

ЛОВЕЙКИН В.С., ЧОВНЮК Ю.В., ДЯЧЕНКО Л.А.
ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА
ВИБРОПЛУГА В РАМКАХ МОДЕЛИ ОДНОРОДНОГО СТЕРЖНЯ С
УПРУГО ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССОЙ

УДК 539.3; 631.3

Ловейкин В.С., д.т.н., профессор,
Човнюк Ю.В., к.т.н., доцент, Национальный университет биоресурсов и
природопользования Украины, г. Киев, Украина
Дяченко Л.А., к.т.н. Обособленное подразделение Национального университета
биоресурсов и природопользования Украины «Нежинский агротехнический институт»,
г. Нежин, Черниговская обл., Украина

ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РАБОЧЕГО
ОРГАНА ВИБРОПЛУГА В РАМКАХ МОДЕЛИ ОДНОРОДНОГО СТЕРЖНЯ С
УПРУГО ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССОЙ

Исследование пространственного звукового поля, создаваемого колеблющимся рабочим органом вибропуга ограниченных размеров в обрабатываемом грунте, который моделируется квазиупругой вязкой (Максвелловской) жидкостью, представляет собой сложную задачу. Ряд закономерностей для дальнего акустического поля при колебаниях осесимметричного тела вращения установлен на модели однородного стержня [1, 2]. Однако такая модель является сильно упрощенной применительно к реальным конструкциям вибропугов и их рабочих органов. В настоящем исследовании учитывается неоднородность в виде сосредоточенной упруго присоединенной массы, изучено ее влияние на дальнее акустическое поле однородного стержня при возбуждении его поперечной гармонической силой (масса не является самостоятельным источником звука). Звуковое давление вычисляется приближенным методом [1]. Вдоль оси стержня распределяются элементарные источники (диполи), интенсивность которых определяется амплитудами поперечных смещений, найденных с учетом реакции среды [3]. Установлено, что диаграмма направленности излучения стержня с массой на резонансных частотах может существенно отличаться от случая однородного. В направлении, перпендикулярном оси стержня (трансверсном) возможно как усиление поля, так и его ослабление по сравнению с однородным стержнем, излучающим в этом направлении как твердое тело на всех частотах. Указанный эффект значителен, когда собственная частота упруго присоединенной массы близка к балочной. Величина эффекта зависит от потерь в упругой связи и материале стержня.

Пусть в обрабатываемом грунте – неограниченной акустической среде с плотностью ρ и скоростью продольного звука C совершает вынужденные изгибные колебания тонкий упругий стержень длиной l с погонной массой m , изгибной жесткостью EJ . В сечении x , подвешена масса M на упругой связи с жесткостью C_1 (ось Ox цилиндрической системы координат совпадает с осью стержня, $0 \leq x \leq l$). Сосредоточенная гармоническая сила $Q \cdot e^{-i\omega t}$ приложена в сечении $x = x_2$; ω – частота колебаний, $i^2 = -1$, t – время, Q – амплитуда силы.

Предполагаем, что поперечный размер стержня a много меньше длины изгибной волны λ_n и волны в среде (грунте) λ :

$$\alpha \cdot a = 2\pi \cdot a / \lambda_n \ll 1, \quad k \cdot a = 2\pi \cdot a / \lambda \ll 1, \quad (1)$$

где α , k – волновые числа изгибной волны и волны в среде, $k = \omega / C$, $\alpha^4 = \omega^2 \cdot (m / (EJ))$.

Колебания стержня описываются классическим уравнением Бернулли-Эйлера [4], концы $x = 0, l$ считаются свободными. Реакция среды учитывается в виде погонной (на единицу длины стержня) присоединенной массы m_0 , которая определяется из решения задачи о колебаниях бесконечного круглого цилиндра и в силу условий (1) слабо зависит от частоты: $m_0 \approx \pi \cdot a^2 \cdot \rho$. Потери в материале стержня и упругой связи учитываются комплексным модулем упругости $\tilde{E} = E \cdot (1 - i \cdot \eta_1)$ и комплексной жесткостью $\tilde{C}_1 = C_1 \cdot (1 - i \cdot \eta_2)$ [5].

