

УДК 539.3

ДОСЛІДЖЕННЯ НАПРУЖЕНОГО СТАНУ ДИСКРЕТНО ПІДКРІПЛЕНИХ ЕЛІПСОЇДАЛЬНИХ ОРТОТРОПНИХ ОБОЛОНОК ПІД ДІЄЮ НЕСТАЦІОНАРНОГО НАВАНТАЖЕННЯ

Майбородіна Н. В., к. ф.-м. н., Герасименко В. П. (м. Ніжин, Україна)

Анотація. Представлено постановку задач про вимушені коливання підкріплених еліпсоїдальних оболонок під дією нестационарного навантаження, побудовано чисельний алгоритм, наведено аналіз результатів розрахунків.

Ключові слова: підкріплені еліпсоїдальні оболонки, геометрично нелінійна теорія, нестационарне навантаження.

Аннотация. Представлено постановку задач о вынужденных колебаниях подкрепленных эллипсоидальных оболочек под действием нестационарной нагрузки, построен численный алгоритм, приведен анализ результатов.

Ключевые слова: подкрепленная эллипсоидальная оболочка, геометрически нелинейная теория, нестационарная нагрузка.

Abstract. The statement of problems of forced vibrations of supported ellipsoidal shells under nonstationary loads is presented. The numerical algorithm of solving is constructed and analysis of obtained results is given.

Key word: supported ellipsoidal shells, geometrically nonlinear theory nonstationary load.

Тонкостінні конструкції оболонкового типу складають широкий клас механічних об'єктів, які використовуються в сучасній автоматичній, радіо електротехніці, радіолокації, гіроскопії та інших галузях сучасної техніки. Форма деталей радіоапаратів і автоматичних пристроїв, дзеркала, випромінювачі антен і лазерів можуть мати форму еліпсоїдальні оболонок. Найбільш дослідженими є задачі про гармонічні коливання підкріплених оболонок простої геометрії (циліндричні, конічні, сферичні) [1]. Потреби теорії та практичні запити сучасної техніки, вимагають розширення класу досліджуваних задач, зокрема, дослідження динамічної поведінки підкріплених оболонок більш складної геометрії *під дією зовнішніх впливів* [2, 4].

Мета досліджень – проаналізувати напружений стан дискретно підкріпленої поперечними ребрами еліпсоїдальної ортотропної оболонки під дією нестационарного розподіленого навантаження.

Матеріали та методика досліджень. Складність розв'язання аналітичними методами задач для оболонок складної форми, приводить до необхідності застосування чисельних підходів [3].

Оболонка постійної товщини h віднесена до гауссової криволінійної системи координат α_1, α_2 , причому координата α_1 відповідає меридіальному напрямку, а α_2 – круговому напрямку.

Процеси вимушених коливань еліпсоїдальної оболонки розглядаються в рамках гіперболічної системи нелінійних диференціальних рівнянь теорії оболонок типу Тимошенка. При розгляді розподілу деформацій і напружень пружної структури використовується геометрично нелінійний варіант теорії оболонок типу Тимошенка в квадратичному наближенні. Деформаційні співвідношення для оболонки мають вигляд, який наведений в [2].

При побудові математичної моделі деформування j -го підкріплюючого ребра

направленого вздовж осі α_2 будемо виходити з гіпотези недеформованості поперечного перерізу підкріплюючого елементу. Деформаційні співвідношення для j -го підкріплюючого ребра задано в рамках геометрично нелінійного варіанту теорії стержнів типу Тимошенка в квадратичному наближенні. Умови жорсткого контакту між компонентами вектора переміщень центру ваги поперечного перерізу j -го ребра та компонентами узагальненого вектора переміщення серединної поверхні [2]. Рівняння коливань в гладкій області та рівняння коливань на j -й лінії розриву мають вигляд [2].

Розглядаються граничні умови для вільно опертого краю в напрямку координати α_2 : $T_{11} = 0$, $T_{12} = 0$, $U_3 = 0$, $M_{11} = 0$, $M_{12} = 0$ та для жорстко защемленого краю в напрямку координати α_1 : $\bar{U}(\alpha_{10}, \alpha_2) = \bar{U}(\alpha_{1N}, \alpha_2) = 0$; $\bar{U}(\alpha_1, \alpha_{20}) = \bar{U}(\alpha_1, \alpha_{2N}) = 0$.

Рівняння коливань являють собою систему нелінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних по змінним s_1, s_2, t при наявності просторових розривів по координаті s_2 . Чисельний алгоритм розв'язання вихідної задачі будується наступним чином: шукається розв'язок в гладкій області еліпсоїдальної оболонки і на лініях просторових розривів. Різницевий алгоритм заснований на застосуванні інтегро-інтерполяційного методу побудови різницевих схем по просторовим координатам і явній скінчено-різницевої апроксимації по часовій координаті. Перехід від неперервної системи до скінчено-різницевої полягає в апроксимації рівнянь коливань в зусиллях – моментах і відповідних деформацій [2].

При дослідженні умов стійкості різницевих рівнянь використовуються умова $\Delta t \leq 2/\omega$, де $\omega = \max(\omega_0, \omega_j)$, $j = 1, 2, \dots, J$ – максимальні частоти власних коливань відповідно обшивки та j -го підкріплюючого елементу.

