УДК 621.752 (031)

ОПТИМІЗАЦІЯ ВИМУШЕНИХ КОЛИВАНЬ ЗЕРНОВОГО МАТЕРІАЛУ НА РЕШЕТАХ ЗЕРНООЧИСНИХ МАШИН

Авдєєв С.В., студент ВП НУБіП України "Ніжинський агротехнічний інститут"
Наукові керівники – Кулик В.П., асистент кафедри загальнотехнічних дисциплін ВП НУБіП України "Ніжинський агротехнічний інститут",
Кулик О.А., викладач ВП НУБіП України "Ніжинський агротехнічний інститут"

Встановлені оптимальні режими руху зернових сумішей на робочих органах гравітаційних зерноочисних машин за наявності сили тертя та характеру її зміни методами варіаційного числення, які мінімізують виникаючі у перехідних процесах коливання системи.

Оптимізація, зернова суміш, сила тертя, вимушені коливання, закон руху, демпфуюча сила.

Постановка наукової проблеми. Коливальні системи, що використовуються для сепарації зерна, можна віднести до систем з динамічною нелінійністю [1].

У процесі роботи таких систем виникають різноманітні за своєю природою непружні опори: оброблюваного зернового матеріалу; оточуючого повітря; внутрішні опори у матеріалі конструкцій машини; опори, обумовлені витратами енергії у болтових та шарнірних з'єднаннях, направляючих, у місцях опор та закріплень пружних елементів тощо. Всі ці опори по-різному змінюються у залежності від переміщень елементів коливної системи. Кожен з них впливає на форму та амплітуду коливань зернового матеріалу, а також на витрати енергії.

Результуючу всіх непружних опорів коливальної системи для сепарації зернового матеріалу можна подати як багатокомпонентний опір, який складається з суми одночасно діючих однокомпонентних опорів. У якості однокомпонентних опорів розглядаються: опір, який залежить від швидкості; гістерезисний опір який є функцією переміщення й залежить від амплітуди; опір, який залежить від фази вимушеної сили; опір, який залежить тільки від переміщення; постійний за величиною опір сухого тертя. Напрямок результуючого багатокомпонентного опору, так само як і напрямок його окремих компонентів, завжди протилежний швидкості.

Точні аналітичні розв'язки рівнянь, які характеризують рух систем за наявності сил сухого тертя, важко отримати [1–8]. Опубліковані у літературі наближені методи можуть бути застосовані тільки до систем з малим опором, тобто з малою нелінійністю. Вказані наближені методи засновані на припущенні, що коливання гармонічні.

Проте, у багатьох коливальних машинах для сепарації зернового матеріалу демпфуючі сили змінюються непропорційно швидкості, тобто, за формою є нелінійними. За величиною ці сили мають порядок вимушеної сили й можуть значно перевищувати величину сил пружності пружних елементів, тобто є відносно великими. Такі коливальні системи не можна розглядати як системи з малим опором.

Оскільки член, котрий виражає опір, є нелінійним – рух негармонічний. Тому криві коливних величин $x(t), \dot{x}(t), \ddot{x}(t)$ відрізняються від косинусоїди чи синусоїди. Отже, форма коливань залежить від виду демпфуючої функції: один вид кривих – за сухого тертя, інший – за аеродинамічного опору, третій – за гістерезисних опорів і т.д. Звідси виникає необхідність встановити, який вид кривих має та чи інша демпфуюча функція. Знаючи це, за видом кривих, отриманих шляхом осцилографування, можна буде більш достовірно встановити закон зміни опору у реальній коливальній системі й знайти числові значення коефіцієнтів, які характеризують такий опір. У роботі [4] запропонований чисельний метод розв'язку диференціальних рівнянь для найрізноманітніших демпфуючих функцій.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У статті [5] розглянуті вимушені коливання вібратора з синусоїдальною збурюючою силою при наявності сухого тертя. Вперше це питання було досліджене Ден-Гартогом [6, 7], котрий показав, що в залежності від величини сили тертя коливання можуть відбуватись з паузами й без пауз. Він отримав точний аналітичний розв'язок для систем, у котрих відношення частоти ω збурюючої сили до частоти Ω власних коливань системи $\frac{\omega}{\Omega} \geq 0{,}5$. Для систем, у котрих це відношення менше 0,5, Ден-Гартог отримав наближений розв'язок, а також обмежив його деяким діапазоном частот. У області малих значень $\frac{\omega}{\Omega} < 0{,}5$, за його твердженням, "рух має за півперіоду більше однієї паузи" і "для цієї області не може бути отримане рішення" [6].

