

УДК 631.3: 621.01

РОЗРАХУНОК ПРИВОДІВ КОМБАЙНІВ

Литвинов О.І.¹, Прокопенко О.О.²

¹ доцент, кандидат технічних наук,

² студент Ніжинський агротехнічний інститут НУБіП України

Проаналізована складена математична модель механічної системи комбінованих машин з пружними ланками і дискретними масами.

Ключові слова: динаміка, модель, метод, машина, диференціальне рівняння, пружність, надійність.

Вступ. У галузі сільськогосподарського машинобудування недостатньо застосовуються методи динамічного розрахунку машин і машинних агрегатів. Розвиток сучасного машинобудування, пов'язаний з постійним зростанням робочих швидкостей і швидкодії функціональних систем машин, підвищенням потужностей енергетичних засобів і, як наслідок, збільшенням навантажень, що передаються в їх елементах, вимагає для забезпечення необхідного рівня надійності застосування при проектуванні машин динамічних методів дослідження й розрахунків.

Роками в галузі застосовуються передачі, які є активними збудниками динамічних процесів, що вносять значні інерційні добавки і збільшують небезпеку виникнення резонансних явищ. Підвищення зі зростанням швидкостей питомої ваги інерційних навантажень, пропорційних квадрату кутових швидкостей, а також рівня коливальних сил зовнішніх опорів призводить до виникнення в пружних системах машин коливальних процесів, що вносять у навантаження досить значні динамічні добавки. У зв'язку із цим з'являється нагальна потреба в урахуванні реальних фізичних властивостей ланок, що утворюють механізми, а також таких факторів, як взаємовплив параметрів приводних двигунів і технологічного процесу в робочих машинах.

Аналіз літератури. Динамічним методам досліджень присвячена велика кількість робіт. Але у більшості із них підтверджується погляд на машину, як на систему твердих тіл, що утворюють кінематичні ланцюги, який, на нашу думку, слід розглядати, як далекий від

реальності. У цьому разі динамічна модель, якою пропонується замінити реальну машину, передбачає, що конкретна маса позбавлена пружності, а пружна в'язь не має маси. У дійсності механізми мають більш, ніж один ступінь вільності внаслідок наявності у них пружних ланок. Тому закон руху ланок і навантаження, що передаються ними, неможливо визначати без врахування відносних переміщень, що викликаються деформацією ланок. [1].

Розвиток промислового виробництва і транспорту викликало необхідність розглядати великі механічні системи більш детально, включаючи дискретні маси і пружні ланки, що сполучають між собою маси системи. При недостатньо напружених темпах роботи машин питання динаміки пружних систем не мали великого практичного значення ні при стаціонарних режимах роботи, ні при перехідних режимах під час розгону і гальмування. Мабуть, розвиток залізничного транспорту, в першу чергу, поставив перед наукою задачі про динамічне дослідження систем з пружними механічними в'язями, щоб отримати необхідні відомості для проектування раціональної системи зчіпки вагонів (крізна чи некрізна зчіпка). Цією проблемою опікувались відомі вчені механіки Резаль і Жуковський. Проте, дослідження останнього дозволило з'ясувати весь перебіг процесу зрушення потягу з місця і надати рекомендації для проектування некрізної зчіпки, яка застосовується і в наш час.

Динамічні дослідження систем з пружними в'язями у найбільш широкому плані проводились на транспорті і у гірничій справі. Класичним прикладом тому є фундаментальна праця М.М. Федорова «Теорія і розрахунок гармонічного рудникового підйому». Трудно переоцінити значення динамічних досліджень металургійних машин [1], виконаних С.Н. Кожевниковим, Ф.К. Іванченком, А.В. Праздниковим, з динаміки верстатів: В.А. Кудіновим та інш., по гірничим машинам: Д.П. Волковим, А.Н. Голубенцевим, А.В. Докукіним, Є.Є. Новіковим.

Мета роботи. Авторами поставлена задача провести динамічне дослідження механічних систем механізмів приводу складних машин типу причіпних комбайнів, наприклад, кукурудзозбиральних, кормозбиральних, привід яких здійснюється від вала відбору потужності енергетичного засобу через кардан до центрального редуктора комбайна, а потім розгалужується по трансмісії до різних робочих органів. У роботі передбачається надати метод утворювання еквівалентної динамічної моделі складних матеріальних систем

комбайнів, скласти й розв'язати диференціальні рівняння руху з урахуванням отриманих експериментально і апроксимованих рядами Фур'є моментів на робочих органах, надати висновки за результатами дослідження.

