параметров пневмокласификатора семенного-материала. *Механизация и электрификация социалистического сельского хозяйства*. 1964. № 1. С. 55–56.
123. Матвеев В. Н., Кирсанов Е. А. Вязкость и структура дисперсных систем *Вестник МГУ*. М. 2011. Т.52. №4. С.243-273.
124. Мизонов В. Е., Ушаков С. Г. Аэродинамическая классификация порошков. М. : Химия. 1989. 160 с.
125. Миронов А. В. Повышение качества разделения зернового вороха пневмоинерционным сепаратором за счет совершенствования структуры воздушного потока. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Челябинск : ЧИМЭСХ. 1994. 16 с.

126. Моделювання технологічних процесів в типових об'єктах післязбиральної обробки і зберігання зерна (сепарація, сушіння, активне вентилявання, охолодження) : Монографія / Б. І. Котов, Р. А. Калініченко, С. П. Степаненко, В. О. Швидя, В. О. Лісецький. Ніжин : Видавець ПП Лисенко М. М., 2017. 552 с.

127. Мякин В. Н., Шалдаев Б. П., Крапивин Ю. А. Изучения возможности сортирование семян пшеницы в воздушном потоке. *Сб. научных трудов Саратовского сельскохозяйственного института*. 1975 Вип.49 – С. 126–129.

128. Назаров С. И. Теоретическое исследование центробежных аппаратов для внесения удобрений. *Вопросы с-х механики*. Минск. 1967. Т.XVII (17). С. 44-81.

129. Нелюбов А. И., Ветров Е. Ф. Пневматические системы сельскохозяйственных машин. Машиностроение. 1967. 190 с.

130. Нестеренко О. В. Обґрунтування параметрів пневмосепаруючого каналу з багаторівневим введенням зернового матеріалу. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Кропивницький. 2017. – 21 с.

131. Дослідження безконтактного руху легких домішок у вертикальному пневмосепаруючому каналі. / Нестеренко О. В., Петренко Д. І., Лещенко С. М., Васильковський О. М. *Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин*. Кіровоград : КНТУ. 2016 Вип 46 с.271 –279 с.

132. Нилов В. П. Анализ движения компонентов мелкого зернового вороха в воздушном потоке. *Труды Челябинского института механизации и электрификации сельского хозяйства*. Челябинск : ЧИМЭСХ. 1981. Вип 168 с. 56.

133. Ольшанский В. П., Ольшанский С. В. О траектории полета вращающейся сферической частицы. *Вісник ХНТУСГ*. Харків. 2009. Вип. 88. С. 54–61.

134. Ольшанский В. П. Оботражении падающих семян стационарным восходящим потоком воздуха. *Вісник ХНТУСГ ім П. Василенка*. Харків. 2007. Вип. 58. С. 37–43.

135. Ольшанский В. П., Ольшанский С. В. Неравенства для оценки параметров траектории полета частицы в газовой среде. *Вісник Харків. нац. техн. ун-ту сіл. госп-ва ім. П. Василенка : Сучасні напрямки технології та механізації процесів перероб. і харч. вир-в*. Харків, 2012. Вип. 131. С. 27-32.

136. Павленко А. М., Чейлытко А. А. Особенности гидродинамики дисперсного потока в вихревых камерах. Днепродзержинск : ДГТУ. 2010. 101 с.

137. Паламарчук І., Кюрчев С., Верхоланцева В., Колодій О. Математичне моделювання віброаспіраційного сепарування насінневого матеріалу. *Вісник Львівського національного аграрного університету. Агроінженерні дослідження*. 2018. № 22. С. 172-176. URL: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Vlnau_agr_2018_22_23

138. Паламарчук І. П., Кюрчев С. В., Кюрчева Л. М., Верхоланцева В. О. Обґрунтування конструкції та принципу роботи віброаспіраційного сепаратора. *Праці Таврійського державного агротехнологічного університету. Серія : Технічні науки*. Мелітополь, 2018. Вип. 18, т. 2. С. 99-107. - Режим доступу: http://nbuv.gov.ua/UJRN/Ptdau_2018_18_2_8

139. Паламарчук І. П., Кюрчев С. В., Кюрчева Л. М., Верхоланцева В.О. Дослідження динаміки руху насінини при виході з живильного конуса віброаспіраційного сепаратора. *Науковий вісник Таврійського державного агротехнологічного університету*. 2018. №8, Т. 2. С. 1-8.