У подальшому проблемою вимушених коливань при сухому терті займались інші вчені [8], котрі досліджували головним чином системи з несинусоїдальними вимушеними силами.

Мета даної роботи полягає у розгляді вимушених коливань зернових сумішей при їх очищенні за наявності сил сухого тертя у постановці Ден-Гартога, отриманні загального рівняння руху системи для коливань з паузами чи без пауз, й оптимізації режимів її руху, котрі мінімізують виникаючі коливні процеси, викликані наявністю саме сил сухого тертя. При цьому оптимальні режими руху зернових сумішей встановлюються за допомогою методів варіаційного числення та розв'язку рівнянь Лагранжа-Ейлера [9, 10].

Виклад основного матеріалу дослідження.

Модель коливної системи з сухим тертям можна подати у вигляді пристрою наступного типу (рис. 1). Маса *М*, яка закріплена пружинами до нерухомої стінки, має можливість ковзати вподовж сухої поверхні, що нахилена під кутом *б* (5…8є) до горизонту. Коефіцієнт тертя ковзання *μ*. На масу *М* діє гармонічна збурююча сила $Q\cos(\omega t + \alpha)$, відновлююча сила пружин kx та постійна за величиною, але завжди протилежна швидкості за напрямком сила тертя $F = Mg \cdot \mu$ (g – прискорення сили тяжіння), x – відхилення маси M від положення рівноваги.

Якщо розглядати усталені вимушені коливання системи, ці коливання здійснюються з частотою ω, яка дорівнює частоті збурюючої сили, і з розмахом, який рівний подвійній амплітуді коливань $2X_0$. У кінцевих точках, одночасно зі зміною швидкості, сила тертя F стрибкоподібно змінює свій знак на протилежний.

Рис. 1. Модель коливної системи з сухим тертям

Умови руху системи у обидві сторони абсолютно однакові. Тому достатньо розглянути лише одну половину циклу.

Припустимо, що маса M знаходиться у одному з крайніх положень. За початок відліку часу $(t_0 = 0)$ приймаємо момент початку руху маси M з крайнього положення й припустимо, що рух з одного крайнього положення у інше крайнє положення відбувається за час t_1. Назвемо цей час тривалістю руху. Зрозуміло, що тривалість руху не може бути більше половини періоду коливань, тобто $t_1 \le \frac{\pi}{\omega}$.

Тепер диференціальне рівняння вимушених коливань системи запишемо у вигляді:

$$\begin{cases} M\ddot{x} + Mg\left(f\cos\alpha - \sin\alpha\right)\dfrac{\dot{x}}{|\dot{x}|} + kx = Q\cos(\omega t + \beta); \\ x(0) = X_0;\ \dot{x}(0) = 0;\ x(t_1) = -X_0;\ \dot{x}(t_1) = 0, \end{cases} \qquad (1)$$

де β – фазовий кут збурюючої сили при $t = 0$; $\frac{\dot{x}}{|\dot{x}|} = sign(\dot{x})$ – множник який вказує, що напрямок сили тертя змінюється у залежності від зміни напрямку швидкості; X_0 – амплітуда коливань. При $Q = 0$ (1) описує власні коливання системи за наявності сил сухого тертя.

Виходячи з (1) можна легко отримати квадратичну функцію відношення сили тертя до амплітуди вимушеної сили:

$$\left(F^*\right)^2 = \left(\frac{F}{Q}\cdot\frac{\dot{x}}{|\dot{x}|}\right)^2 = \left[-\frac{M\ddot{x}}{Q} - \frac{kx}{Q} + \cos(\omega t + \beta)\right]^2. \qquad (2)$$

Визначимо закон руху $x(t)$, за якого $\left(F^*\right)^2$ за період тривалості руху системи $(t = t_1)$ приймає найменше значення, а значить справляє найменший вплив на динаміку нелінійної коливної системи для очищення зернового матеріалу.

Для того, щоб знайти подібний закон руху $x(t)$ коливної системи, треба задовольнити критерій якості цього руху, який виражається у вигляді функціоналу з підінтегральною функцією (2):

$$\int_{t=0}^{t=t_1} \left(F^*\right)^2 dt = \int_0^{t_1} \left[-\frac{M\cdot\ddot{x}}{Q} - \frac{kx}{Q} + \cos(\omega t + \beta)\right]^2 dt \to \min. \qquad (3)$$