Обґрунтування динамічної моделі. Трансмсія комбінованих машинних агрегатів є складною розгалуженою згинально-крутильною динамічною системою з великою кількістю розподілених і зосереджених мас, з'єднаних елементами, що мають певні пружно-інерційні характеристики. Детальне дослідження таких систем пов'язане з немалими ускладненнями математичного характеру. Проте, практичні задачі динамічного дослідження надають можливості значного спрощення подібних моделей.

Не спотворюючи основних закономірностей дійсних динамічних процесів, можна замінити реальний механізм його еквівалентною моделлю, яка може бути складена з абсолютно твердих дискретних мас і безінерційних пружних сполучних елементів. При цьому отримуємо розрахункову схему з великою кількістю ступенів вільності, що досить складну для формалізації.

Порядок перетворення реальної матеріальної системи й одержання динамічних характеристик елементів моделі прийнятий наступний. Насамперед, визначаються моменти інерції мас і крутильні піддатливості всіх конструктивних елементів складних машин, використовуючи розрахунково-експериментальні методи. Піддатливості визначались, головним чином, розрахунковим шляхом. У необхідних випадках ураховувалась згинальна піддатливість валів і опор, що зводилася до крутильної.

У результаті проведених операцій була отримана складна розгалужена схема з великим числом мас різного порядку мализни. Нехтуючи масами на порядок меншими, поєднуючи ті маси, жорсткість в'язей між якими на порядок вище інших, і зводячи систему до головного вала, виходячи з умов рівності кінетичної й потенціальної енергії, одержуємо систему з 8...10 ступенями вільності, яка є ще досить складною для розрахунків.

Подальше зменшення числа ступенів вільності проводилось з урахуванням збереження або несуттєвого відхилення частот низьких тонів коливань, що, як показують експериментальні дослідження, є домінуючими при формуванні динамічних навантажень.

При об'єднанні двох сусідніх мас і зменшенні числа ступенів вільності реальної машини маси або моменти інерції мас й піддатливості спрощеної системи визначалися з умови [4]:

$$I'_k = I_k + I_{k+1};$$

$$e'_{k-1} = \frac{I_{k+1}}{I_k + I_{k+1}} e_k; \quad e'_k = \frac{I_k}{I_k + I_{k+1}} e_k;$$

У підсумку проведення перерахованих операцій складна матеріальна система машини була зведена до більш простої тримасової розгалуженої крутильно-коливальної системи із збереженням двох перших форм коливань (рис. 1).

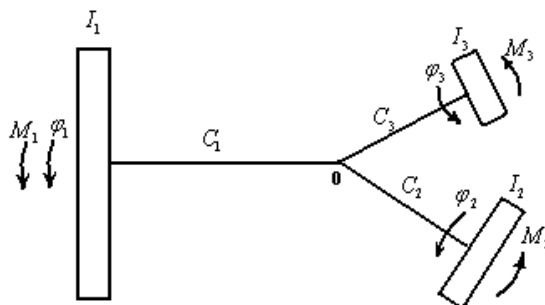


Рис. 1

Еквівалентна схема механічної системи комбайнового агрегату де: I_1, I_2, I_3 – зведені до приводного вала моменти інерції двигуна й двох основних мас агрегату: барабана подрібнювача та всієї іншої частини трансмісії;

C_1, C_2, C_3 – зведені коефіцієнти жорсткості еквівалентних валів;

$\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \varphi_0$ – кути закручування мас і центра розгалуження;

M_1, M_2, M_3 – зведені до приводного вала моменти зовнішніх сил двигуна і сил опору ведених мас агрегату.

Прийнято, що момент дизельного двигуна змінюється лінійно у функції кутової швидкості на робочій ділянці характеристики (підтверджено експериментально).

$$M_1 = M_n \frac{\omega_0 - \omega_1}{\omega_0 - \omega_n} = \Gamma(\omega_0 - \omega_1) \quad (1)$$

де M_n – зведений номінальний момент двигуна,

ω_0, ω_n – кутові швидкості двигуна на холостому ході й номінальна.