Звуковое давление P на больших расстояниях $R \gg l$ от рассматриваемого стержня в сферической системе координат (R, χ, φ) определяется по формуле [1]:

$$P(R, \chi, \varphi) = \frac{\rho c k^2 \cdot e^{ikR}}{4\pi R} \cdot \sin \chi \cdot \cos \varphi \cdot \left(F + \frac{m_0}{\rho}\right) \cdot \int_0^l e^{-ikx \cdot \cos \chi} \cdot V(x) dx, \quad (2)$$

где χ – угол, отсчитываемый от положительного направления Ox в плоскости колебаний $\varphi = 0$; F – площадь сечения стержня; $V(x)$ – скорость колебаний точек поверхности стержня, которая принимается соответствующей форме вынужденных колебаний $Y(x)$, $V(x) = -i\omega \cdot Y(x)$; $Y(x)$ определяется из расчета колебаний стержня с массой (здесь и далее множитель $e^{-i\omega t}$ опущен).

Из выражения (2) следует, что акустическое поле рассматриваемого стержня, как и в случае однородного, полностью определяется формой вынужденных колебаний и основные закономерности излучения, установленные для однородного стержня, справедливы и для стержня с массой. Возможное отличие обусловлено искажением собственных форм стержня с массой по сравнению с однородным (сравниваются формы с одинаковым числом узлов N). Характер диаграммы направленности излучения стержня с массой и однородного зависит от частоты возбуждения. При возбуждении с низкой частотой ($\alpha \cdot l \ll 1$) или частотой, отличной от резонансной, диаграмма имеет вид диаграммы направленности акустического диполя. На резонансных частотах она отличается от дипольной, если возмущающая сила приложена в пусности резонансной формы колебаний. При этом происходит усиление звукового давления в направлениях

$\left(\frac{\pi}{6}\right) \leq \chi \leq \left(2\pi/3\right)$ (рис.1), вызванное изгибными колебаниями стержня. В

направлении углов χ , близких к $\pi/2$, в случае однородного стержня звуковое давление определяется колебаниями стержня как твердого тела и не имеет резонансного характера. В то же время для стержня с массой возможно значительное увеличение амплитуды давления за счет изгибных колебаний (если положение массы не совпадает с узлом собственной формы однородного стержня).

Действительно, при $\chi \approx (\pi/2)$ из (2) следует, что $|P|_{\chi=\pi/2} \sim \int_0^l |V(x)| dx \sim V_{ц.м.}$, $V_{ц.м.}$ – скорость центра масс стержня (если $V_{ц.м.} = 0$, то $|P|_{\chi=\pi/2} = 0$). При колебаниях однородного стержня $\int_0^l Y_0(x) dx = 0$ $Y_0(x)$ – форма изгибных колебаний, и смещение центра масс определяется только движением стержня как твердого тела.

Для рассматриваемого стержня наличие дополнительной массы искажает изгибные формы $Y(x)_{изг.}$, $\int_0^l Y(x)_{изг.} dx \neq 0$. Вклад изгибных деформаций стержня в смещение центра масс существенен и может как усилить, так и скомпенсировать смещение центра масс за счет движения стержня как твердого тела.

Рассмотрим направление $\chi \approx (\pi/2)$. В этом случае из (2) можно получить выражение для амплитуды давления:

$$|P|_{\chi=\pi/2} = \frac{k \cdot Q}{4\pi \cdot R} \cdot \left|1 + \frac{Q_1}{Q}\right|, \quad (3)$$

ЛОВЕЙКИН В.С., ЧОВНЮК Ю.В., ДЯЧЕНКО Л.А.
ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА
ВИБРОПЛУГА В РАМКАХ МОДЕЛИ ОДНОРОДНОГО СТЕРЖНЯ С
УПРУГО ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССОЙ

Принято $\rho = \rho_{ст}$, $\rho_{ст}$ – плотность материала стержня; $Q_1 = \beta \cdot Y(x_1)$ – реакция упругой связи; $\beta = M \cdot \omega^2 \cdot \mu$, $\mu = [1 - (\omega/\omega_0)^2]^{-1}$ – коэффициент динамичности, $\omega_0^2 = C_1/M$, $Y(x_1)$ – смещение точки присоединения массы.

$$Y(x_1) = \frac{Q}{\alpha^3 \cdot EJ} \cdot \frac{\phi(x_1, x_2)}{[\Delta C - \beta \cdot G(x_1)]}, \quad (4)$$

