

УДК 631.3:378.147

Черниш О.М., к.т.н.,
доц., НУБіП України,
м.Київ, Україна

**Імовірнісний підхід до розрахунків на міцність і довговічність
робочих елементів сільськогосподарських машин**

Анотація: Розглянуті критерії оцінки міцності і довговічності робочих елементів машин із врахуванням статистичного підходу до розрахунків при знакозмінному робочому навантаженні. При аналізі граничного стану робочого елемента машини використані імовірнісні характеристики опору утомленості та навантаження. При цьому випадкові процеси навантаження і працездатності робочих елементів машин представлені у вигляді функціональних залежностей максимального напруження і граничного напруження від часу. Запропонований логарифмічно нормальний закон розподілу втомної довговічності із апроксимацією границі витривалості ступеневою функцією для всього робочого числа циклів навантаження. Результати застосування такого підходу дозволяє підвищити надійність та збільшити ресурс роботи відповідальних робочих елементів машин сільськогосподарського виробництва.

Ключові слова: Утомна міцність, довговічність, робочі елементи сільськогосподарських машин, імовірність, знакозмінне навантаження.

Постановка проблеми:

Розрахунки конструктивних параметрів деталей і робочих елементів сільськогосподарських машин мають забезпечити у першу чергу їх міцність та довговічність у процесі виконання заданих технологічних функцій. При цьому працездатність робочих елементів машин під дією знакозмінних циклічних навантажень залежить від багатьох технологічних параметрів виробничого процесу, умов середовища, фізичних властивостей застосованих матеріалів та особливостей конструктивного виконання.

Отже питання розрахунку міцності і довговічності робочих елементів конструкцій в умовах дії на них різної форми, величини та періодичності циклічних навантажень важливо проводити ще на стадії розробки та проектування.

З другого боку важливою задачею є також обґрунтування імовірнісних підходів і застосування статистичних методів визначення критеріїв граничного стану робочих елементів машини із врахуванням знову ж таки його конструктивних особливостей, матеріалу та експлуатаційних факторів.

Використання в цьому аспекті імовірнісних методів розрахунків втомної міцності і довговічності можна вважати перспективним напрямком розв'язання проблеми забезпечення заданого ресурсу і надійності роботи сучасної сільськогосподарської техніки.

Аналіз останніх досліджень і публікацій:

Треба відмітити, що розрахункові методи оцінки міцності і довговічності по окремим критеріям розвиваються і вдосконалюються [2, 4, 5, 9, 10]. В умовах дії знакозмінного навантаження працездатність робочих елементів машин залежить від конструкційних і технологічних факторів, а також імовірнісних характеристик розподілу цих факторів [1-5, 9, 10]. Отже бажано використовувати комплексний підхід, який буде вести до розв'язання проблеми зменшення металоємності та забезпечення надійності деталей і відповідальних робочих елементів машин сільськогосподарської техніки.

Мета статті:

Для дослідження проблеми використання імовірнісного підходу при аналізі граничного стану робочих елементів сільськогосподарських машин із врахуванням їх конструктивних і експлуатаційних факторів була поставлена мета – розглянути розрахункову модель оцінки міцності і довговічності на основі використання імовірнісних характеристик опору утомленості і навантаження.

Виклад основного матеріалу:

Розглянемо випадкові процеси навантаження і працездатності робочих елементів машин у загальному вигляді як функціональні залежності максимального напруження $\sigma(t)$ та граничного напруження $\sigma_V(t)$ від часу t . Дані процеси $\sigma(t)$ і $\sigma_V(t)$ в інтервалі часу експлуатації робочого елемента машини можуть бути схематизовані таким чином, щоб отримані розрахункові залежності стали практично прийнятними для використання.

Якщо динамічний процес навантаження $\sigma(t)$ нестационарний, то у першому наближенні при малому прирощенні часу, його можна замінити малими відрізками стаціонарних процесів із середніми значеннями параметрів нестационарного процесу. Отриманий таким чином стаціонарний процес можна описати за допомогою функції розподілення випадкових характеристик навантаження (рис.1).

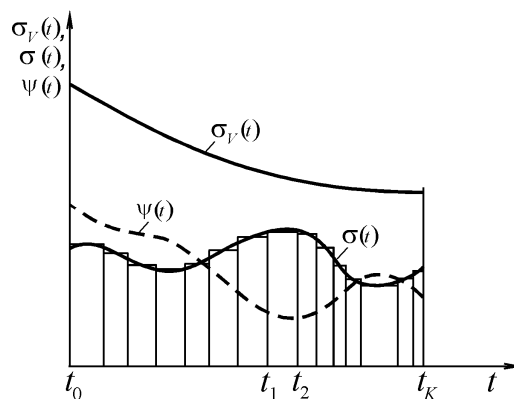


Рис.1. Схематизація нестационарних динамічних процесів

У даному випадку за розрахунковий стан приймемо такий, коли різниця між функціональними залежностями $\sigma_V(t)$ і $\sigma(t)$ досягне мінімуму.