Формалізація моделі. Загальний розв’язок диференціальних рівнянь руху

Вихідна система диференціальних рівнянь, яка складена за методом Лагранжа в другій формі, має вигляд:

$$\begin{aligned} I_1 \ddot{\varphi}_1 + C_1(\varphi_1 - \varphi_0) &= M_1, \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 + C_2(\varphi_2 - \varphi_0) &= M_2, \\ I_3 \ddot{\varphi}_3 + C_3(\varphi_3 - \varphi_0) &= M_3. \end{aligned} \quad (2)$$

З огляду на те, що відносні кутові переміщення мас $\varphi_1 - \varphi_0$, або деформації в'язей пропорційні відповідним силам пружності M_{10}, M_{20}, M_{30}

$$(\varphi_1 - \varphi_0)C_1 = M_{10}, \quad (\varphi_2 - \varphi_0)C_2 = M_{20}, \quad (\varphi_3 - \varphi_0)C_3 = M_{30},$$

і виражаючи кутові переміщення φ_2 й φ_3 і їхні другі похідні через $\ddot{\varphi}_1$, а також беручи до уваги умови зчленування моментів сил пружності в центрі розгалуження, отримаємо систему диференціальних рівнянь у нових узагальнених координатах: силах пружності і їхніх похідних, доцільність застосування яких переконливо обґрунтована в роботах проф. С.М. Кожевнікова [1].

$$\begin{aligned} \dot{\omega}_1 + \frac{\Gamma}{I_1} \omega_1 + \frac{M_{10}}{I_1} &= \frac{\Gamma}{I_1} \omega_0, \\ \dot{\omega}_1 - \frac{\ddot{M}_{10}}{C_1} + \frac{\ddot{M}_{20}}{C_2} + \frac{M_{20}}{I_2} &= \frac{M_2}{I_2}, \\ \dot{\omega}_1 - \frac{\ddot{M}_{10}}{C_1} + \frac{\ddot{M}_{30}}{C_3} + \frac{M_{30}}{I_3} &= \frac{M_3}{I_3}, \\ M_{10} + M_{20} + M_{30} &= 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Отримана система диференціальних рівнянь (3), що встановлює функціональну залежність між моментами сил пружності на окремих ділянках і параметрами зведеної системи, описує поведінку машинного агрегату при дослідженні динамічних процесів. Загальний розв’язок однорідних диференціальних рівнянь без правої частини будемо шукати у вигляді $A_j e^{\lambda t}$, де λ – ряд характеристичних чисел,

при яких рівняння перетворюються в тотожність, A_j – довільні сталі інтегрування, обумовлені початковим станом системи [2].

Підставляючи прийнятий розв'язок і його похідні в систему рівнянь (3), у якій праві частини покладені рівними нулю, та покладаючи нулю й розкриваючи детермінант, складений з коефіцієнтів при шуканих сталих A_j , отримаємо характеристичне рівняння п'ятого порядку, корені якого визначають власні частоти системи (колові частоти вільних коливань).

$$\left[\frac{\lambda}{I_1} + \frac{\lambda^2}{C_1} \left(\lambda + \frac{\Gamma}{I_1} \right) \right] \left[\left(\frac{\lambda^2}{C_2} + \frac{1}{I_2} \right) + \left(\frac{\lambda}{C_3} + \frac{1}{I_3} \right) \right] + \left(\frac{\lambda^2}{C_2} + \frac{1}{I_2} \right) \left(\frac{\lambda^2}{C_3} + \frac{1}{I_3} \right) \left(\lambda + \frac{\Gamma}{I_1} \right) = 0. \quad (4)$$

Проведений аналіз характеристичного рівняння для більш простих, у тому числі і для граничних випадків, дозволив установити границі стійкості руху системи, а також чисельно розв'язати його з подальшим уточненням коренів за методом ітерацій И. Ньютона, а також оцінити вплив дисипації на величину останніх.

З п'яти отриманих коренів характеристичного рівняння перший корінь, що визначає розгін системи, є дійсним, а інші чотири – комплексні, взаємоспряжені, які визначають форми коливання системи.