140. Пахмура Н. Г. Исследование класыфикации веществ воздушным потоком. : дис. ... канд. техн. наук. Донецк : ДХТИ. 1964. 128с.

141. Потякина С. Н. Исследование воздушной силы зерноочесных машин с замкнутой циркуляцией воздуха. : автореф. дис. ... канд. техн. наук Пушкин : «ЛСХИ». 1969. 23с.
142. Петренко Д. І. Обґрунтування параметрів відцентрового – пневматичного сепаратора зерна. : автореф. дис. ... канд. техн. Наук. Кіровоград 2011. 20с.
143. Петренко Н. Н., Марченко И. В, Марченко К. Н. Анализ процесса сепарации зерна на решете в среде пульсирующего воздушного потока. Конструювання, виробництво та експлуатація сільськогосподарських машин Кіровоград : КНТУ. 2003. 20с.
144. Науково-технологічні основи очисного та сушильного зернового обладнання, що працює в стані псевдозрідження: монографія / Петренко М. М. та ін. Кіровоград. 2013. 212 с
145. Півень В. В. Совершенствование технологического процесса разделения зернового вороха и обоснование параметров пневмоинерционного сепаратора. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Челябинск 1987. 87с.
146. Півень В. В. Совершенствование технологического процесса очистки зерна фракционированием зернового вороха по аэродинамическим свойствам. : автореф. дис. ... докт. техн. наук. Челябинськ : ЧГАИУ 1995. 35с.
147. Пирумов А. И. Обесиливание воздуха. М. : Стройиздат 1981. 296с.
148. Пирумов А. И. Аэродинамические основы инерционной сепарации. М. : Госстройиздат. 1961. 272с.
149. Поляков С. Н. Гидродинамика газовзвеси в вихровых аппаратах. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Москва. 1992. 16с.
150. Потураев В. Н. Вибрационно-пневматическое транспортирование сыпучих материалов К. 1989.
151. Прандль Л. Гидроаэромеханика. М. : Ин. Лит. 1951. 575 с.

152. Прилуцький А. Н. Обґрунтування пневмовихровідцентрового способу і конструкції пристрою для сепарування зернових *Сільськогосподарські машини*. Луцьк : ЛНТУ. 2012. Вип.28. с. 61-67.

153. Романов Г. И. Процесы в воздушном сепараторе с диаметральной вентилятором. : автореф. дис. ... канд.техн.наук. М. : МТИПП. 1984. 23с.

154. Рибалко Р. И. Воздушная сепарация сухих строительных материалов. Макеевка. : ДонНАСА. 2010. 120 с.

155. Сабашкин В. А. Разделения мелкосоломистого зернового вороха с предварительной пордготовкой в струйном воздушном потоке. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск : СибНИИМЭСГ. 1988. 18с.

156. Седешев М. А. Моделирование процессов пневмосепарации. *Сб. статей «Современные проблемы техники, технологий, хранения и переработки зерна»* Барнаул. : Алтайский государственный университет. 2000. с. 62-67.

157. Сергеев А. С., Шушол И. Определение эффективности сепарирования семян по плотности в вертикальном воздушном. *Сб. научных трудов МИИСП*, Вып. 1. Т.16. М. 1979. с. 72-76.

158. Скриннік І. О. Обґрунтування параметрів зерносушарки каскадного типу для обробки насіння у киплячому шарі : автореф. дис. ... канд. техн. наук : 05.05.11. Кіровоград : КНТУ, 2010. 17 с.

159. Сліпченко М. В. Обґрунтування параметрів процесу і розробка пневмосепаруючого пристрою вібровідцентрових зернових сепараторів : автореф. дис. ...канд. техн. наук : 05.05.11. Харків, 2012. 20 с.

160. Смышляев Г. К. Воздушная класификация в технологии переработки полезных ископаемых. М. : Недра. 1969. 101 с.

161. Соколовская Т. В. Математическое моделирование аэродинамических процессов в аппаратах циклонного типа. : автореф. дис. ... канд.техн.наук. Иваново. 1985. 16 с.