Розглянемо випадкові функціональні залежності розподілення характеристик навантаження $p(\sigma)$ і опору утомленості $p(\sigma_V)$, які можуть замінити стаціонарні випадкові процеси $\sigma(t)$ і $\sigma_V(t)$ в інтервалі часу експлуатації елемента конструкції. Тоді задача зведеться до розглядання взаємодії функцій $p(\sigma)$ і $p(\sigma_V)$, що утворені із перетинів стаціонарних

випадкових процесів $\sigma(t)$ і $\sigma_v(t)$ у розрахунковому часовому інтервалі експлуатації.

Якщо ж процес навантаження $\sigma(t)$ є стаціонарним, то середнє значення та дисперсія характеристик навантаження будуть сталими за часом. При цьому імовірнісна залежність граничного напруження від будь-якого фактора F , який як не випадковий фактор впливає на міцність елемента конструкції, може бути описана деякою відомою функцією.

У такому випадку задачу розрахунку на міцність при напруженнях, що змінні у часі, можна звести до розглядання взаємодії відповідних одномірних функцій розподілу.

При нормальному законі розподілу функцій $p(\sigma)$ і $p(\sigma_v)$, імовірнісна залежність випадкової величини σ_v від фактора F у загальному вигляді може бути описана поверхнею щільності ймовірностей [7]

$$p(\sigma_v) = \frac{1}{m_{\bar{\sigma}_v}(F)\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\sigma_{vp} - \bar{\sigma}_v(F)]^2}{2[m_{\bar{\sigma}_v}^2(F)]^2}\right\}. \quad (1)$$

Така поверхня утворюється у трьохвимірній системі координат $p(\sigma)$, F , σ_v рухом заданої функції щільності розподілу границь витривалості за законом зміни їх середнього значення від величини фактора F . При цьому залежність розсіювання границь витривалості від величини цього фактору F буде визначатись функцією $m_{\bar{\sigma}_v}(F)$.

Аналогічним чином також можна описати та визначити поверхню щільності ймовірностей характеристик навантаження $p(\sigma)$:

$$p(\sigma) = \frac{1}{m_{\bar{\sigma}}\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\sigma_p - \bar{\sigma}(F)}{2m_{\bar{\sigma}}^2}\right\}. \quad (2)$$

Якщо заданою величиною фактора F буде його стале значення F_c , то у цьому випадку розрахунковий переріз буде знаходитись на перетині площини $F = F_c = const$ із поверхнями (1) та (2):

$$p(\sigma_V) = \frac{1}{m_{\bar{\sigma}_V}(F_c)\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{[\sigma_{VP} - \bar{\sigma}_V(F_c)]^2}{2[m_{\bar{\sigma}_V}^2(F_c)]^2}\right\}. \quad (3)$$

$$p(\sigma) = \frac{1}{m_{\bar{\sigma}}\sqrt{2\pi}} \exp\left\{-\frac{\sigma_P - \bar{\sigma}(F_c)}{2m_{\bar{\sigma}}^2}\right\}. \quad (4)$$

Таким чином, розрахунковий стан робочих елементів машин можна визначити отриманими двома функціональними залежностями $p(\sigma_V)$ і $p(\sigma)$ розподілу їх відповідних характеристик опору утомленості та навантаження.

Для визначення умови міцності, розглянемо взаємодію цих двох функціональних залежностей у розрахунковому стані робочого елемента машини. Для цього при заданій величині фактора F_c та розрахунковому часі t обмежимо функцію $p(\sigma_V)$ мінімальним значенням границі витривалості $\sigma_{V\min}$, а функцію $p(\sigma)$ – максимальним значенням діючих напружень σ_{\max} .

Тоді міцність робочого елемента буде задовільною при умові, коли нижня границя $\sigma_{V\min}(\alpha_{\sigma_V}, \gamma_{\sigma_V})$ розсіювання характеристик опору утомленості σ_V , що встановлена із довіреною імовірністю γ_{σ_V} при рівні значимості α_{σ_V} , буде перевищувати верхню границю $\sigma_{\max}(\alpha_{\sigma}, \gamma_{\sigma})$ розсіювання характеристик навантаження σ , що також встановлена із довіреною імовірністю γ_{σ} при рівні значимості α_{σ} .