Прийнявши одну з амплітуд, наприклад, (A_1) сталою й виразивши інші амплітуди через цю сталу, отримаємо коефіцієнти передачі $K_j^{(n)}(\lambda_n)$. Загальний розв'язок системи однорідних диференціальних рівнянь представимо у вигляді вектора

$$\vec{Y}_0(t) = \{\omega_1(t); M_{10}(t); M_{20}(t); M_{30}(t)\} \quad (5)$$

Частинні розв'язки диференціальних рівнянь отримані з урахуванням правої частини, яка уявляє функції зовнішніх моментів. Беручи до уваги експериментальні діаграми сил, що формують зовнішні моменти в системі, урахувавши їхню реальну періодичність, уявляли зовнішнє навантаження у вигляді гармонічного ряду Фур'є. Використовуючи принцип суперпозиції для лінійних систем,

знаходимо реакцію системи на кожну гармонічну складову, підсумовуючи потім отримані результати.

Частинні розв'язки представлені у вигляді

$$\vec{Y}_0(t) = \begin{pmatrix} M_{10}(t) \\ M_{20}(t) \\ M_{30}(t) \\ \omega(t) \end{pmatrix} = M_2^0 e^{\lambda_k t} \begin{pmatrix} K_1(\lambda_k) \\ K_2(\lambda_k) \\ K_3(\lambda_k) \\ K_\omega(\lambda_k) \end{pmatrix} + M_3^0 e^{\lambda_3 t} \begin{pmatrix} K_1(\lambda_3) \\ K_2(\lambda_3) \\ K_3(\lambda_3) \\ K_\omega(\lambda_3) \end{pmatrix} \quad (6)$$

Як відзначалося, для одержання частинних розв'язків лінійної динамічної системи необхідно знайти її відгук на зовнішній момент, тобто, отримати амплітуди й фази наведених моментів. Використовуючи принцип суперпозиції, шукали спочатку реакцію системи на один зовнішній момент M_2 , поклавши $M_3=0$, потім аналогічно – на M_3 , склавши далі обидва результати.

Досить істотним при цьому представляється правильний аналітичний вираз моментів зовнішніх сил.

Аналіз осцилограм тензометрування моменту на третьому валу показав, що його можна з достатньої для практики точністю представити у вигляді

$$M_3 = M_{cp} + M_3^0 \sin \omega \cdot t,$$

де $\omega = 100$ рад/с – реальна колова частота процесу коливань моменту;

$M_{cp} = 150$ Нм – середнє значення постійної складової;

$M_3^0 = 100$ Нм – максимальне амплітудне значення синусоїди.

Для забезпечення можливості аналітичного виразу зовнішнього моменту M_2 подрібнювального апарату був здійснений спеціальний експеримент. На розривній машині за допомогою спеціального пристосування на пристрої, що реєструє сили і переміщення, була отримана діаграма сили різання стебел кукурудзи (рис.2), яка була із достатнім наближенням апроксимована синусоїдальною півхвилею.

Беручи до уваги реальну конструкцію барабана подрібнювача, й, з огляду на технологічну схему роботи апарата, неважко переконатися, що сила різання при подрібнюванні носить імпульсний характер. Тривалість синусоїдального імпульсу τ в 5...6 разів

(залежно від товщини матеріалу, що переробляється) менше періоду його повторення T .

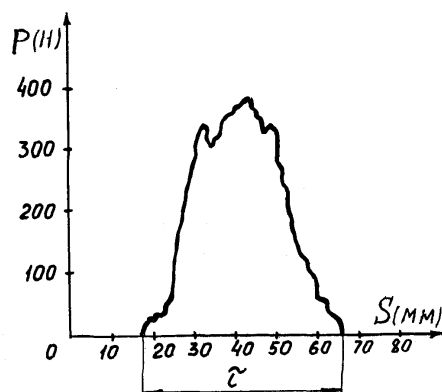


Рис.2. Діаграма сили різання стебел кукурудзи

З метою використання принципу суперпозиції для лінійних систем розкладемо синусоїдальний імпульс у гармонічний ряд Фур'є на довжині всього періоду T . Для цього представимо функцію моменту на валу подрібнювача виразом

$$f(t) = A \sin \frac{\pi}{\tau} t \quad \text{при } 0 < t < \tau,$$

$$f(t) = 0 \quad \text{при } \tau < t < T$$

де A – амплітудне значення моменту.