где $\phi(x_1, x_2) = V(\alpha \cdot (x_1 - x_2)) \cdot H(x_1 - x_2) \cdot \Delta C + S(\alpha x_1) \cdot (S(\alpha(l - x_2)) \cdot V(\alpha l) - T(\alpha(l - x_2)) \cdot U(\alpha l)) + T(\alpha x_1) \cdot (T(\alpha(l - x_2)) \cdot T(\alpha l) - S(\alpha(l - x_2)) \cdot U(\alpha l));$

$G(x_1) = S(\alpha x_1) \cdot (S(\alpha(l - x_1)) \cdot V(\alpha l) - T(\alpha(l - x_1)) \cdot U(\alpha l)) + T(\alpha x_1) \cdot (T(\alpha(l - x_1)) \cdot T(\alpha l) - S(\alpha(l - x_1)) \cdot U(\alpha l));$

$\Delta C = U^2(\alpha l) - V(\alpha l) \cdot T(\alpha l)$; уравнение $\Delta C = 0$ определяет собственные частоты однородного стержня, $S(\alpha x)$, $V(\alpha x)$, $T(\alpha x)$, $U(\alpha x)$ – функции Крылова; $H(x) = 1$ при $x > 0$, $H(x) = 0$ при $x \leq 0$ (т. е. $H(x)$ – функция Хэвисайда).

При $M = 0$ $|P|_0 = \frac{k \cdot Q}{4\pi \cdot R}$.

Величина амплитуды давления $|P|_{x=\pi/2}$ зависит от следующих параметров: отношения масс $\xi = M/(ml)$, положения массы x_1 и возмущающей силы x_2 ,

безразмерной собственной частоты упруго присоединенной массы $(\alpha l)_0 = \left[\frac{C_1 \cdot l^3}{EJ \cdot \xi} \right]^{1/4}$ и частоты возбуждения (αl) .

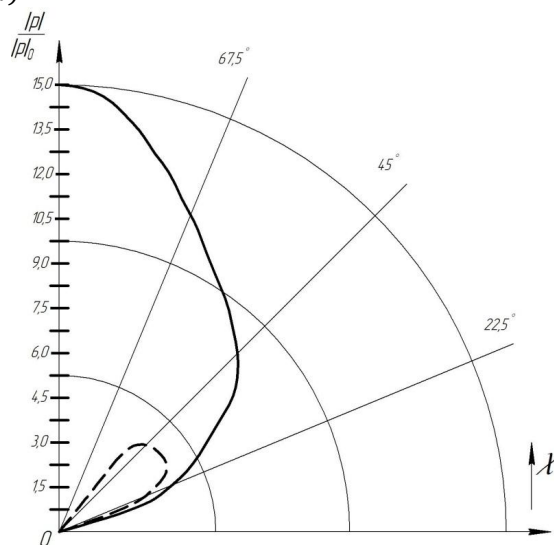


Рис.1 Диаграммы направленности излучения однородного стержня при $\alpha l = 7,85$ (2) и с массой $\alpha l = 7,2$ (1)

$$k/\alpha = 0,7; \quad x_1 = 0,3; \quad x_2 = 0; \quad \xi = M/(ml) = 0,1;$$

$$\eta_1, \eta_2 = 0,01; \quad |P|_0 = \frac{k \cdot Q}{4\pi \cdot R}; \quad N=3$$

На ПЭВМ были проведены численные исследования зависимости

$K_p = \frac{|P|_{x=\pi/2}}{|P|_0} (\xi = 0,1)$ от параметров $^1/l, ^2/l$. При этом возбуждение

стержня – резонансное. Собственная частота упруго присоединенной массы фиксирована: $\alpha l_0 = 7,8$. При изменении положения груза $0 \leq x_1 \leq l$ стержень возбуждается с той резонансной частотой, которой соответствует собственная мода колебаний с тремя узлами ($N=3$). Если груз расположен в узловых точках собственной моды однорядного стержня, тогда груз не искажает форму колебания и $K_p \approx 0$. Стержень излучает как твердое тело. Вклад нерезонансных мод незначителен. Если $^1/l$

не совпадает с узлами, то усиление поля соответствует положению силы вдоль линии пучностей резонансных форм стержня с массой. Для точек приложения силы вдоль линии узлов K_p остается равным ≈ 1 . Области усиления ограничены линиями уровня $K_p = 1$. Этим линиям соответствует условие $Q_1 = 0$ или $Y(x_1) = 0$ (3), (4). Если смещение $Y(x_1)$ вызывает реакцию Q_1 , действующую в фазе с возмущающей силой Q , то $K_p > 1$, а если реакция Q_1 действует в противофазе с Q , тогда $K_p < 1$. Максимальное и минимальное значение K_p зависят от величины потерь η_1, η_2 . Чем меньше потери, тем ярче выражены особенности акустического поля вблизи резонансов.