Умова міцності робочого елемента машини буде мати наступний вигляд:

$$\sigma_{V\min}(\alpha_{\sigma_V}, \gamma_{\sigma_V}) > \sigma_{\max}(\alpha_{\sigma}, \gamma_{\sigma}). \quad (5)$$

Дійсно, як показує практика, при розрахунках у кожній точці робочого елемента машини граничні напруження, які визначають її несену здатність в умовах експлуатації, мають бути завжди більше діючих напружень навантаження.

При умові досягнення деякої імовірності руйнування робочого елемента машини (наприклад при $F > F_c$) функціональні залежності $p(\sigma_V)$ і $p(\sigma)$ повинні перетнутись, тому що у цьому випадку нерівність (5) зміниться на наступну:

$$\sigma_{V\min}(\alpha_{\sigma_V}, \gamma_{\sigma_V}) \leq \sigma_{\max}(\alpha_{\sigma}, \gamma_{\sigma}). \quad (6)$$

Разом з цим важливо оцінити в імовірнісному аспекті залежність довговічності від середнього значення границі витривалості σ_m робочого елемента машини із врахуванням його конструктивно-технологічних властивостей.

У цілому базове значення границі витривалості $\sigma_{\text{баз}}$ для базового числа $N_{\text{баз}} = 10^7$ циклів відповідає точці переламу кривої втоми. Ліва частина такої кривої може бути описана ступеневою функцією виду [7, с.2]:

$$\sigma_m = C \cdot N^{\frac{1}{m}}, \quad (7)$$

де N – число циклів до руйнування, C і m – сталі коефіцієнти.

Прийнято вважати, що справа від цієї граничної точки крива втоми повинна переходити в пряму лінію зони необмеженої довговічності:

$$\sigma_m = \sigma_{\text{баз}} = \text{const}. \quad (8)$$

Але результати експлуатації і статистика втомного руйнування не завжди відповідає такій концепції. На сьогоднішній день відомо багато випадків руйнування деталей під дією знакозмінних навантажень із амплітудами напружень, які явно не перевищували границі витривалості при числі циклів $N \geq 10^8$.

Тому границю витривалості надійніше і безпечніше розраховувати за кривою втоми, яка апроксимована функцією ступеневого виду (8) для всього робочого числа циклів. Це дозволяє застосовувати для розрахунків величини $\sigma_{\text{баз}}$ і сталі коефіцієнти C та m кривої втоми, яка не має надламу й продовжує знижуватися при збільшенні числа циклів понад базової величини.

При цьому оцінку границі витривалості робочого елемента машини при будь-якій заданій вірогідності P можна визначити відповідно до нормального закону розподілу [7, с.11]. Але для цієї ж мети краще застосувати логарифмічно нормальний закон розподілу виду [8, с.87]:

$$\begin{aligned}\sigma_p &= \sigma_m \exp(U_p B_{\ln\sigma}), \\ B_{\ln\sigma} &= \sqrt{\ln(1 + V_\sigma^2)},\end{aligned}\tag{9}$$

де U_p – квантиль нормального розподілу, V_σ – коефіцієнт варіації значень границь витривалості, $B_{\ln\sigma}$ – параметр форми логарифмічно нормального розподілу, який мало відрізняється від коефіцієнта варіації V_σ .

Справедливість наведених залежностей впливає із дослідження функції (8) у логарифмічних координатах, коли нормальному закону підпорядковуються не самі досліджувані величини, а їх логарифми. При цьому тут спостерігається важливий взаємозв'язок між параметрами форми розподілів довговічності $B_{\ln N}$ і границі витривалості $B_{\ln\sigma}$:

$$B_{\ln N} = m \cdot B_{\ln\sigma}.\tag{10}$$

Залежність (11) дозволяє з'ясувати причину значної дисперсії ресурсу робочого елемента машини (з коефіцієнтом варіації $V_N = 0,5 \div 1,0$) навіть при малому розсіюванні границі витривалості (наприклад, $V_\sigma = 0,1$), оскільки показник ступеня m для сталевих виробів має перебувати в межах від 4 до 15.

Формула довговічності робочого елемента машини (розрахунку у циклах гама-відсоткового ресурсу робочого елемента машини) для заданої імовірності $\gamma = (100 - P)$ відповідно буде мати вигляд

$$N_\gamma = \left(\frac{C}{\sigma_m}\right)^m \exp(-U_\gamma B_{\ln N}).\tag{11}$$

Висновки:

1. Для розрахунків на міцність і довговічність робочих елементів сільськогосподарських машин в умовах дії знакозмінних динамічних навантажень використано імовірнісний підхід із врахуванням випадкових параметрів процесу навантаження робочого елемента і його працездатності.