Гармонічний ряд у загальному вигляді може бути представлений [2]

$$S(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \left(a_k \cos k \frac{2\pi}{T} t + b_k \sin k \frac{2\pi}{T} t \right), \quad (7)$$

де

$$a_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos k \frac{2\pi}{T} t dt, \quad b_k = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin k \frac{2\pi}{T} t dt, \quad a_0 = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) dt.$$

Визначимо невідомі коефіцієнти Фур'є a_k, b_k й постійний член a_0 . Для цієї мети інтегруємо вирази

$$a_k = \frac{2A}{T} \int_0^{\tau} \sin \frac{\pi}{\tau} t \cos k \frac{2\pi}{T} t dt, \quad (8)$$

яке при використанні табличного інтеграла після ряду перетворень буде мати вигляд

$$a_k = 2 \frac{A}{\pi} \cdot \frac{\tau}{T} \cdot \frac{1}{1 - \left(2k \frac{\tau}{T}\right)^2} \left(1 + \cos k \frac{2\pi}{T} \tau\right) \quad (9)$$

Для другого коефіцієнта b_k отримаємо

$$b_k = \frac{2}{T} A \int_0^{\tau} \sin \frac{\pi}{\tau} t \sin k \frac{2\pi}{T} t dt = 2 \cdot \frac{A}{\pi} \cdot \frac{\tau}{T} \cdot \frac{1}{1 - \left(2k \frac{\tau}{T}\right)^2} \sin k \frac{2\pi}{T} \tau. \quad (10)$$

Вільний член має вигляд

$$a_0 = \frac{2}{T} A \int_0^{\tau} \sin \frac{\pi}{\tau} t dt = \frac{2}{T} A \frac{\tau}{\pi} (1 - \cos \pi) = 4 \frac{A}{\pi} \cdot \frac{\tau}{T} \quad (11)$$

В остаточній формі ряд представляється виразом

$$S(t) = 2 \frac{A}{\pi} \cdot \frac{\tau}{T} + 2 \frac{A}{\pi} \cdot \frac{\tau}{T} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{1 - \left(2k \frac{\tau}{T}\right)^2} \left[\left(1 + \cos k \frac{2\pi}{T} \tau\right) \cos k \frac{2\pi}{T} t + \sin k \frac{2\pi}{T} \tau \sin k \frac{2\pi}{T} t \right].$$

Для судження про збіжність ряду проведемо оцінку убутання його членів. Розглянемо вирази, що формують убутання:

$$a_k^1 = \frac{1 + \cos k \frac{2\pi}{T} \tau}{1 - \left(2k \frac{\tau}{T}\right)^2}; \quad b_k^1 = \frac{\sin k \frac{2\pi}{T} \tau}{1 - \left(2k \frac{\tau}{T}\right)^2}. \quad (12)$$

Їх можна представити, як функції аргументу $\alpha = k \frac{2}{T} \tau$

$$a_k^1 = \frac{1 + \cos \pi \alpha}{1 - \alpha^2}; \quad b_k^1 = \frac{\sin \pi \alpha}{1 - \alpha^2}.$$

Визначимо, коли ці коефіцієнти стануть малими: $\alpha = \left\{ \frac{2\tau}{T} \rightarrow \infty \right\}$.

При $\alpha = 0 \Rightarrow a_k^1 = 2$; $b_k^1 = 0$; при $\alpha = 1 \Rightarrow a_k^1 = \frac{0}{0}$; $b_k^1 = \frac{0}{0}$;

Розкриваємо невизначеності типу $\frac{0}{0}$ за правилом Лопіталя, взявши похідні:

$$a_k^1(1) = \frac{-\pi \sin \pi \alpha}{2\alpha} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sin \pi \alpha}{\alpha} = 0,$$