Была также численно на ПЭВМ исследована зависимость K_p от частоты возбуждения αl и собственной частоты упруго присоединенной массы αl_0 для фиксированных значений x_1, x_2 . При возбуждении стержня с частотой $\alpha l \ll \alpha l_1$, где αl_1 – частота соответствующая первой собственной моде колебаний однорядного стержня $N=2$, стержень с массой излучает как однородный, $K_p \approx 1$ при любых αl_0 , так как масса не является самостоятельным источником звука.

При возбуждении с частотой $\alpha l \gg \alpha l_0 > \alpha l_1$ резонансные частоты стержня с массой и однородного совпадают и $K_p \approx 1$. Существенное отличие излучения рассматриваемого стержня от однородного соответствует частотам возбуждения $\alpha l \approx \alpha l_0$, когда $\alpha l_0 \approx \alpha l_i$, где αl_i – собственная частота однородного стержня (если положение массы не совпадает с узлом i -й собственной формы. При возбуждении с частотой $\alpha l < \alpha l_0$ резонансные частоты рассматриваемого стержня и однородного отличаются незначительно в силу малости параметра ξ и небольшое усиление, $K_p > 0$, соответствует частотам αl , близким к собственным частотам однородного стержня $\alpha l = \alpha l_i < \alpha l_0$.

Рассмотрим частный случай возбуждения стержня в точке присоединения массы, $x_1 = x_2, \alpha l_0$ фиксировано и совпадает со 2-й собственной частотой однородного стержня. В этом случае эффект сильного ослабления поля возникает, когда частота возбуждения совпадает с собственной частотой однородного стержня. При этом форма вынужденных колебаний стержня с массой совпадает с собственной формой однородного, смещения в точке x_1 , определенное из (4) без учета потерь (η_1, η_2), ровно $Y(x_1) = -\left(\frac{1}{\beta}\right) \cdot \left(\frac{Q}{\alpha^3 \cdot E l}\right)$, реакция Q_1 , вызванная этим смещением, равна $Q_1 = \beta \cdot Y(x_1) = -Q$ и действует в противофазе с возмущающей силой. Смещение центра массы стержня не происходит, стержень в траверсном направлении не излучает $K_p = 0$. Если собственная частота стержня с массой и однородного близки (груз рядом с узлом или $\alpha l_0 \ll \alpha l$) указанный эффект может быть слабо выражен и зависит от соотношения ширины резонанса и разницы собственных частот стержня с массой и однородного. Таким образом, при совпадении точек приложения массы и возмущающей силы значительного усиления K_p не происходит для любых $x_1 = x_2$ и αl .

ЛОВЕЙКИН В.С., ЧОВНЮК Ю.В., ДЯЧЕНКО Л.А.
ДИНАМИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА
ВИБРОПЛУГА В РАМКАХ МОДЕЛИ ОДНОРОДНОГО СТЕРЖНЯ С
УПРУГО ПРИСОЕДИНЕННОЙ МАССОЙ

Таким образом, анализ акустического поля в направлении $\chi = \pi/2$ показал, что для случаев, когда $K_p > 1$ или $K_p < 1$, характер диаграммы направленности излучения стержня с массой отличается от однородного.

Список использованной литературы

1. Миниович И. Я. Гидродинамические источники звука / И. Я. Миниович, А. Д. Перник, В. С. Петровский. – Л.: Судостроение, 1972. – С.147 – 149.
2. Пекельный М. Я. К оценке влияния окружающей корпус жидкости на общую вибрацию судна / М. Я. Пекельный, А. И. Трилесник // Вопросы судостроения. Сер. Проектирование судов. – Л.: Судостроение, 1973. – Вып.2. – С.105 – 110.
3. Лэмб Г. Динамическая теория звука / Г. Лэмб. – М.: Физматгиз, 1960. – 283с.
4. Бабаков И. М. Теория колебаний / И. М. Бабаков. – М.: Гостехтеоретиздат, 1968. – 628с.
5. Скучик Е. Простые и сложные колебательные системы / Е. Скучик. – М.: Мир, 1971. – 123с.