Рівняння Лагранжа-Ейлера, яке надає мінімум функціоналу (3) [10] має вид:

$$X^{(IV)} + 2\Omega^2\cdot\ddot{x} + \Omega^4\cdot X = \Omega^2\left(1 - \frac{\omega^2}{\Omega^2}\right)\frac{Q}{M}\cos(\omega t + \beta); \qquad (4)$$

$$x(0) = X_0;\ \ \dot{x}(0) = 0;\ \ x(t_1) = -X_0;\ \ \dot{x}(t_1) = 0;\ \ \Omega^2 = \frac{k}{M}. \qquad (5)$$

Розв'язок (2.30) має вигляд:

$$x(t) = (C_1 + C_2 t)\sin\Omega t + (C_3 + C_4 t)\cos\Omega t + \frac{\Omega^2\left(1 - \dfrac{\omega^2}{\Omega^2}\right)\dfrac{Q}{M}\cos(\omega t + \beta)}{\omega^4 - 2\Omega^2\omega^2 + \Omega^4}, \qquad (6)$$

або

$$x(t) = (C_1 + C_2 t)\sin\Omega t + (C_3 + C_4 t)\cos\Omega t + \frac{Q\cos(\omega t + \beta)}{M\left(\Omega^2 - \omega^2\right)}. \qquad (7)$$

Взявши похідну за часом з виразу (7) отримаємо:

$$\dot{x}(t) = C_2 \sin\Omega t + (C_1 + C_2 t)\cos\Omega t + C_4 \cos\Omega t -$$
$$-(C_3 + C_4 t)\sin\Omega t - \frac{Q\omega\sin(\omega t + \beta)}{M(\Omega^2 - \omega^2)}. \qquad (8)$$

Підставивши початкові і кінцеві умови руху (5) в залежності (7) і (8), будемо мати:

$$C_1 = \frac{\sin\Omega t_1 + \Omega t_1 \cos\Omega t_1}{\Omega^2 t_1^2 - \sin^2\Omega t_1}\left\{X_0(1-\cos\Omega t_1) + \frac{Q}{M(\Omega^2-\omega^2)}\left[\cos(\omega t_1 + \beta) + \right.\right.$$
$$\left.\left. + (\omega t_1 \sin\beta - \cos\beta)\cos\Omega t_1\right]\right\} + \frac{t_1 \sin\Omega t_1}{\Omega^2 t_1^2 - \sin^2\Omega t_1}\left\{X_0 \Omega \sin\Omega t_1 + \right.$$
$$\left.\frac{Q}{M(\Omega^2-\omega^2)}\left[\sin(\omega t_1 + \beta) - \sin\beta(\cos\Omega t_1 - \Omega t_1 \sin\Omega t_1)\right]\right\};$$
$$C_2 = \frac{Q}{M(\Omega^2-\omega^2)}(\Omega t_1 \cos\Omega t_1 - \sin\Omega t_1) - \frac{1}{t_1 \sin\Omega t_1}\left\{(1-\cos\Omega t_1)X_0 + \right. \qquad (9)$$
$$\left.\frac{Q}{M(\Omega^2-\omega^2)}\left[\cos(\omega t_1 + \beta) + (\omega t_1 \sin\beta - \cos\beta)\cos\Omega t_1\right]\right\};$$
$$C_3 = X_0 - \frac{Q\cos\beta}{M(\Omega^2-\omega^2)}; \; C_4 = \frac{Qssn\beta}{M(\Omega^2-\omega^2)} - C_1\Omega.$$

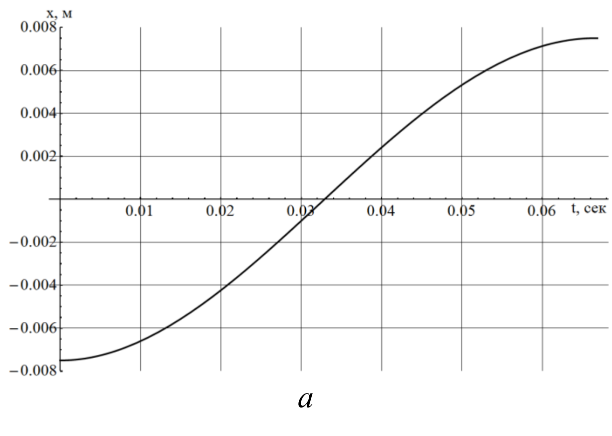
Результати оптимального режиму руху зернової частинки представлені на рис 2.

У випадку резонансу $\Omega = \omega$ слід враховувати інші види тертя (наприклад, в’язке тертя), притаманні решітному стану, який контактує з основою.