Результати досліджень. Розглядалась задача вимушених коливань поперечно підкріпленої частини еліпсоїдальної оболонки $D = \{\alpha_{10} \leq \alpha_1 \leq \alpha_{1N}, \alpha_{20} \leq \alpha_2 \leq \alpha_{2N}\}$. На підкріплену оболонку діє розподілене нормальне навантаження $P_3(\alpha_1, \alpha_2, t) = A \cdot \sin \frac{\pi t}{T} [\eta(t) - \eta(t - T)]$, де A – амплітуда навантаження, T – тривалість навантаження. В розрахунках: $A = 10^6 \text{ Па}$; $T = 50 \cdot 10^{-6} \text{ с}$. Початкові умови при $t = 0$ для всіх компонент узагальненого вектора переміщень нульові.

Геометричні параметри конструкції:

$$\alpha_{10} = \frac{\pi}{12}, \alpha_{1N} = \pi - \frac{\pi}{12}, \alpha_{20} = -\frac{\pi}{2}, \alpha_{2N} = \frac{\pi}{12}, \frac{a}{h} = 60, h_j = 4 \cdot h, F_j = 4 \cdot h^2.$$

Поперечно підкріплюючі елементи розміщувались вздовж координати α_2 в перерізах $\alpha_{1j} = \frac{7}{24} \pi + \frac{5}{24} \pi \cdot j$, $j = 0, 1, 2$.

Задача розглядалась при наступних фізико-механічних параметрах вихідної конструкції. Покладемо, що модуль пружності $E_1 = 210 \text{ ГПа}$, а змінюються: $E_2 = \mu E_1$, $G_{12} = \lambda E_1$, $G_{13} = G_{23} = \frac{E_1}{d}$, $\rho = 2,7 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$.

При цьому, λ, μ, ν_{12} приймають значення:

$$1. \mu = 2; \lambda = 0,3; \nu_{12} = 0,075; \quad 2. \mu = 1,35; \lambda = 0,215; \nu_{12} = 0,122;$$

3. $\mu = 1; \lambda = 0,385; \nu_{12} = 0,3$; 4. $\mu = 0,741; \lambda = 0,159; \nu_{12} = 0,165$;
 5. $\mu = 0,5; \lambda = 0,125; \nu_{12} = 0,15$.

Фізико-механічні параметри підкріплюючих елементів:

$$E_j = E_2, \quad G_j = G_{12}, \quad \rho_j = \rho.$$

Розрахунки проводилися на часовому інтервалі $t = 40T$. На рис. приведено криві для величини σ_{22} в момент часу $t = 8T$ для вище наведених п'яти випадків значень параметрів μ, λ, ν_{12} (в силу симетрії приводяться залежності по координаті α_1 в діапазоні $\pi/12 \leq \alpha_1 \leq \pi/2$).

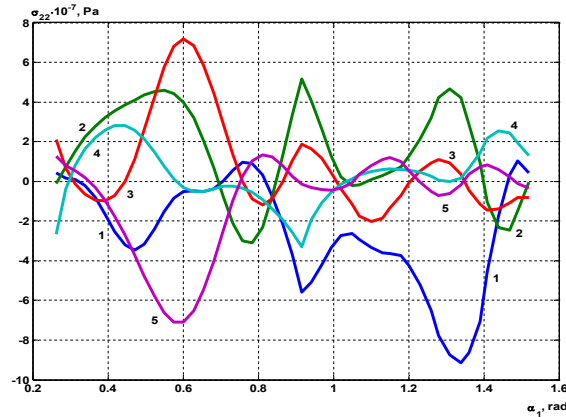


Рис. Залежність величини σ_{22} від просторової координати α_1 в перерізі $\alpha_2 = 0$

Розглядався час досягнення величиною σ_{22} максимального значення по модулю. Як слідує, з приведенного графічного матеріалу, можна візуально визначити місця розміщення підкріплюючих ребер в перерізах α_{1j} і їх характер впливу на напружений стан підкріпленої структури. При цьому, для третього варіанту (випадок ізотропії) графік σ_{22} наближаються до графіка другого варіанту. Це означає, що другий варіант ортотропії майже відповідає ізотропному випадку. Величина максимального напруження по модулю для першого варіанту приймає значення 9, а для третього ізотропного варіанту 7, що наближено в 1,3 рази більше.

Висновки. Таким чином, розглянуті фізико-механічні параметри значно впливають на напружений стан дискретно підкріплених еліпсоїдальних ортотропних оболонок під дією нестационарного навантаження.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Григоренко Я. М., Беспалова Е. И., Китайгородский А. Б., Шинкарь А. И. Свободные колебания элементов оболочечных конструкций. – Киев: Наук. думка, 1986. – 172 с.
2. Мейш В. Ф., Майбородина Н. В. К расчету неосесимметричных колебаний дискретно подкрепленных поперечными ребрами гибких эллипсоидальных оболочек при нестационарных нагрузках // Прикл. механика. – 2008. – 44, № 10. – С. 63–73.
3. Самарский А. А. Теория разностных схем. – М.: Наука, 1977. – 656 с.
4. Mohamad S. Q. Recent research advances in the dynamic behavior of shells: 1989–2000, Part 2: Homogeneous shells // Appl. Mech. Rev. – September 2002. – Volume 55, Issue 5. P. 415–435.