2. Аналіз граничного стану робочого елемента в залежності від співвідношення екстремальних значень параметрів $\sigma_{V\min}(\alpha_{\sigma_V}, \gamma_{\sigma_V})$ і $\sigma_{\max}(\alpha_\sigma, \gamma_\sigma)$ відповідно функціональних залежностей $p(\sigma_V)$ і $p(\sigma)$ розподілу

характеристик опору утомленості та навантаження дає можливість встановити умови міцності із врахуванням статистичних аспектів даної задачі.

3. Запропоновано для розрахунків таких задач логарифмічно нормальний закон розподілу втомної довговічності із апроксимацією границі витривалості ступеневою функцією для всього робочого числа циклів навантаження.

4. Врахування статистичного характеру розподілу навантаження і працездатності відповідальних робочих елементів дозволяє підвищити надійність та збільшити ресурс роботи машин сільськогосподарського виробництва.

Список літератури:

1. Александров А.В. Соппротивление материалов / А.В. Александров, В.Д. Потапов, Б.П. Державин; под ред. А.В. Александрова. – М.: Высш. шк., 2003. – 560 с.
2. Биргер И.А. Соппротивление материалов / И.А. Биргер, Р.Р. Мавлютов. – М.: МАИ, 1994. – 511 с.
3. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций / В.В. Болотин. М.: Машиностроение, 1990. – 448с.
4. Болотин В.В., Чирков В.П. Асимптотические оценки для вероятности безотказной работы по моделям типа нагрузка-сопротивление / В.В. Болотин, В.П. Чирков // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1992. – №6. – С.3-10.
5. Вагапов Р.Д. Вероятностно-детерминистская механика усталости / Отв. Ред. К.В. Фролов, Н.А. Махутов, А.А. Гусаров. – М.: Наука, 2003. – 258 с.
6. Горшков А.Г. Соппротивление материалов / А.Г. Горшков, В.Н. Трошин, В.И. Шалашилин. М.: Физматлит., 2005. – 544 с.
7. ГОСТ 25.504-82. Расчеты и испытания на прочность. Методы расчета характеристик сопротивления усталости. – М.: Госстандарт, 1989. – 55 с.

8. Ефремов Л.В. Практика инженерного анализа надежности судовой техники / Л.В. Ефремов. – Л.: Судостроение, 1980. – 176 с.

9. Кулик Н.С. Математические модели накопления повреждений и трещиностойкости при действии статических и циклических нагрузок/ Н.С. Кулик, А.Г. Кучер, В.Е. Мильцов // Вісник НАУ. – 2009. – № 3. – С. 3–23.

10. Степнов М.Н. Новый подход к расчету коэффициента запаса прочности при циклическом нагружении / М.Н. Степнов // Вестник машиностроения. – 2004. – № 11. – С. 14-17.

Аннотация

Вероятностный подход к расчетам на прочность и долговечность рабочих элементов сельскохозяйственных машин

Рассмотрены критерии оценки прочности и долговечности рабочих элементов машин с учетом статистического подхода к расчету при знакопеременном рабочем нагружении. При анализе предельного состояния рабочего элемента машины использованы вероятностные характеристики сопротивления усталости и нагружения. При этом случайные процессы нагружения и работоспособности рабочих элементов машин представлены в виде функциональных зависимостей максимального напряжения и предельного напряжения от времени. Предложен логарифмически нормальный закон распределения усталостной долговечности с аппроксимацией предела выносливости степенной функцией для всего рабочего числа циклов нагружения. Результаты применения такого подхода позволяет повысить надежность и увеличить ресурс работы ответственных рабочих элементов машин сельскохозяйственного производства.

Ключевые слова: Усталостная прочность, долговечность, рабочие элементы сельскохозяйственных машин, вероятность, знакопеременное нагружение.

Abstrac

Probability campaign to calculations on strength and longevity of working elements of agricultural cars

Criteria of an estimation of strength and longevity of working elements of cars taking into account the statistical approach to calculation are considered at an alternating-sign working stressing. At the assaying of a limiting condition of a working element of the car probability performances of a fatigue resistance and a stressing are used. Thus casual processes of a stressing and working capacity of working elements of cars are presented in the form of functional dependences of the maximum voltage and limiting voltage on time. It is offered логарифмически the normal law of distribution of fatigue longevity with approximation of an endurance limit by sedate function for all working number of cycles of a stressing. Reliability allows to raise results of application of such approach and to augment a resource of operation of responsible working elements of cars of agricultural production.

Keywords: Fatigue resistance, longevity, working elements of agricultural cars, probability, alternating-sign stressing.

© О.М. Черниш, 2014