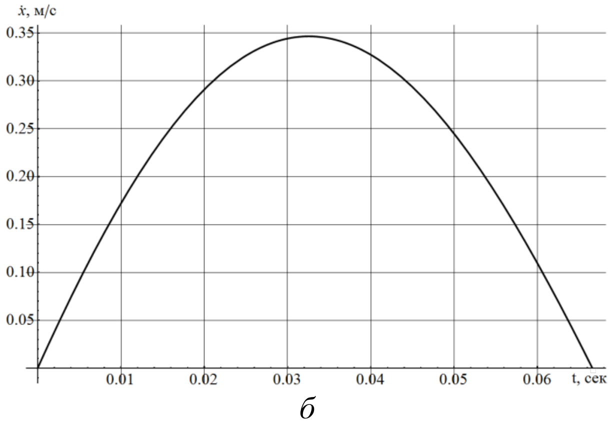
ВИСНОВКИ

1. Запропонована математична модель, яка описує рух сумішей за наявності сили сухого тертя.

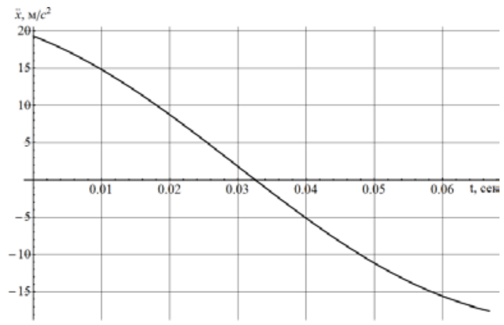
2. Встановлені основні характеристики режимів руху сумішей у зазначених умовах, за яких мінімізований силовий та кінематичний вплив сил сухого тертя на рух суміші у перехідних процесах.



а



б



в

Рис. 2. Графік оптимального переміщення – *а*, швидкості – *б* та прискорення – *в* зернини по похилому решеті

Список літератури

1. Курдюмов А. А. Вибрация корабля / Курдюмов А. А. – Л.: Судпромгиз, 1961. – 318 с.
2. Сакович В. Л. Об учете сил сопротивления в вибраторах для бетона / В. Л. Сакович // Известия вузов. Строительство и архитектура. – 1961. – № 6. – С. 45–58.
3. Сакович В. Л. Исследование машин вибрационного действия / В. Л. Сакович // Научные труды Киевского инженерно-строительного института. – 1961. – Вып. 17. – С. 204–225.
4. Сакович В. Л. Метод решения уравнений динамически нелинейных вибросистем / В. Л. Сакович // Научные труды Киевского инженерно-строительного института. – 1964. – Вып. 20. – С. 91–105.
5. Сакович В. Л. Вынужденные колебания вибратора при наличии сухого трения / В. Л. Сакович // Научные труды Киевского инженерно-строительного института. – 1964. – Вып. 20. – С. 116–127.
6. Ден-Гартог Дж. П. Механические колебания / Ден-Гартог Дж. П. – М.: Физматгиз, 1960.
7. Den-Hartog I. P. Forced Vibrations With Combined Conlomb and Viscons Friction / I. P. Den-Hartog // Transactions of ASME. – 1931.– Vol. 53, No. 9. – P. 107–115.
8. Стрекис А. М. Вынужденные колебания с одной степенью свободы при наличии сухого трения и при произвольной возмущающей силе / А. М. Стрекис // Сб. “Вопросы динамики и динамической прочности”. – Рига: РПИ, 1956. – Вып. IV. С. 175–189.
9. Стрекис А. М. Вынужденные колебания с одной степенью свободы при наличии сухого трения и при произвольной возмущающей силе / А. М. Стрекис // Сб. “Вопросы динамики и динамической прочности”. – Рига: РПИ, 1956. – Вып. IV. С. 175–189.
10. Крылов А. Н. О некоторых дифференциальных уравнениях математической физики / Крылов А. Н. – М. – Л., 1950. – 384 с.

Установлены оптимальные режимы движения зерновых смесей на рабочих органах гравитационных зерноочистительных машин при наличии силы трения и характера ее изменения методами вариационного исчисления, которые минимизируют возникающие в переходных процессах колебания системы.

Оптимизация, зерновая смесь, сила трения, вынужденные колебания, закон движения, демпфирующая сила.

The optimal regimes of grain mixtures working bodies gravitational grain cleaners in the presence of friction and how it changes in the methods of the calculus of variations, which minimize the resulting fluctuations in the transition process of the system.

Optimization, grain mixture, friction, forced oscillations, the law of motion, damping force.

OPTIMIZATION OF FORCED OSCILLATIONS GRAIN MATERIAL ON THE SIEVE GRAIN CLEANERS AND SEPARATORS

S. Avdeev, V. Kulyk, O. Kulyk