$$b_k^1(1) = \frac{\pi \cos \pi \alpha}{-2\alpha} = \frac{\pi}{2}.$$

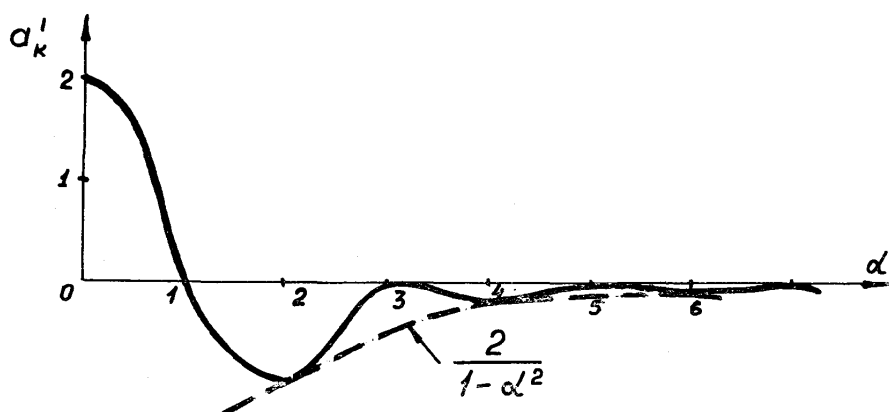


Рис. 3. Характер убутання коефіцієнта a_k .

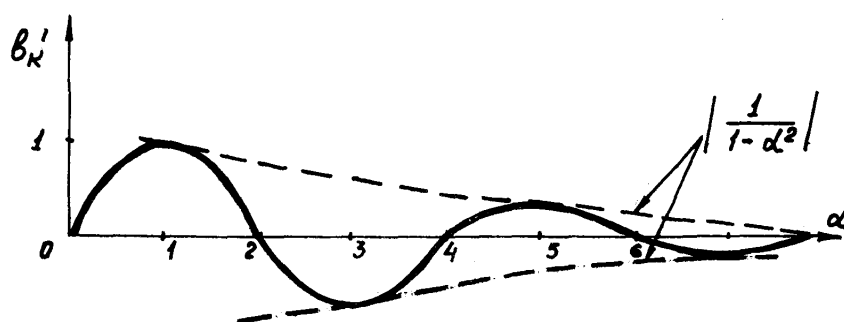


Рис. 4. Характер убутання коефіцієнта b_k .

Як можна побачити (рис. 3 та 4), убутання величин амплітуд членів a_k^1 пропорційно $\frac{2}{1-\alpha^2}$, а для членів b_k^1 пропорційно $\left(\frac{1}{1-\alpha^2}\right)$. Якщо прийняти точність до 10%, тобто

$$\frac{1}{1-\alpha^2} \cong \frac{1}{\alpha^2} = 0,1. \text{ Тоді } \alpha = 3,16. \text{ Звідси } k = \frac{\alpha T}{2\tau} \approx 8, \text{ де } \frac{T}{\tau} = 5.$$

Таким чином, число кратних гармонік, які потрібно взяти при заданій точності, повинне бути не менше восьми.

Провівши розрахунок реакції системи на момент M_3 і на кожен з гармонічних складових ряду Фур'є моменту M_2 , одержуємо частинні розв'язки диференціальних рівнянь для шуканих величин $\omega_1, M_{10}, M_{02}, M_{03}$. Додаючи частинні розв'язки із загальним розв'язком однорідних рівнянь, одержуємо загальні розв'язки неоднорідних диференціальних рівнянь.

Висновки. У роботі наданий метод утворювання еквівалентної динамічної моделі складних матеріальних систем комбайнів, складені й розв'язані диференціальні рівняння руху з урахуванням отриманих експериментально і апроксимованих рядами Фур'є реальних моментів сил опору на робочих органах машин.

Список літератури

1. Кожевников С.Н. Динамика нестационарных процессов в машинах / С.Н Кожевников – К.: Наукова думка, 1986. – 285 с.
2. Бронштейн И.Н. Справочник по высшей математике / И.Н. Бронштейн, К.А. Семендяев – М.: Физматгиз, 1987. – 458 с.
3. Кожевников С.Н. Основания структурного синтеза механизмов / С.Н. Кожевников – К.: Наукова думка, 1979. – 232 с.
4. Ривин Е.И. Динамика привода станков / Е.И. Ривин – М.: Машиностроение, 1996. – 174 с.

Анализируется математическая модель механической системы сложных комбинированных машин с упругими звеньями и дискретными массами.

Ключевые слова: динамика, модель, метод, машина, дифференциальное уравнение, упругость, надежность.

Examines the mathematical model of mechanical system complex combined machines with elastic waves and discrete masses.

Keywords: dynamic, model, method, apparatus, differential equation, elasticity, durability.