



## РІШЕННЯ ЗАДАЧІ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ГРАФІЧНИМ МЕТОДОМ

МИХАЛЬ А.С.

*Студент 5 курсу, факультет механізації с.г., спеціальність «Процеси,  
машини та обладнання агропромислового виробництва»*

*Науковий керівник ВАСИЛЮК В.І., старший викладач ВП  
Національного університету біоресурсів та природокористування України  
«Ніжинський агротехнічний інститут»*

Рішення задачі лінійного програмування графічним методом (для двохвимірної оптимізації) здійснюється наступним чином:

1. Визначають область допустимих рішень. Для цього в усіх обмеженнях почергово прирівнюють до нуля змінні  $x_1$  та  $x_2$  і знаходять відповідне значення іншої змінної ці значення будуть відповідати точкам перетину граничної прямої обмежень з осями координат  $x_1$  та  $x_2$ .
2. Визначають напрям поширення області допустимих рішень відносно граничних прямих. Це встановлюють підставляючи в нерівності довільні значення  $x_1$  та  $x_2$ . якщо при цих значеннях умова обмеження задовольняється, то точка з координатами  $(x_{1i}; x_{2i})$  знаходиться у півплощині допустимих рішень. Зручно задавати  $x_{1i} = x_{2i} = 0$  і за умову обмеження встановлювати приналежність початку координат до області допустимих рішень. Напрямок поширення півплощини допустимих рішень знаходиться за сукупністю всіх обмежень. Якщо будь-яке з обмежень не впливає на область допустимих рішень, то воно є зайвим.
3. Положення прямої цільової функції  $Z$  знаходять довільним заданням її значення, при якому пряма перетинає в межах рисунка осі координат, відсікаючи на них відрізки  $Z/C_1$  і  $Z/C_2$ . Проводячи плоско паралельне переміщення прямої цільової функції в напрямку області допустимих рішень, знаходять точку або лінію на її межі, що відповідає оптимальному рішенню. При знаходженні максимуму цільової функції ця точка (лінія) буде знаходитись на верхній межі області допустимих рішень, а при пошуку мінімуму – на нижній.
4. Розв'язавши рівняння цільової функції з даними оптимальними значеннями  $x_1$  та  $x_2$  знаходять оптимальне значення цільової функції  $Z$ .

Приклад:

У господарстві за 5 днів планується провести культивуацію на площі 500га. На виконання цієї роботи може бути виділено один агрегат ХТЗ 170 21+КШУ - 12 (1) і три агрегати МТЗ-890+КПС-4 (2) робота йде в одну зміну. Відомі продуктивність годинна  $W_{ij}$  кожного агрегату а також відповідні прямі експлуатаційні витрати  $C_{ij}$ .



Потрібно знайти оптимальний варіант використання цих агрегатів для мінімізації прямих експлуатаційних витрат

	ХТЗ 170 21+КШУ-12	МТЗ-890+КПС-4
С, грн/га	3,8	6,4
W, га/год	9,4	2,2

Позначимо площу яку в оптимальному варіанті обробить (1) трактор –  $x_1$ ,  
(2)  $x_2$ .

Функція за допомогою якої ми знайдемо оптимальний варіант використання агрегатів для мінімізації прямих експлуатаційних витрат, запишеться у вигляді:  $z=3.8x_1+6.4x_2 \rightarrow \min$

« $\rightarrow \min$ » - означає що ми будемо шукати найменше значення виразу при даних  $x_1$  і  $x_2$ . Цей вираз (функцію) називають цільовою.

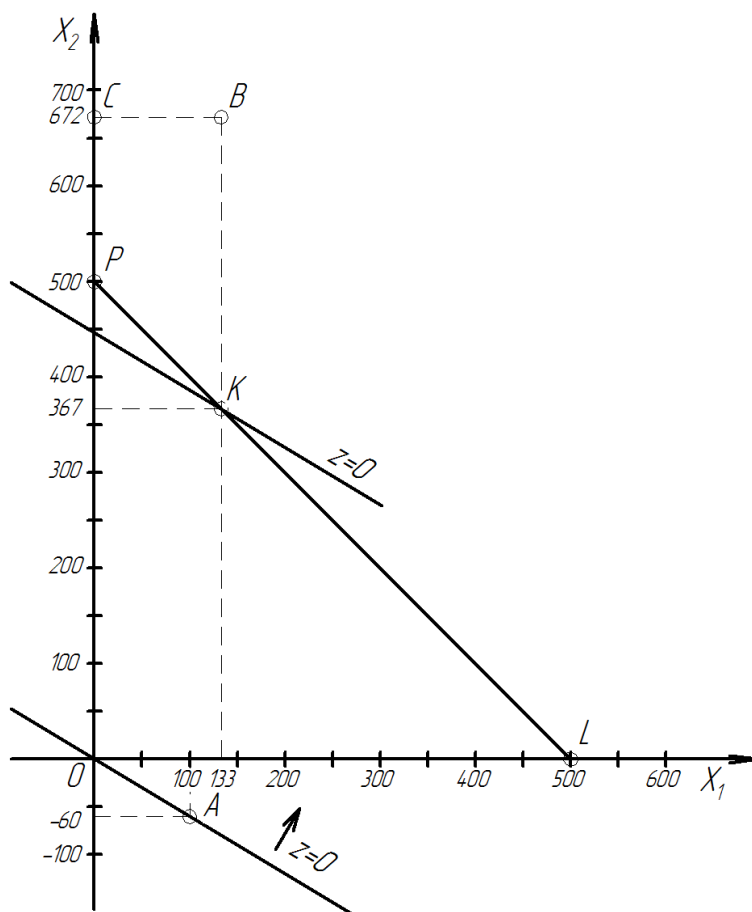
З умови маємо:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 = 500 \\ \frac{x_1}{3,8} \leq 35 \\ \frac{x_1}{6,4} \leq 105 \end{array} \right. \left\{ \begin{array}{l} x_1 \geq 0, \\ x_2 \geq 0, \\ x_1 + x_2 = 500 \\ x_1 \leq 133 \\ x_2 \leq 672 \end{array} \right.$$

Побудуємо графік цільової функції у декартовій системі координат  $x_1 O x_2$  прирівнявши  $z=0$ .

$$3,8x_1+6,4x_2=0; x_2= -0,59375x_1. \Rightarrow x_2x-0,6x_1$$

Оскільки  $x_1$  і  $x_2$  за умовою більші або рівні 0, то графік будуємо лише у I чверті де  $x_1 \geq 0$  і  $x_2 \geq 0$ .



LP – графік рівняння  $x_1 + x_2 = 500$ ,

AB– графік рівняння  $x_1 = 133$ ,

CB– графік рівняння  $x_2 = 672$ ,

OABC – многокутник (у даному випадку чотирикутник) розв'язків системи (область допустимих значень задачі).

PK- відрізок, що задовольняє розв'язок задачі (область допустимих значень системи обмежень умови задачі).

Відрізок PK(частина графіку прямої  $x_1 + x_2 = 500$ ) не буде паралельний графіку цільової функції  $z(x_2 = -0,6 x_1)$ , тому існує єдина точка перетину цих прямих.

Враховуючи що треба знати точку перетину цільовою функції  $z$  саме із відрізка PK, а не з довільною точкою прямої  $x_1 + x_2 = 500$ , паралельним перенесенням перемістимо цільову функцію до перетину із найближчою т. відрізка PK.

Такою точкою буде т.К.