162. Соу С. Гидродинамика многофазных систем. М : Мир. 1971. 536 с.
163. Степаненко С. П., Швидя В. О., Попадюк І. С. Аналіз розвитку конструкцій пневмосепаруючих систем сепараторів. *Механізація та електрифікація сільського господарства: Загальнодержавний збірник.* – 2017. - Вип. №5 (104). Глеваха : ННЦ“ІМЕСГ”. 2017. С.132-142.
164. Степаненко С. П., Котов Б. І., Спірін А. В. До питання математичного опису руху вимолоченого насіння в кільцевому каналі змінного перерізу. *Механізація сільськогосподарського виробництва: Вісник ХНТУСГ ім. П. Василенка.* Харків : ХНТУСГ ім. П. Василенка, 2017. Вип. 180 С. 330-339.
165. Степаненко С. П., Котов Б. І. Пневмоінерційне фракціонування зернових матеріалів в повітряних потоках змінної структури. *"Сучасні проблеми землеробської механіки" (17–19 жовтня 2018 року)* : збірник тез доповідей XIX Міжнародної наукової конференції. МОН України, Національний університет біоресурсів і природокористування України. Київ. 2018. С.75-77.
166. Степаненко С. П., Котов Б. І. Дослідження закономірностей руху компонентів зернового матеріалу під час пневмогравітаційного фракціонування у вертикальному каналі. *Механізація та електрифікація сільського господарства* : Загальнодержавний збірник. Вип. №7 (106). Глеваха : ННЦ“ІМЕСГ”., 2018. С.82-89.
167. Степаненко С. П., Швидя В. О. Математическая модель движения зерна в коническом аспирационном канале. *Механізація та електрифікація сільського господарства* : Загальнодержавний збірник. 2015. Вип.2(101). Глеваха : ННЦ“ІМЕСГ”, 2015. С.108-115.
168. Степаненко С. П. Дослідження процесу пневматичної сепарації насіння в кільцевому зигзагоподібному сепараторі. *“Вісник Харківського національного технічного університету сільського господарства ім.*

Петра Василенка”. Випуск 75. “Механізація сільськогосподарського виробництва” : зб. наук. пр. Харків : ХНТУСГ. 2008. Т1. С. 59-65.

169. Степаненко С. П. Експериментальні дослідження процесу пневмосепарації насіння. *Науковий вісник Національного університету біоресурсів і природокористування України «Техніка та енергетика АПК»*. 2011. Вип. 166(2). С. 187-197.

170. Степаненко С. П. Математична модель вібраційного розділення зерна на вібропневмосепараторі. *Механізація та електрифікація сільського господарства* : Міжвідомчий тематичний науковий збірник. Глеваха : ННЦ“ІМЕСГ” НААН України. 2013. Вип.97. Т.1. С.366-375.

171. Степаненко С. П., Котов Б. І. Обґрунтування раціональної форми і параметрів розподільчо-направляючої поверхні живильного пристрою «Механізація та електрифікація сільського господарства» : Міжвідомчий тематичний науковий збірник. 2017. Вип. №5 (104). С.76-83.

172. Степаненко С. П. Механіко-технологічне обґрунтування процесів і обладнання безрешітного фракціонування зернових матеріалів : автореф. дис. ... д-ра техн. наук: 05.05.11. Глеваха : ННЦ «ІМЕСГ». 2021. 50 с.

173. Степанов Г. Ю, Зицер И. М. Инерционные воздухоочистители. М : Машиностроение. 1986. 184 с.

174. Стоянов Н. И. Исследование циклонных пылеуловителей с неподвижными и вращающимися устройствами. : автореф. дис. ... канд.техн.наук. Одесса : ОПИ. 1982. 242 с.

175. Страус В. С. Промышленная очистки газов. / пер. с англ. Л. : Химия. 1981. 676 с.

176. Стеничев М. Г. Исследование процесса разделения мелкого соломистого вороха встречным воздушным потоком. : автореф. дис. ... канд.техн.наук. ЧИМЭСГ 1975. 26 с.

177. Сычугов Н. П. Воздушные системы машин послеуборочной обработки зерна (технологические схемы, теория, расчет) : автореф. дис. ... докт. техн. наук. Пушкин :ЛСХИ, 1988. 36 с.
178. Тейтельбаум А. Х. Исследование процесса пневмосепарации зерновых смесей с принудительным вращением зерновок : автореферат дис. ... кандидата технических наук : 05.20.01. Барнаул, 1978. 26 с.
179. Тищенко Л. М., Бредихин В. В., Харченко С.А. Вибрацентробежное разделение смеси с учетом рифлей. *Вісник ХНТУСГ*. Харків. 2008. Вип.74. С. 12-18.
180. Тищенко Л. Н., Харченко С. А., Борщ Ю. П., Абдуев М. М. Способ повышения эффективности пневмосепарирования зерновых смесей в пневмосепарирующих устройствах. *Вісник ХНТУСГ*. Харків. 2014. Вип.48-С.150-158.
181. Тищенко Л. Н., Слипченко М. В. Уравнение динамики зерновой смеси на тарелчастом разбрасывателе виброцентробежного сепаратора. *Вібрації в техніці і технологіях*. 2012. №1. С. 123-127.
182. Туров А. К. Пневмосепарация зерна в вертикальном канале с подготовкой в струйном плоскопаралельном потоке. : авторефер. дис. ... канд. техн. наук. Новосибирск : СИБИМЭСХ. 1984. 19с.
183. Ушаков С. Г., Зверев Н. И. Инерционная сепарация пыли. М : 1974. 168с.
184. Фабрикант Н. Я. Аэродинамика. – М.-Л. : Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949. 624 с.
185. Халатов А. Л. Теория и практика закрученных потоков. К. : Наукова думка. 1988. 192 с.
186. Ханова Л. А. Совершенствование воздушных сепараторов с замкнутым циклом воздуха для крупозаводов. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. М. 1983. 26с.

187. Харченко С. О. Обґрунтування параметрів процесу очищення повітряного потоку пилоосаджувальною камерою вібровідцентрових зернових сепараторів. : дис. ... канд.техн.наук. Харків. 2007. 230 с.

188. Холин Б. Г., Ковалев И. А., Склабинский В. Н. Гидродинамика двухфазных потоков в вихревом противоточном массообменном аппарате. *Химия и химическая технология. Известия ВУЗов*. 1982. Т. XXV. №7. с. 894-897.

189. Цециновский В. М., Птушкина Г. Е. Технологическое оборудование зерноперерабатывающих предприятий. М : “Колос”. 1976. 368 с.

190. Чебанов А. Д. Обґрунтування конструктивно-технологічних параметрів пневмосепаратора рушанки рицини з пиловловлюючим пристроєм : авторефер. дис. ... канд. техн. наук. Мелітополь : ТДАУ. 2013. 20с.

191. Шалдаев Б. П. Исследование щелевого аспирационного канала для очистки и сортировки зерна : автореферат дис. ... кандидата технических наук. 05.06.01. Саратов : Сарат. ин-т механизации сельск. хоз-ва им. М. И. Калинина, 1975. 22 с.

192. Швидя В. О. Підвищення ефективності пневмовідцентрового сепаратора та обґрунтування параметрів робочих органів : автореф. дис. ... канд. техн. наук. Глеваха. 2012. 20 с.

193. Шиляев М. М., Дорохов А. П. Методы расчета и принципы компоновки пылеулавливающего оборудования. Томск : ТГУ, 1999. 240 с.

194. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. / пер. с немецкого. М. : «Наука», 1974. 711 с.

195. Шушол И. Исследование дополнительного сортирования посевного ячменя воздушным потоком. : автореф. дис. ... канд. техн. наук. МИИСП. 1979. 15с.

196. Щукин В. К., Халатов А. Л. Теплообмен, массообмен и гидродинамика закрученных потоков в оссиметричных каналах. М. : Машиностроение. 1982. 200 с.
197. Яременко Н. К. Исследование работы пневматического сортировального стола. *Труды ВИМ*. 1952. Т.17. с.27-32.
198. Bulgakov V., Nikolaenko S., Holovach I., Boris A., Kiurchev S., Ihnatiev Ye., and Olt J. Theory of motion of grain mixture particle in the process of aspiration separation. *Agronomy Research*. 2020. Vol. 18(S2), 1177-1188, <https://doi.org/10.15159/AR.20.069>.
199. Kharchenko S., Borshch Y., Kovalyshyn S., Piven M., Abduev M., Miernik A. et. al. Modeling of Aerodynamic Separation of Preliminarily Stratified Grain Mixture in Vertical Pneumatic Separation Duct. *Applied Sciences*. 2021. Vol. 11, Issue 10. 4383. doi: 10.3390/app11104383